V. KHARITONOV

RECUEIL DE PROBLÈMES DE PHYSIQUE

V. KHARITONOV
G. KOUTOUZOVA
O. SAVTCHENKO
A.TROUBATCHEV
I. VOROBIOV
P. ZOUBKOV

RECUEIL DE PROBLÈMES DE PHYSIQUE

AVANT-PROPOS

Ce livre est le résultat de l'expérience accumulée par les auteurs pendant 25 ans d'enseignement de la physique dans la plus grande des écoles spéciales physico-mathématiques. Les auteurs de ce livre qui collaborent encore à la Section sibérienne de l'Académie des sciences de l'U.R.S.S. n'ont pas cherché à créer un simple recueil de problèmes, mais un manuel qui aiderait à jeter un pont entre l'enseignement scolaire et la science moderne. Une attention particulière y est accordée aux domaines fondamentaux sur lesquels est axé l'enseignement de la physique dans les écoles supérieures. Pour cette raison, les auteurs y ont augmenté le nombre de problèmes sur la mécanique céleste, les oscillations et les ondes, la physique moléculaire, le mouvement des particules chargées dans des champs électriques et magnétiques, les ondes électromagnétiques. Une partie de ces problèmes est liée aux recherches effectuées aux instituts de la Section sibérienne de l'Académie des sciences de l'U.R.S.S.

Ce livre ne donne pas les solutions des problèmes, mais seulement les réponses, plus rarement des indications succinctes pour mettre les élèves sur la voie. L'élève doit exercer ses talents pour surmonter toutes les difficultés. Une telle forme de travail est plus naturelle pour une assimilation active de la physique. En effet, la résolution d'un problème est une recherche scientifique individuelle et captivante. Et ce processus créateur ne peut pas être remplacé par des recettes toutes prêtes.

Le livre se compose de treize chapitres qui se subdivisent à leur tour en paragraphes. Chaque paragraphe commence par des problèmes assez élémentaires qui sont suivis de problèmes plus difficiles et le plus souvent plus intéressants. Les problèmes marqués d'un astérisque sont les plus utiles car ils incitent à la réflexion, développent l'intelligence discursive et inspirent des approches originales. Le livre contient beaucoup de problèmes de ce type.

Ce livre qui contient plus de deux mille problèmes est actuellement le plus grand recueil en U.R.S.S. et vise les élèves désireux de faire carrière en physique.

O. Savtchenko

CONSTANTES PHYSIQUES

Vitesse de la lumière dans le vide	c	$2{,}998 \cdot 10^{8}$ m/s
Constante magnétique	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m = $= 1{,}257 \cdot 10^{-6}$ H/m
Constante électrique	$\varepsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1}$	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m
Constante de Planck	h	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J/Hz
Masse au repos		
de l'électron	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
du proton	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
du neutron	m_n	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
Rapport de la masse du proton à la masse de l'électron	m_p/m_e	1836,15
Charge élémentaire	e	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Rapport de la charge de l'électron à sa masse	e/m_e	$1{,}76 \cdot 10^{11}$ C/kg
Moment magnétique de l'électron	μ_e	$9{,}28 \cdot 10^{-24}$ J/T
Nombre d'Avogadro	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Unité de masse atomique	1 u	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg
Constante de Faraday	$F = N_A e$	$9{,}65 \cdot 10^{4}$ C/mol
Constante des gaz universelle	R	8,31 J/(mol·K)
Zéro de l'échelle Celsius	T_0	273,15 K
Pression normale	p_0	$1{,}01 \cdot 10^{5}$ Pa
Volume molaire d'un gaz parfait dans les conditions normales	$V_m = RT_0/p_0$	$22{,}41 \cdot 10^{-3}$ m^3/mol
Constante de Boltzmann	$k = R/N_A$	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2·K^4)
Constante gravitationnelle	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2/kg^2
Accélération normale de la pesanteur	g_n	9,8 m/s^2

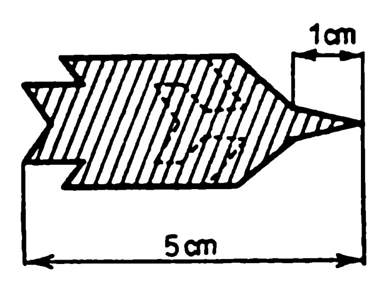
CHAPITRE PREMIER

CINÉMATIQUE

§ 1.1. Mouvement à vitesse constante

◇ **1.1.1.** Le dessin [1]) représente l'« image floue » d'un avion à réaction en vol. La longueur de l'avion est de 30 m et celle de son nez de 10 m. D'après ce dessin déterminer la vitesse de l'avion. Le temps d'exposition est de 0,1 s. La forme de l'avion est représentée, sur le dessin, en trait interrompu.

1.1.2. Un radar détermine les coordonnées d'un avion en vol en mesurant l'angle de la direction du pôle Nord avec la direction vers l'avion, ainsi que la distance entre le radar et l'avion. A un certain



Pour le problème 1.1.1

instant la position de l'avion était déterminée par les coordonnées suivantes: angle $\alpha_1 = 44°$, distance $R_1 = 100$ km. 5 s après cet instant les coordonnées de l'avion indiquées par le radar sont: angle $\alpha_2 = 46°$, distance $R_2 = 100$ km. Représenter la position de l'avion à ces deux instants dans le système de coordonnées cartésiennes dont l'axe des y est dirigé vers le Nord, le radar se trouvant à l'origine des coordonnées; déterminer le module et la direction de sa vitesse. Compter l'angle dans le sens des aiguilles d'une montre.

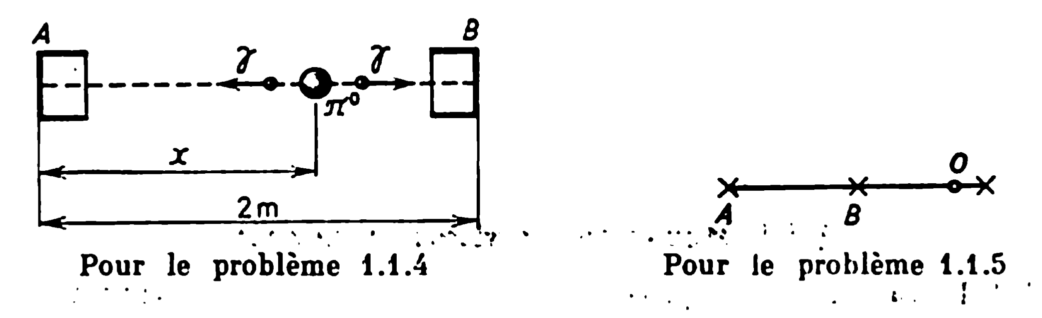
1.1.3. Un scarabée pénètre dans une pièce par une fenêtre ouverte. La distance entre le scarabée et le plafond varie à raison de 1 m/s, la distance jusqu'au mur se trouvant en face de la fenêtre varie à raison de 2 m/s, et jusqu'au mur latéral, à raison de 2 m/s. Après 1 s de vol le scarabée se trouve dans un coin entre le plafond et le mur latéral de la pièce. Déterminer la vitesse du vol du scarabée et l'en-

---

[1]) Les problèmes et les réponses munis de dessins sont indiqués par le signe conventionnel ◇.

droit dans la fenêtre par lequel il a pénétré dans la pièce. La hauteur de la pièce est de 2,5 m, sa largeur de 4 m et sa longueur de 4 m.

◇ **1.1.4.** Deux compteurs A et B espacés de 2 m l'un de l'autre enregistrent le moment d'arrivée d'un quantum γ. Le méson π^0



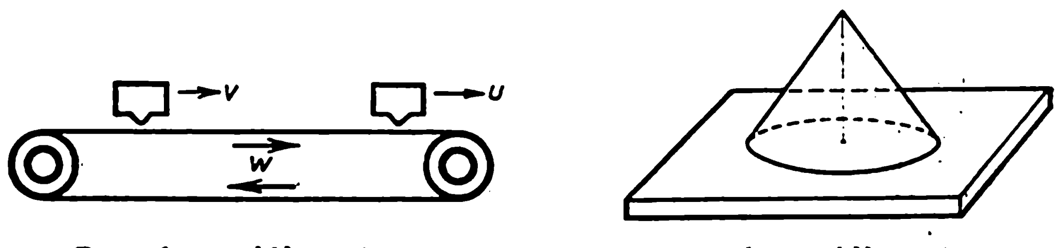
Pour le problème 1.1.4 Pour le problème 1.1.5

a éclaté en deux quanta γ en un point quelconque entre ces compteurs. Trouver ce point si le compteur A a enregistré le quantum γ 10^{-9} s après le compteur B. La vitesse de la lumière est de $3\cdot10^8$ m/s.

◇ **1.1.5*.** Trois microphones situés sur une même droite aux points A, B, C ont enregistré successivement aux instants $t_A > t_B > t_C$ le son provenant de l'explosion qui s'est produite en un point O situé sur le segment AC. Trouver le segment AO si $AB = BC = L$. A quel instant s'est produite l'explosion?

1.1.6. Des sportifs courent en une file indienne de longueur l à une vitesse v. L'entraîneur court à leur rencontre à une vitesse $u < v$. En arrivant au niveau de l'entraîneur chaque sportif fait demi-tour et court dans le sens inverse à la vitesse de même module v. Quelle est la longueur de la file lorsque tous les sportifs auront fait demi-tour?

1.1.7. Un sous-marin qui s'immerge verticalement et régulièrement émet des impulsions sonores de durée τ_0. La durée de récep-



Pour le problème 1.1.8 Pour le problème 1.1.9

tion de l'impulsion réfléchie par le fond est égale à τ. La vitesse du son dans l'eau est c. Quelle est la vitesse d'immersion du sous-marin?

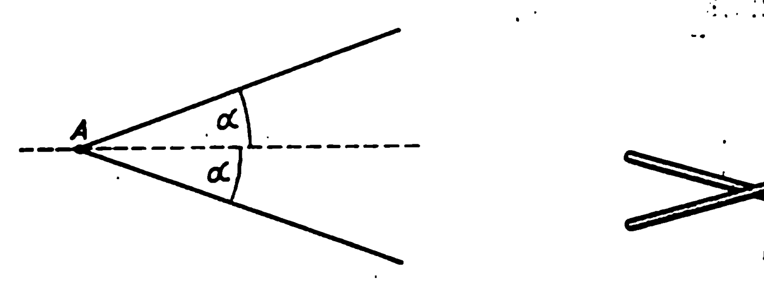
◇ **1.1.8.** Une bande transporteuse se déplace à une vitesse w. Un automate se déplaçant au-dessus de la bande émet ν billes par unité de temps. Les billes se collent contre la bande. Un compteur de billes muni d'une cellule photo-électrique n'enregistre que les billes qui passent juste au-dessous de lui. Combien de billes enregistre-t-il dans

l'unité de temps si la vitesse de l'automate $v < w$ et la vitesse du compteur $u < w$?

1.1.9. a. On a fabriqué une barre de longueur l avec une matière explosive. La vitesse de détonation (vitesse d'entraînement dans l'explosion de toutes les portions de la matière explosive) est égale à v et la vitesse de projection des résidus d'explosion $u < v$. Comment varie, avec le temps, la région occupée par les résidus d'explosion si la barre saute à l'une de ses extrémités? Faire un dessin.

◇ b*. Avec la même matière explosive il faut préparer une enveloppe conique tellement mince qu'en faisant sauter son sommet les résidus d'explosion frappent simultanément la plaque. Quel angle formé par l'axe du cône avec sa génératrice faut-il choisir?

◇ **1.1.10*.** Un autobus roule sur une route droite à une vitesse constante v. Vous avez remarqué l'autobus quand celui-ci se trouvait



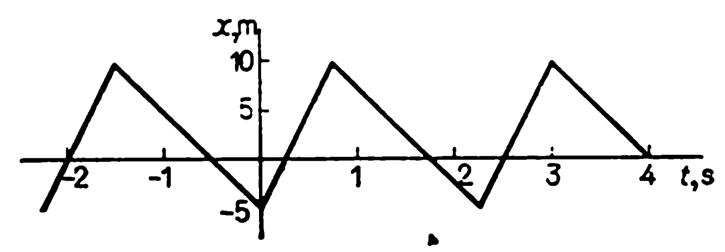
Pour le problème 1.1.10 Pour le problème 1.1.12

en un point A. A partir de quel endroit près de la route pouvez-vous rattraper cet autobus si vous courez à une vitesse $u < v$? Dessiner cet endroit pour $u = v/2$.

1.1.11*. Un avion supersonique est en vol horizontal. Deux microphones se trouvant sur la même verticale à une distance l l'un de l'autre ont enregistré l'arrivée du son provenant de l'avion avec un retard de temps Δt. La vitesse du son dans l'air est c. Quelle est la vitesse de l'avion?

◇ **1.1.12.** Deux tiges se déplaçant perpendiculairement à elles-mêmes avec les mêmes vitesses v se coupent sous un angle 2α. Quelle est la vitesse du point d'intersection des tiges?

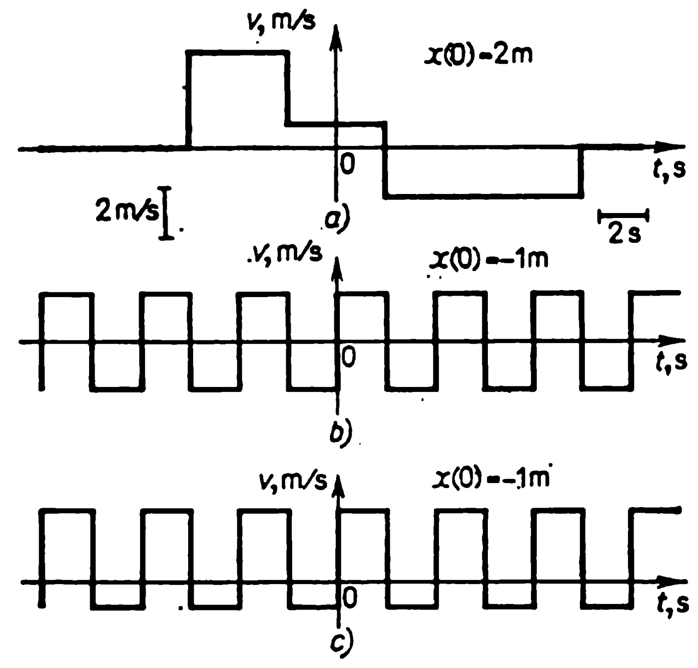
◇ **1.1.13.** A l'aide du graphique qui représente la variation de la coordonnée en fonction du temps construire le graphique de variation de la vitesse en fonction du temps.



Pour le problème 1.1.13

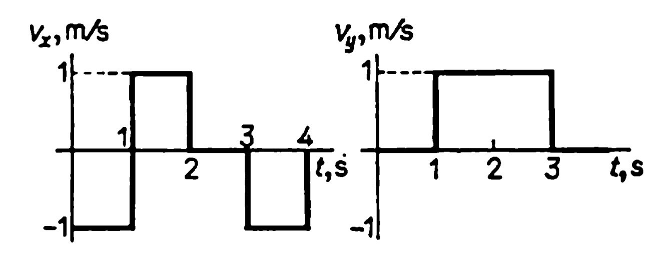
1.1.14. A l'aide des graphiques de variation de la coordonnée en fonction du temps, trouver l'instant et le point de collision de deux particules se déplaçant sur une même droite. La vitesse de la première particule est v et celle de la seconde est $v/2$. La première particule avait la coordonnée $x = 0$ à l'instant $t = 0$ et la seconde, la coordonnée $x = a$ à l'instant t_1.

◇ **1.1.15.** En utilisant les graphiques de variation de la vitesse en fonction du temps, construire les graphiques de variation de la coordonnée en fonction du temps. Dans les cas b) et c) trouver la vitesse moyenne pendant un temps assez long.



Pour le problème 1.1.15

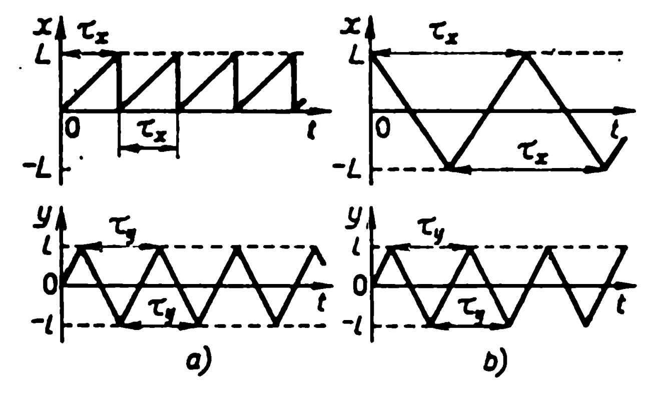
◇ **1.1.16.** Une particule se déplace dans un même plan. A l'aide des graphiques de variation des projections v_x et v_y de la vitesse en fonction du temps construire la trajectoire de la particule si $x(0) = 2$ m, $y(0) = 1$ m.



Pour le problème 1.1.16

◇ **1.1.17.** Le déplacement d'un rayon sur l'écran d'un oscillographe est décrit par les graphiques de variation des coordonnées x et y

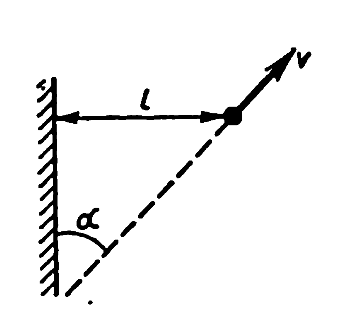
en fonction du temps. Comment doit être l'image apparaissant sur l'écran pour $\tau_y = \tau_x$, $\tau_x/3$, $3\tau_x$? Envisager deux cas (voir le dessin). Dans le cas a) les lignes horizontales sur l'écran ne sont presque pas



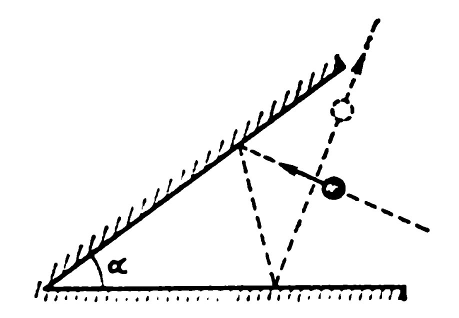
Pour le problème 1.1.17

visibles. Pourquoi ? Pour quel rapport entre τ_x et τ_y dans le cas b) la trajectoire du rayon sur l'écran sera-t-elle fermée ?

◇ **1.1.18***. Une voiture s'éloigne à une vitesse v à partir d'un long mur en se déplaçant sous un angle α par rapport à celui-ci. A l'ins-



Pour le problème 1.1.18



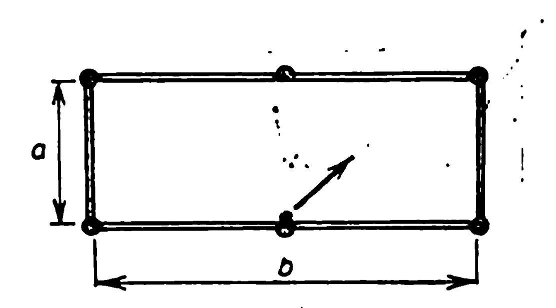
Pour le problème 1.1.19

tant où la distance entre la voiture et le mur est égale à l, le conducteur donne un bref signal sonore. Quelle distance sera parcourue par la voiture jusqu'au moment où le conducteur en entendra l'écho ? La vitesse du son dans l'air est c.

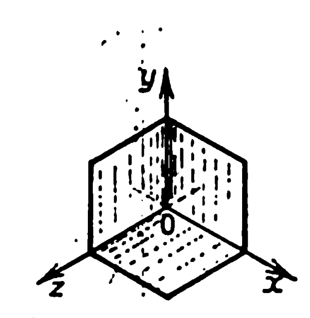
◇ **1.1.19.** De quel angle varie la direction de la vitesse d'une bille après deux chocs élastiques contre des parois qui font entre elles un angle α ? Comment vole la bille si l'angle $\alpha = \pi/2$? Le mouvement a lieu dans un plan perpendiculaire aux parois. Lors du choc élastique de la bille contre une paroi lisse et immobile l'angle d'incidence de la bille est égal à l'angle de réflexion.

◇ **1.1.20***. Du milieu du côté b on lance une bille sur une table de billard de côtés a et b. Sous quel angle, par rapport au bord de la table, commence à se déplacer la bille pour revenir au point de départ ?

◇ **1.1.21.** Un réflecteur à coins installé sur un lunokhode est un ensemble de trois miroirs perpendiculaires. Quelles composantes aura la vitesse de la lumière après réflexion sur le miroir se trouvant



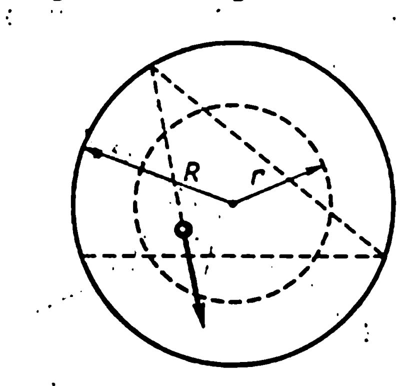
Pour le problème 1.1.20



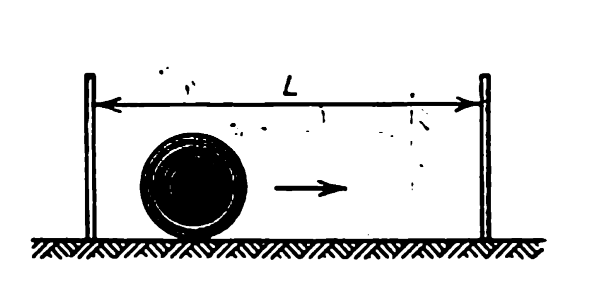
Pour le problème 1.1.21

dans le plan yOz si la lumière dont la vitesse est égale à $c = (c_x, c_y, c_z)$ tombe sur ce réflecteur. Et après réflexion sur les trois miroirs?

◇ **1.1.22.** A l'intérieur d'un cylindre fixe à parois lisses de rayon R se déplace une petite bille qui se réfléchit élastiquement sur les



Pour le problème 1.1.22



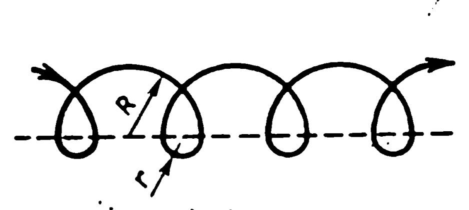
Pour le problème 1.1.23

parois de façon que la distance minimale entre elle et l'axe du cylindre soit égale à h. Pendant quelle fraction de temps se trouve-t-elle à une distance inférieure à r mais supérieure à h par rapport à l'axe du cylindre?

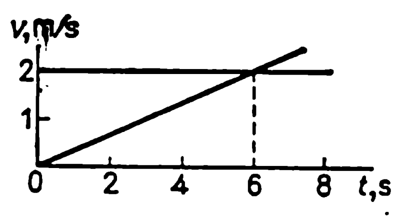
◇ **1.1.23*.** Un tireur essaie de toucher un disque de rayon R qui se déplace d'une paroi à une autre à une vitesse constante en module et si vite qu'on n'arrive pas à le suivre. Dessiner le graphique de variation de la probabilité pour la balle de toucher le disque en fonction de la distance entre le point de mire et la paroi de gauche. Les coups sont tirés à une hauteur R du plancher perpendiculairement à la direction du mouvement du disque. En quel point de mire la probabilité d'atteindre le but est-elle la plus petite? La plus grande? A quoi sont-elles égales? Envisager les cas où $L > 4R$, $4R > L > 2R$, L étant la distance entre les parois.

§ 1.2. Mouvement à vitesse variable

◇ **1.2.1.** On a représenté sur le dessin la trajectoire d'un électron qui dérive le long du plan de séparation des régions où règnent des champs magnétiques différents. Sa trajectoire se compose de demi-



Pour le problème 1.2.1

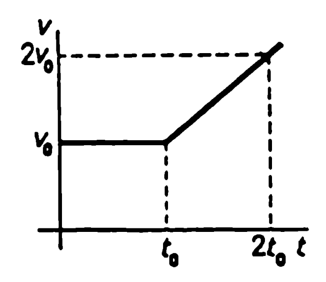


Pour le problème 1.2.2

cercles alternants de rayons R et r. La vitesse de l'électron est constante en module et égale à v; trouver la vitesse moyenne de l'électron pendant un temps assez long.

◇ **1.2.2.** Deux particules sont sorties d'un même point à l'instant $t = 0$. A l'aide des graphiques de variation de la vitesse en fonction du temps déterminer les coordonnées et le temps d'une nouvelle rencontre des deux particules.

◇ **1.2.3.** Un mobile se déplace à une vitesse constante v_0 pendant un temps t_0. Ensuite sa vitesse croît linéairement avec le temps de



Pour le problème 1.2.3

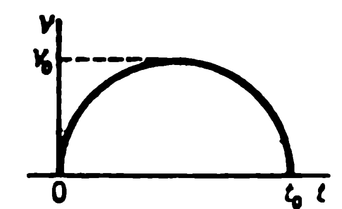
façon qu'à l'instant $2t_0$ elle devienne égale à $2v_0$. Déterminer l'espace parcouru par ce mobile au cours du temps $t > t_0$.

1.2.4. Construire le graphique de variation de la coordonnée en fonction du temps dans un mouvement rectiligne satisfaisant simultanément à deux conditions: a) la vitesse moyenne dans l'intervalle de temps de 2 à 6 s est égale à 5 m/s ; b) la vitesse maximale dans le même intervalle est de 15 m/s.

1.2.5. En empruntant un endroit détérioré de la chaussée chaque voiture diminue sa vitesse de v_1 à v_2. Quelle doit être la distance entre les voitures pour éviter une collision ? La longueur de chaque voiture est égale à l.

◇ **1.2.6.** Le graphique de variation de la vitesse d'un mobile en fonction du temps a la forme d'un demi-cercle. La vitesse maximale

du mobile est égale à v_0, le temps de mouvement, à t_0. Déterminer l'espace parcouru par ce mobile.



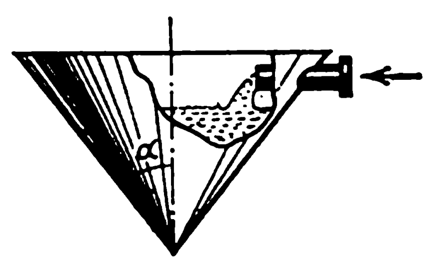
Pour le problème 1.2.6

1.2.7. Un car se déplace sur une ligne droite pendant 20 s pour s'arrêter ensuite après avoir parcouru une distance de 310 m. Sa vitesse initiale était égale à 15 m/s. Démontrer que l'accélération du car varie en direction.

1.2.8*. Après avoir quitté une source, une particule parcourt un espace L à vitesse constante et est ensuite freinée avec une décélération a. Quelle vitesse doit avoir la particule pour que son temps de déplacement depuis la sortie jusqu'à l'arrêt soit minimal?

1.2.9. Après avoir accumulé une réserve de graisse dans la mer les poissons migrateurs remontent les fleuves dans lesquels ils cessent de se nourrir. Le problème pour eux est d'atteindre les frayères en amont des fleuves avec des pertes de masse minimales. La dépense en graisse dans l'organisme du poisson pour le maintien du métabolisme général par unité de temps est égale à N et la dépense supplémentaire bv^2 est due au mouvement à une vitesse v. A quelle vitesse doivent se déplacer les poissons afin de dépenser le moins de graisse possible avant d'atteindre la frayère? (Les poissons sentent bien cette vitesse.)

1.2.10. Dans un aquarium semi-sphérique de rayon R rempli d'eau un volume de liquide q s'évapore par unité de temps à partir d'une unité de surface de l'eau. Au bout de combien de temps l'eau se sera-t-elle entièrement évaporée?



Pour le problème 1.2.11

◇ **1.2.11*.** a. Dans un récipient conique le niveau d'eau s'élève à une vitesse constante v_0. Comment varie, en fonction du temps, la

vitesse avec laquelle l'eau arrive dans le récipient à travers un tube de section s? A la date 0 le récipient est vide.

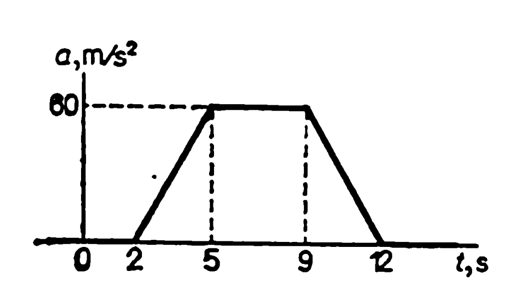
b. Un jet d'huile tombant sur une surface d'eau s'y répand sous la forme d'une tache ronde d'épaisseur h. Comment varie, en fonction du temps, la vitesse de mouvement de la limite de la tache si le volume d'huile arrivant par unité de temps est égal à q? A l'instant initial le rayon de la tache est égal à zéro.

1.2.12. Un garçon gonfle un ballon de baudruche. Pour un rayon de ballon de 10 cm le taux d'accroissement du rayon est égal à 1 mm/s. Quel volume d'air expire le garçon par seconde?

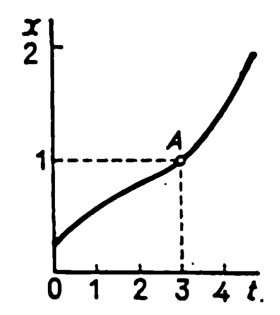
1.2.13. « Le vaisseau se déplaçait à une vitesse limite, l'accélération ultérieure n'étant pas prévue dans les instructions de la flotte cosmique. Au bout d'une heure la vitesse s'est accrue de mille kilomètres par seconde. » (*Kir Boulytchev.* Agent FC. La chimie et la vie, 1984, n° 12, page 111 (en russe).) Trouver l'accélération du vaisseau. De combien de fois dépasse-t-elle l'accélération de la pesanteur sur Terre?

◇ **1.2.14.** A l'aide du graphique qui représente la variation de l'accélération en fonction du temps, établir la vitesse aux dates de 4 s et de 15 s si à la date de 1 s la vitesse est égale à 3 m/s.

1.2.15. L'accélération d'un chariot à fusée depuis le départ jusqu'à l'arrêt est de 100 m/s² durant les 6 premières secondes, ensuite, durant les 7 secondes, il se déplace sans accélération et pendant



Pour le problème 1.2.14



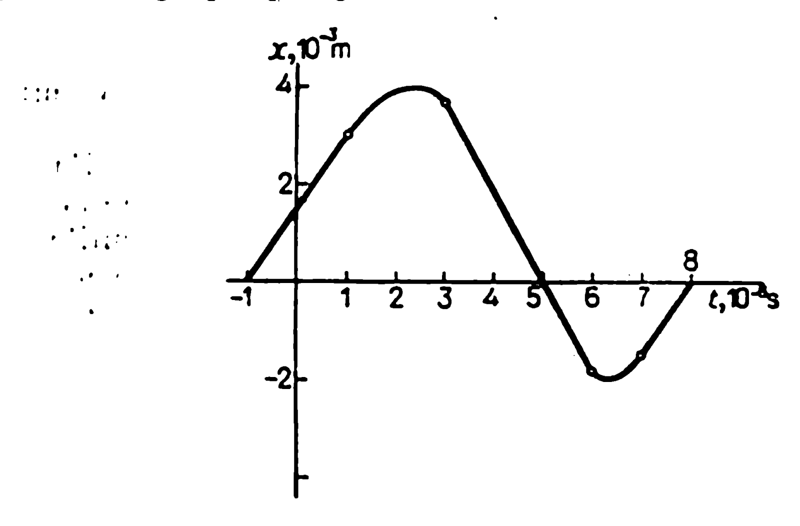
Pour le problème 1.2.16

les trois dernières secondes le chariot possède une accélération négative de —200 m/s². Construire les graphiques de variation en fonction du temps de l'accélération, de la vitesse et de la coordonnée. Quelle valeur maximale peut atteindre la vitesse du chariot? Sur quelle portion du trajet a eu lieu le freinage? Quel est l'espace total parcouru par le chariot? Comment vérifier, à l'aide du graphique de variation de l'accélération en fonction du temps, si le chariot s'est réellement arrêté?

◇ **1.2.16.** Les graphiques de variation de la coordonnée en fonction du temps construits pour deux particules à une échelle de temps différente sont identiques. Une division de l'axe des temps t sur le

graphique de la première particule correspond à 4 s et sur le graphique de la seconde, à 1 s. Trouver le rapport des vitesses et le rapport des accélérations des particules pour le point A du graphique.

◇ **1.2.17.** Une partie du graphique de variation de la coordonnée en fonction du temps disposée au-dessous de l'axe t est semblable à la partie du graphique qui se trouve au-dessus de cet axe. Construire



Pour le problème 1.2.17

les graphiques de variation de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps. Comparer les accélérations pour les valeurs maximale et minimale de x.

◇ **1.2.18.** A l'aide du graphique de variation de la vitesse en fonction du temps, construire les graphiques de variation en fonction du temps de la coordonnée et de l'accélération si $x(0) = 0$.

◇ **1.2.19.** La longueur de l'échelle d'un compteur de vitesse est égale à 15 cm ; le compteur mesure la vitesse d'une voiture dans les



Pour le problème 1.2.18

Pour le problème 1.2.19

limites de 0 à 150 km/h. Trouver la vitesse de l'indicateur du compteur de vitesse si la voiture se déplace avec une accélération de 2 m/s².

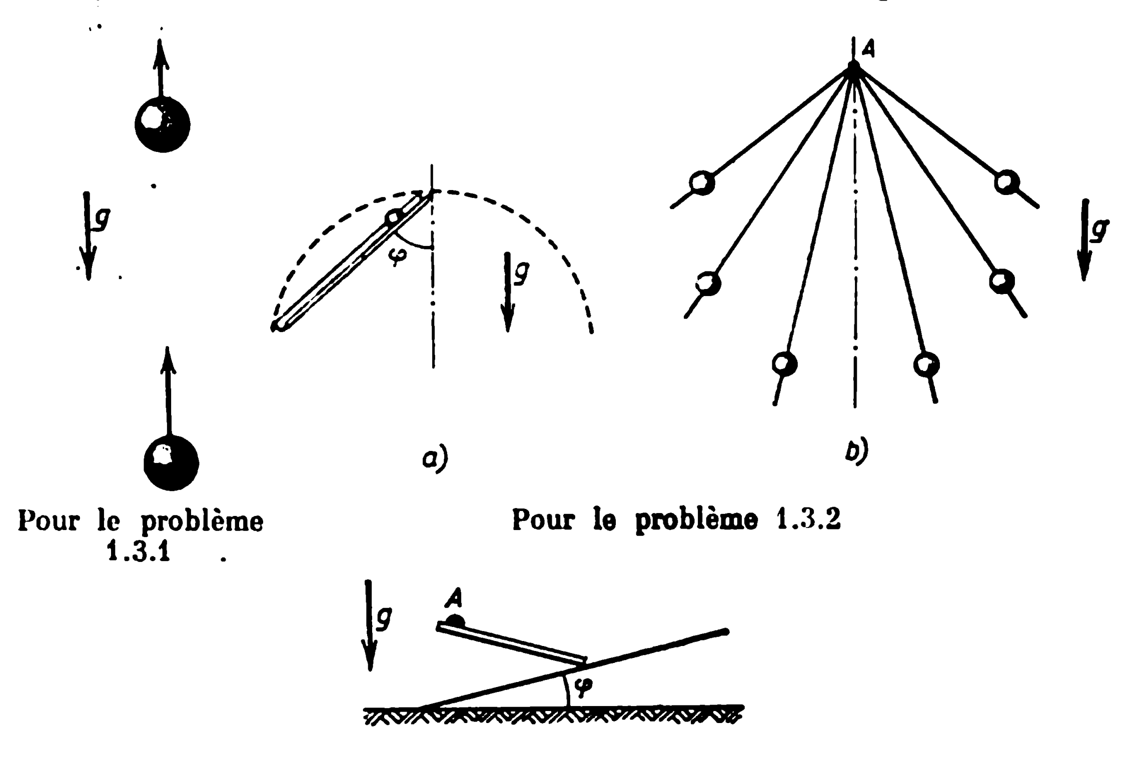
1.2.20*. Un mobile part d'un point A et se déplace d'abord d'un mouvement uniformément accéléré durant un temps t_0, il se déplace ensuite d'un mouvement uniformément retardé avec une décélération

de même module. Au bout de combien de temps à partir du début de mouvement le corps revient-il au point A ?

1.2.21*. Un train électrique doit partir à 12.00 d'après l'horaire des trains. Votre montre indique 12.00, mais l'avant-dernier wagon commence déjà à passer devant vous et met 10 s avant de vous dépasser. Le dernier wagon met, lui, 8 s. Le train électrique est parti à temps et se déplace d'un mouvement uniformément accéléré. De combien de temps retarde votre montre?

§ 1.3. Mouvement dans le champ de pesanteur[1]). Mouvement curviligne

◇ **1.3.1.** D'un même point on lance deux billes à une vitesse v verticalement vers le haut avec un intervalle de temps Δt. Combien



Pour le problème 1.3.1

Pour le problème 1.3.2

Pour le problème 1.3.3

de temps après le départ de la deuxième bille entrent-elles en collision?

◇ **1.3.2.** a. Du point supérieur d'un cercle une bille commence à glisser sur une goulotte lisse sous un angle φ par rapport à la verticale. Au bout de combien de temps atteindra-t-elle le cercle si son diamètre est égal à D?

---

[1]) Si sur le dessin on indique l'accélération de la pesanteur g, il faut tenir compte du champ de pesanteur.

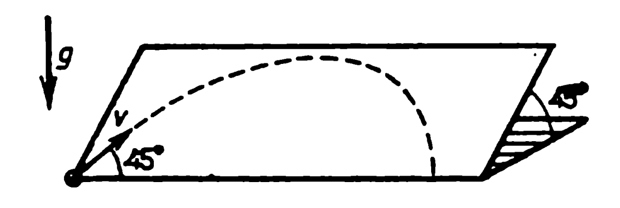
◇ b. Des petites perles provenant d'un point A commencent à glisser simultanément sans frottement sur des aiguilles à tricoter différemment inclinées. Sur quelle courbe se trouveront-elles à la date t ?

◇ **1.3.3*.** Sous quel angle, par rapport à la verticale, doit être dirigée d'un point A une goulotte lisse pour qu'une bille qui y glisse arrive sur un plan incliné au bout d'un temps minimal?

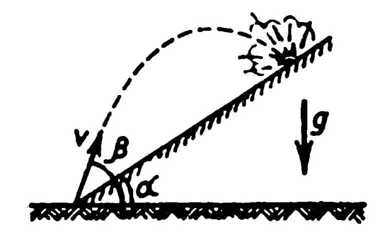
1.3.4. Un corps tombant en chute libre passe en un point A à une vitesse v_A. A quelle vitesse passera-t-il en un point B situé à la distance h au-dessous de A ?

1.3.5. Une pierre est lancée à une vitesse v formant un angle φ avec l'horizontale. Au bout de combien de temps sa vitesse fera-t-elle un angle α avec l'horizontale?

1.3.6. Un coup est tiré par un canon sous un angle φ par rapport à l'horizontale. La vitesse initiale du projectile est égale à v. La



Pour le problème 1.3.7



Pour le problème 1.3.8

surface du sol est horizontale. Trouver: a) les projections horizontale et verticale de la vitesse en fonction du temps; b) la variation des coordonnées x et y en fonction du temps; c) l'équation de la trajectoire, i.e. la variation de y en fonction de x; d) le temps du vol, la hauteur maximale et la distance de vol du projectile.

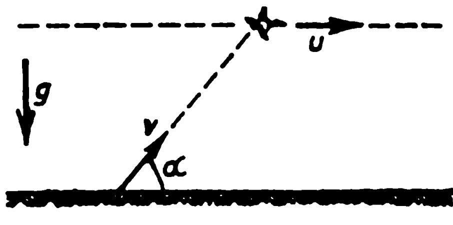
◇ **1.3.7.** Une bille est lancée sur un plan incliné lisse à une vitesse v. Quel trajet horizontal parcourra-t-elle avant de quitter le plan? Le plan fait un angle de 45° avec l'horizontale. La vitesse initiale de la bille fait un angle de 45° avec le bord horizontal du plan.

◇ **1.3.8.** Un mortier tire sur des objets disposés sur le versant d'une montagne. A quelle distance du mortier tomberont les obus si leur vitesse initiale est égale à v, l'angle de pente de la montagne est égal à α et l'angle de tir par rapport à l'horizontale est égal à β ?

1.3.9. A quelle vitesse doit partir le projectile d'un canon au moment du départ d'une fusée pour pouvoir atteindre cette dernière qui a été lancée verticalement avec une accélération a ? La distance entre le canon et le point de départ de la fusée est égale à L, le canon tire sous un angle de 45° par rapport à l'horizontale.

◇ **1.3.10.** Un canard vole en ligne horizontale à une vitesse constante u. Un « chasseur » inexpérimenté lance une pierre vers ce

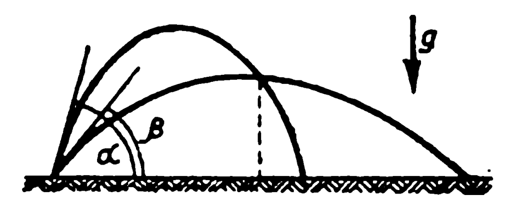
canard, le lancer étant effectué sans que l'objectif soit visé, i.e. au moment du lancer la vitesse de la pierre v dirigée vers le canard fait



Pour le problème 1.3.10

un angle α avec l'horizontale. A quelle altitude vole le canard si la pierre l'atteint ?

◇ **1.3.11.** Deux jets faisant respectivement des angles α et β avec l'horizontale jaillissent de l'ouverture d'un tuyau flexible, fermée



Pour le problème 1.3.11

par un doigt, à une même vitesse initiale v. A quelle distance de l'ouverture, suivant l'horizontale, se trouvera le point d'intersection des jets ?

1.3.12*. De l'eau jaillit d'un tuyau flexible, se trouvant sur la terre, sous un angle de 45° par rapport à l'horizontale à une vitesse initiale de 10 m/s. L'aire de la section droite de l'ouverture du tuyau est de 5 cm². Déterminer la masse du jet dans l'air.

1.3.13*. Ayant quitté un canon un projectile tombe en un point de coordonnées x suivant l'horizontale et y suivant la verticale. La vitesse initiale du projectile est égale à v. Trouver : a) la tangente de l'angle formé par le tube du canon avec l'horizontale ; b) la limite de l'endroit où peut tomber le projectile ; c) la vitesse initiale minimale du projectile à laquelle il peut atteindre le point de coordonnées x, y.

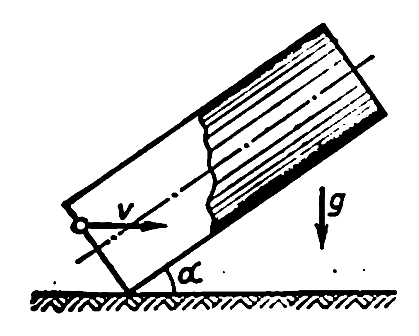
Indication. Pour résoudre le problème utiliser l'identité trigonométrique $1/\cos^2 \varphi = \mathrm{tg}^2 \varphi + 1$.

1.3.14. Deux corps sont lancés d'un même point avec un intervalle de temps Δt à une même vitesse initiale v formant un angle φ avec l'horizontale. Comment le premier corps se meut-il par rapport au deuxième ? Pourquoi la vitesse relative ne dépend-elle que de Δt ?

1.3.15. Une bille est lancée sur la surface interne d'un cylindre lisse vertical de rayon R sous un angle α par rapport à la verticale. Quelle

vitesse initiale faut-il communiquer à la bille pour qu'elle revienne au point de départ?

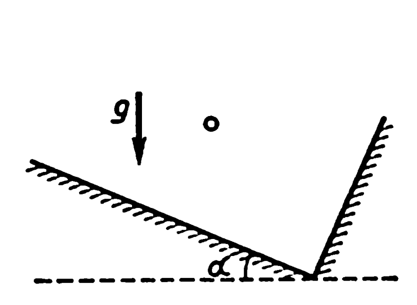
◇ **1.3.16*.** Une bille pénètre à une vitesse horizontale v dans un tube de longueur l incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.



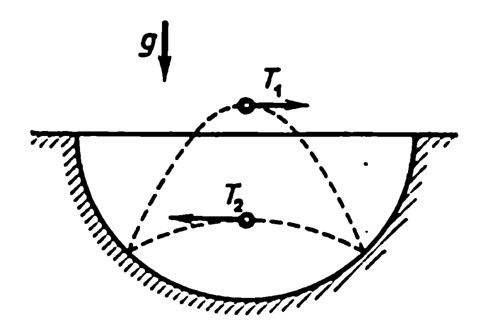
Pour le problème 1.3.16

Déterminer le temps de séjour de la bille dans le tube si les chocs de la bille contre ses parois sont élastiques.

◇ **1.3.17.** Une bille saute sur une même trajectoire aller et retour dans une boîte rectangulaire en se heurtant élastiquement contre le fond et la paroi de droite. L'intervalle de temps entre les chocs



Pour le problème 1.3.17



Pour le problème 1.3.18

contre le fond et la paroi est égal à Δt. Le fond de la boîte fait un angle α avec l'horizontale. Trouver les vitesses que possède la bille immédiatement après les chocs.

◇ **1.3.18*.** Une bille saute dans un creux sphérique en se heurtant élastiquement contre ses parois en deux points situés sur une même horizontale. L'intervalle de temps entre les deux chocs est toujours égal à T_1 si la bille se déplace de gauche à droite et à $T_2 \neq T_1$ lors de son mouvement de droite à gauche. Déterminer le rayon du creux.

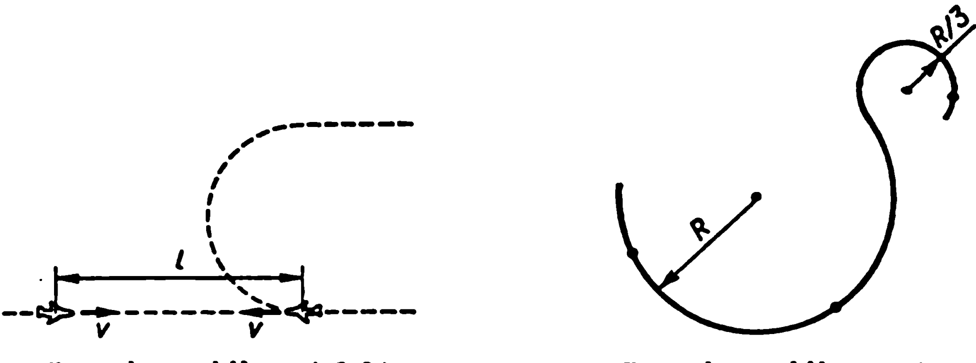
1.3.19*. Quelle vitesse minimale doit avoir une pierre lancée par un garçon pour qu'elle passe au-dessus d'une maison de hauteur H et de longueur L si cette pierre est lancée d'une hauteur h et que le garçon puisse choisir n'importe quel point de lancement?

1.3.20. Déterminer la vitesse et l'accélération que possèdent les points de la surface terrestre à l'équateur et à Léningrad vu que la

Terre est animée d'une rotation diurne. On admet que le rayon de la Terre est de 6400 km. La latitude de Léningrad est de 60°.

1.3.21. A quelle vitesse doit voler un satellite artificiel pour décrire un cercle tout en « tombant » sur la Terre avec une accélération g? On admettra que le rayon de l'orbite $R = 6400$ km et $g = 10$ m/s².

◇ **1.3.22*.** Deux avions animés d'une même vitesse v sont en vol sur une même droite à la rencontre l'un de l'autre. Leur portée de détection limite est égale à l. Un des avions fait un virage à 180°



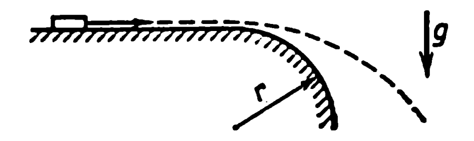
Pour le problème 1.3.22 Pour le problème 1.3.23

après avoir détecté le deuxième, sans changer le module de sa vitesse, et vole parallèlement à celui-ci. Quelle doit être leur accélération constante pour qu'ils se perdent de vue l'un l'autre à la fin du virage?

◇ **1.3.23.** Un petit corps se déplace à une vitesse constante v sur une trajectoire composée de deux arcs de cercle régulièrement raccordés de rayons R et $R/3$. Construire les vecteurs accélération aux points repérés sur la trajectoire.

1.3.24. A un instant où la vitesse d'une particule est égale à 10^6 m/s, son accélération est de 10^4 m/s² et fait un angle de 30° avec la vitesse. De combien augmentera la vitesse durant 10^{-2} s? De quel angle changera la direction de la vitesse? Quelle est à cet instant la vitesse angulaire de rotation du vecteur vitesse?

1.3.25. Un petit mobile se déplace sur un cercle de rayon r avec une vitesse qui croît linéairement avec le temps selon la loi $v = kt$. Exprimer l'accélération totale du mobile en fonction du temps.



Pour le problème 1.3.26

◇ **1.3.26.** Une table horizontale lisse a un bord arrondi de rayon r. A quelle vitesse minimale faut-il mettre en marche sur la table un

petit corps pour que, le bord arrondi une fois atteint, il emprunte une parabole?

1.3.27*. Un réservoir sphérique se trouvant sur terre a un rayon R. Quelle vitesse minimale doit avoir une pierre lancée du sol pour pouvoir dépasser le réservoir en ne touchant que son sommet?

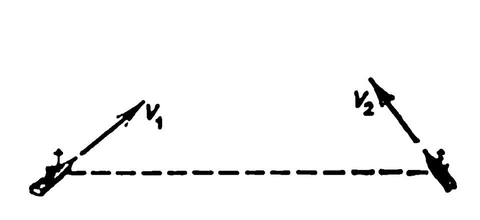
1.3.28. Des projectiles sortent d'un canon à une vitesse initiale de 600 m/s faisant un angle de 30°, 45°, 60° avec l'horizontale. Déterminer le rayon de courbure de la trajectoire des projectiles aux points maximal et initial.

1.3.29. Pour économiser de la place, l'entrée de l'un des ponts les plus hauts du Japon est conçue sous forme d'une hélice s'enroulant autour d'un cylindre de rayon R. La plate-forme de la route fait un angle α avec le plan horizontal. Quelle accélération possède une voiture se déplaçant sur cette route à une vitesse v constante en module?

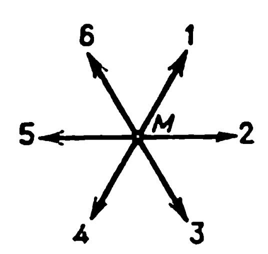
§ 1.4. Transformation de Galilée

◇ **1.4.1.** Les positions initiales et les vitesses de deux vaisseaux sont indiquées sur le dessin. Les vaisseaux se déplacent sans accélération. Comment trouver la distance minimale entre ces vaisseaux?

◇ **1.4.2.** La vitesse de six lièvres libérés par le vieux Mazaï (personnage du poète russe Nékrassov) est représentée sur le dessin dans



Pour le problème 1.4.1



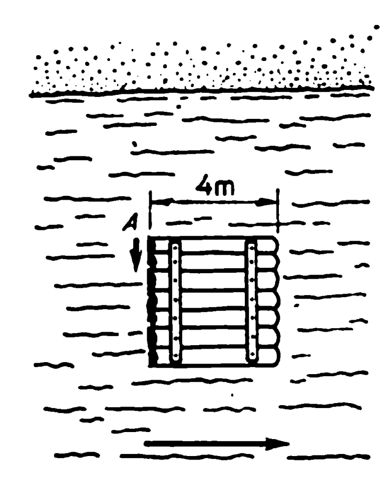
Pour le problème 1.4.2

le référentiel qui est au repos par rapport à Mazaï. Essayer de représenter la vitesse de Mazaï et celle des autres lièvres dans le référentiel au repos par rapport au lièvre *1*.

1.4.3. Une des particules d'un nuage de poussières (particule A) est au repos, tandis que toutes les autres se dispersent, dans des directions différentes à partir de cette première particule, à des vitesses proportionnelles à leurs distances jusqu'à la particule A. Comment sera le mouvement vu par un observateur se déplaçant avec la particule B?

◇ **1.4.4.** A partir du coin A d'un radeau carré un chien saute dans l'eau et nage autour de lui. Dessiner la trajectoire de mouvement du chien par rapport à la rive s'il nage le long des bords du radeau et si sa vitesse par rapport à l'eau est égale à 4/3 de la vitesse d'écoulement de la rivière.

1.4.5. a. Des gouttes de pluie tombent à une vitesse constante v perpendiculaire à la surface de la terre en raison de la résistance qu'oppose l'air à leur chute. Comment faut-il disposer un seau cylindrique se trouvant sur une plate-forme animée d'une vitesse u afin que les gouttes ne tombent pas sur ses parois?

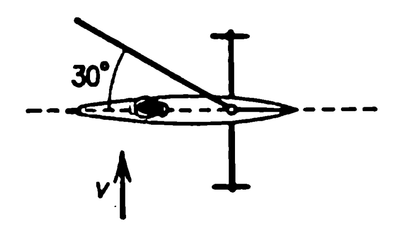


Pour le problème 1.4.4

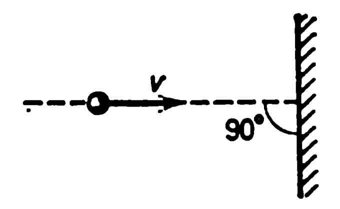
b. Si la vitesse du vent est égale à 10 m/s les gouttes de pluie tombent sous un angle de 30° par rapport à la verticale. Quelle doit être la vitesse du vent pour que les gouttes tombent sous un angle de 45°?

◇ **1.4.6*.** Un traîneau à voile ne peut se déplacer que sur la ligne selon laquelle sont placés ses patins. Le vent souffle à une vitesse v perpendiculaire à la direction du mouvement du traîneau à voile. Quant à la voile, elle fait un angle de 30° avec la direction du mouvement. Quelle est la vitesse que le traîneau à voile ne peut dépasser avec ce vent?

1.4.7*. Quelle sera la durée du vol en ligne droite d'un avion sur le trajet aller et retour Novossibirsk-Moscou si durant tout le temps du vol le vent souffle à une vitesse u sous un angle α par rapport à la voie aérienne? La vitesse de l'avion par rapport à l'air est égale à v et la longueur de la voie aérienne est égale à L. Avec quelle direction du vent la durée du vol sera-t-elle maximale?



Pour le problème 1.4.6



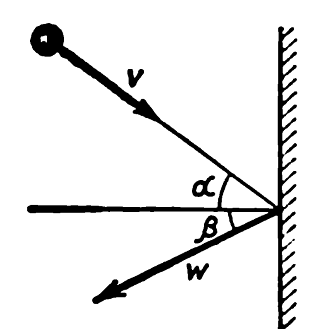
Pour le problème 1.4.8

◇ **1.4.8.** Lors du choc élastique d'un corps contre un mur immobile sa vitesse v ne varie qu'en direction. Déterminer la variation de la vitesse de ce corps après le choc si le mur se déplace: a) à une vitesse u à la rencontre du corps; b) à une vitesse $u < v$ dans le sens du mouvement du corps.

◇ **1.4.9.** Un corps vient frapper un mur à une vitesse v faisant un angle α avec la ligne perpendiculaire au mur. Déterminer la vitesse du corps après le choc élastique si le mur a) est immobile; b) se déplace perpendiculairement à lui-même à une vitesse w à la ren-

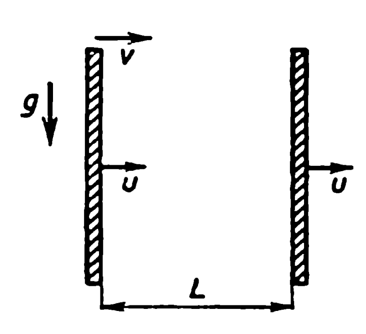
contre du corps ; c) se déplace sous un angle β par rapport à une ligne perpendiculaire à lui-même à une vitesse w à la rencontre du corps.

1.4.10. A l'intérieur d'une sphère de rayon R animée d'une vitesse u se trouve une bille de rayon r qui a une vitesse v perpendiculaire à la vitesse u au moment où elle passe par le centre de la





Pour le problème 1.4.9



Pour le problème 1.4.12

sphère. La masse de la sphère est beaucoup plus grande que celle de la bille. Déterminer la fréquence avec laquelle la bille frappe la paroi de la sphère. Les chocs sont parfaitement élastiques.

1.4.11. Un corps est lâché d'une hauteur h au-dessus d'une plaque. La plaque se déplace verticalement vers le haut à une vitesse u. Déterminer le temps entre deux chocs successifs du corps contre la plaque. Les chocs sont parfaitement élastiques.

◇ **1.4.12.** Un corps pénètre horizontalement à une vitesse v dans l'espace compris entre deux parois verticales se déplaçant à une vitesse u. Déterminer la vitesse du corps après le n-ième choc contre la paroi avant. La distance entre les parois est égale à L. Les chocs sont parfaitement élastiques.

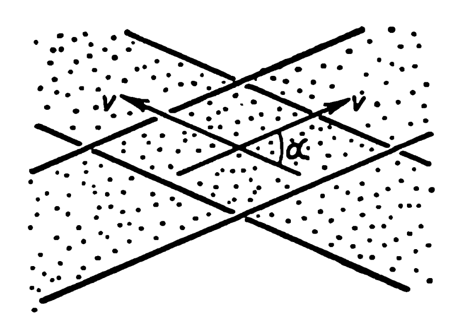
1.4.13. Un engrenage de rayon R est placé entre deux crémaillères parallèles qui se déplacent à des vitesses v_1 et v_2 à la rencontre l'une de l'autre. Quelle est la fréquence de rotation de l'engrenage ?

1.4.14*. Un noyau volant à une vitesse v éclate en deux fragments identiques. Déterminer l'angle maximal possible α formé par la vitesse de l'un des fragments avec le vecteur $\boldsymbol{v}$ si lors de l'éclatement d'un noyau au repos les fragments ont une vitesse $u < v$.

1.4.15*. Soit un faisceau de noyaux identiques se déplaçant à une vitesse v. Les noyaux faisant partie du faisceau éclatent spontanément en paires de fragments identiques. La vitesse des fragments se déplaçant dans la direction du faisceau est égale à $3v$. Trouver la vitesse des fragments se déplaçant dans la direction orthogonale au faisceau.

◇ **1.4.16.** Deux faisceaux de particules se déplaçant à une vitesse v de même module se coupent sous un angle α. Les chocs entre les particules ont lieu dans une région limitée. Passons au référentiel où

les vitesses des particules sont égales en module et de sens contraire. On pourrait penser que la région d'intersection était tout le volume



Pour le problème 1.4.16

de faisceaux et que le nombre de collisions par unité de temps devait donc être plus grand. Expliquer cette contradiction.

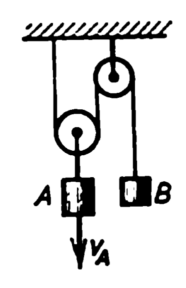
1.4.17. La pluie tombe à pic. La vitesse des gouttes est égale à u. Une balle glisse à une vitesse v sur l'asphalte. De combien de fois le nombre de gouttes tombant sur cette balle sera-t-il plus grand que le nombre de gouttes tombant sur une balle analogue, mais immobile durant un même intervalle de temps? La réponse changera-t-elle si la balle n'est pas ronde?

1.4.18*. Un garçon qui sait nager à une vitesse deux fois inférieure à la vitesse d'écoulement d'un fleuve veut le traverser à la nage de façon qu'il soit emporté le moins loin possible en aval. Sous quel angle par rapport au bord doit-il nager? A quelle distance sera-t-il emporté par le flot si la largeur du fleuve est de 200 m?

§ 1.5. Mouvement lié

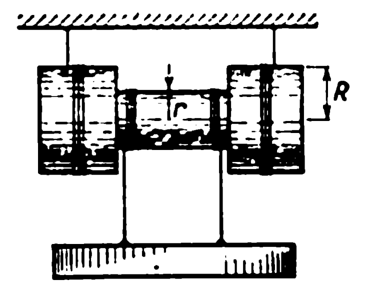
◇ **1.5.1.** La vitesse du poids A est égale à v_A. Quelle est la vitesse du poids B?

◇ **1.5.2.** La vitesse angulaire d'une bobine est égale à ω, le rayon du cylindre intérieur est égal à r et le rayon des cylindres extérieurs





Pour le problème 1.5.1

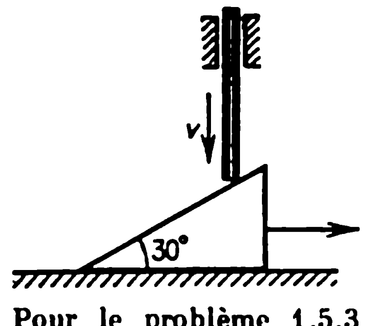


Pour le problème 1.5.2

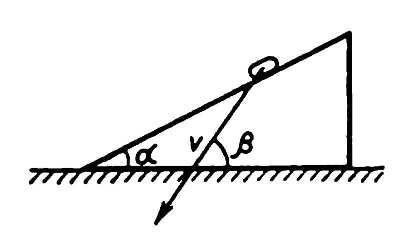
est égal à R. Quelles sont les vitesses de l'axe de la bobine et du poids par rapport à la terre?

◇ **1.5.3.** Un coin ayant un angle de 30° repose sur un plan horizontal. Une barre verticale qui descend à une vitesse v le fait glisser sur ce plan. Quelle est la vitesse du coin?

1.5.4. Une pièce de monnaie repose sur un coin d'angle α. Avec quelle accélération minimale doit se déplacer le coin sur le plan horizontal pour que la monnaie tombe en chute libre vers le bas?



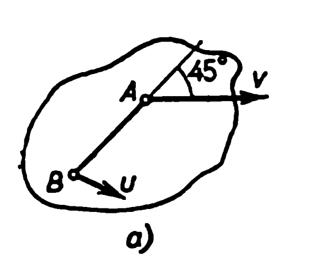
Pour le problème 1.5.3

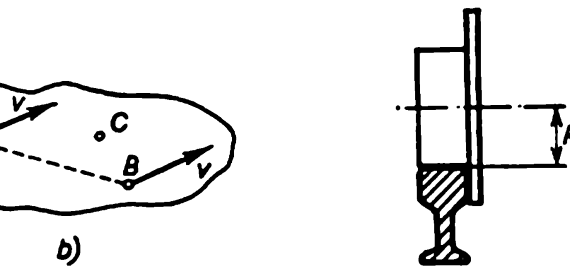


Pour le problème 1.5.5

◇ **1.5.5*.** La vitesse d'une pièce de monnaie glissant sur le coin est représentée sur le dessin. Trouver graphiquement la vitesse du coin.

1.5.6. Un corps solide plat tourne autour d'un axe perpendiculaire à son plan. Les coordonnées de la position initiale des points





Pour le problème 1.5.7

Pour le problème 1.5.8

A et B de ce corps sont (—1, 2) et (3, 1) et celles de la position finale (—3, 1) et (—2, —3). Trouver les coordonnées de l'axe de rotation par construction graphique.

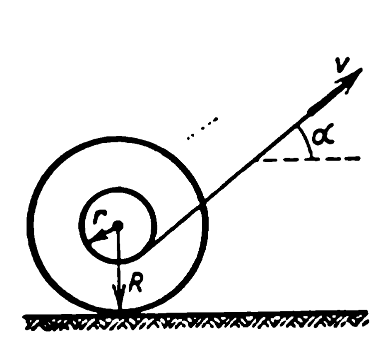
◇ **1.5.7.** a. La vitesse du point A d'un corps solide est égale à v et fait un angle de 45° avec la direction de la droite AB. La vitesse du point B de ce corps est égale à u. Déterminer la projection de la vitesse du point B sur la direction de AB.

b. Les vitesses des points A et B d'un corps solide sont égales à v. La vitesse du point C situé dans le plan de la droite AB et du vecteur v est égale à $u > v$. Trouver la projection de la vitesse du point C sur l'axe perpendiculaire au plan indiqué.

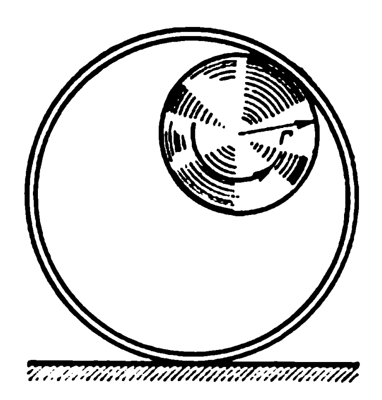
◇ **1.5.8.** Construire les trajectoires des points d'une roue roulant sans glissement sur un rail. Considérer les cas où les points sont situés à une distance $r > R$, $r = R$, $r < R$ à partir de l'axe de la roue.

Trouver l'accélération de ces points si cet axe se déplace à une vitesse constante v. Trouver le rayon de courbure de la trajectoire du point se trouvant en positions supérieure et inférieure à une distance $r \neq R$ de l'axe de la roue.

◇ **1.5.9*.** On tire sur un fil enroulé autour de l'axe d'une bobine à une vitesse v formant un angle α avec l'horizontale. La bobine roule sans glissement sur un plan horizontal. Trouver la vitesse de l'axe



Pour le problème 1.5.9



Pour le problème 1.5.10

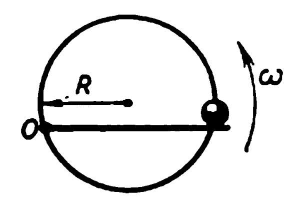
et la vitesse angulaire de rotation de la bobine. Sous quels angles α l'axe se déplace-t-il vers la droite ? Vers la gauche ? Le fil est si long que l'angle α ne varie pas lors du mouvement.

◇ **1.5.10.** Une roue de rayon r se déplace sans glissement sur la surface intérieure d'un cylindre fixe de rayon $2r$. Trouver la trajectoire d'un point de la jante de la roue.

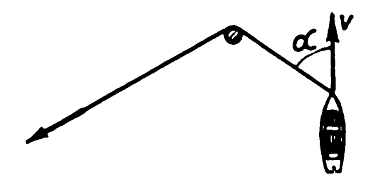
1.5.11. a. La Lune montre à la Terre toujours la même face. Combien de tours fait-elle autour de son axe pendant une révolution autour de la Terre ?

b. De combien le jour sidéral est-il en moyenne plus court que le jour solaire ? La durée d'une révolution de la Terre autour du Soleil est égale à 365,25 jours solaires.

◇ **1.5.12.** Une perle peut se déplacer sur un anneau de rayon R, étant poussée par une aiguille à tricoter qui tourne régulièrement



Pour le problème 1.5.12

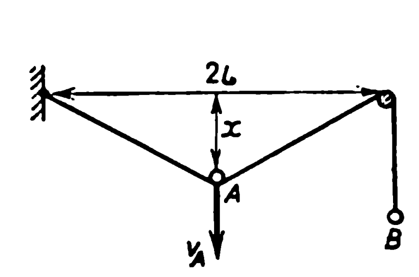


Pour le problème 1.5.13

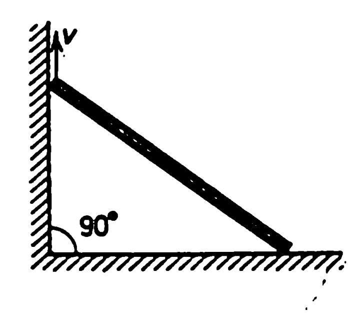
avec une vitesse angulaire ω dans le plan de l'anneau. L'axe de rotation de l'aiguille se trouve sur l'anneau. Déterminer l'accélération de cette perle.

◇ **1.5.13.** On tire sur une extrémité libre de la corde attachée à un canot de façon qu'elle ne fasse pas de flèche. Le canot se déplace à une vitesse constante v faisant à un certain instant un angle α avec un morceau de corde se trouvant entre lui et le poteau. A quelle vitesse faut-il tirer à ce moment-là sur l'extrémité libre de la corde?

1.5.14*. Quatre tortues se trouvent aux sommets d'un carré de côté a. Elles commencent simultanément à se déplacer à une vi-



Pour le problème 1.5.15

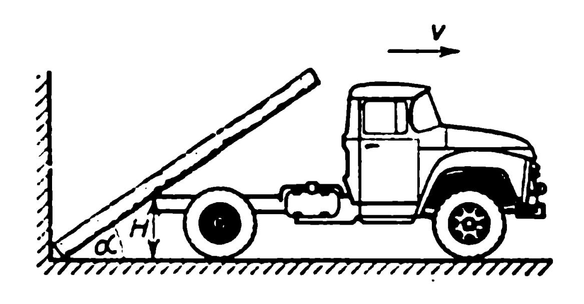


Pour le problème 1.5.16

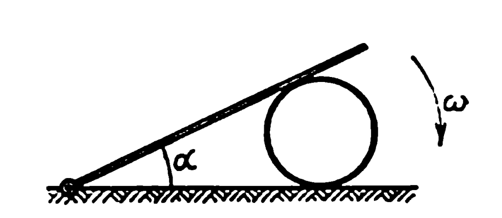
tesse v constante en module. Chaque tortue se déplace vers sa voisine dans le sens des aiguilles d'une montre. Où se rencontreront les tortues et au bout de quel temps?

◇ **1.5.15.** Construire le graphique approché représentant la variation de la vitesse du point B en fonction du temps si la vitesse v_A du point A est constante. Trouver la formule de cette dépendance si $x(0) = 0$.

◇ **1.5.16.** Une tige s'appuie par ses extrémités sur les côtés d'un angle droit. L'extrémité supérieure de la tige est soulevée à une vitesse v. Exprimer la vitesse de son extrémité inférieure en fonction



Pour le problème 1.5.17



Pour le problème 1.5.18

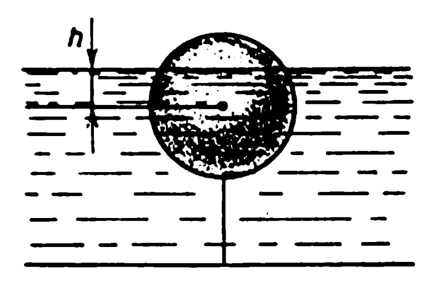
du temps. Prendre pour origine des temps l'instant où l'extrémité supérieure se trouve au sommet de l'angle. La longueur de la tige est égale à L.

◇ **1.5.17.** Un rondin s'appuie, par son extrémité inférieure, à un angle que forment le sol et le mur et touche le bord d'un camion à une hauteur H du sol. Trouver la vitesse angulaire du rondin en

fonction de l'angle α qu'il fait avec l'horizontale si le camion s'éloigne du mur à une vitesse v.

◇ **1.5.18*.** Une tige dont l'une des extrémités est articulée sur le plan horizontal repose sur un cylindre. La vitesse angulaire de la tige est égale à ω. Il n'y a pas de glissement entre le cylindre et le plan. Exprimer la vitesse angulaire du cylindre en fonction de l'angle α que fait la tige avec le plan.

◇ **1.5.19.** Une bouée sphérique de rayon R est attachée au fond d'un réservoir. Le niveau d'eau dans le réservoir s'élève à une vitesse u.



Pour le problème 1.5.19

Quelle est la vitesse de déplacement de la limite de la partie immergée de la bouée à sa surface au moment où le niveau d'eau se trouve de h au-dessus du centre de la bouée?

1.5.20. La durée d'écoute d'une bobine de bande magnétique est égale à t, la vitesse de défilement de la bande étant égale à v. Le rayon initial de la bobine (avec bande) est égal à R et le rayon final (sans bande) à r. Quelle est l'épaisseur de la bande?

CHAPITRE 2

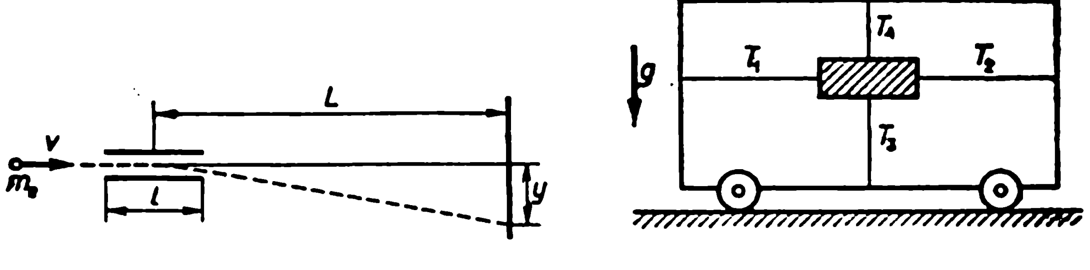
DYNAMIQUE

§ 2.1. Lois de Newton

2.1.1. Selon des renseignements dignes de foi, le baron Münchhausen qui s'était, un jour, enfoncé dans un marais s'est tiré par les cheveux. Quelles lois de la physique a su violer le baron?

2.1.2. Un palet glisse sur une glace et s'arrête au bout d'un temps $t = 5$ s après avoir été propulsé par une crosse de hockey à une distance $l = 20$ m. La masse du palet $m = 100$ g. Déterminer la force de frottement agissant sur le palet.

◇ **2.1.3.** Des électrons se trouvant dans un tube cathodique et ayant une vitesse horizontale initiale v pénètrent dans la région d'un champ



Pour le problème 2.1.3 Pour le problème 2.1.4

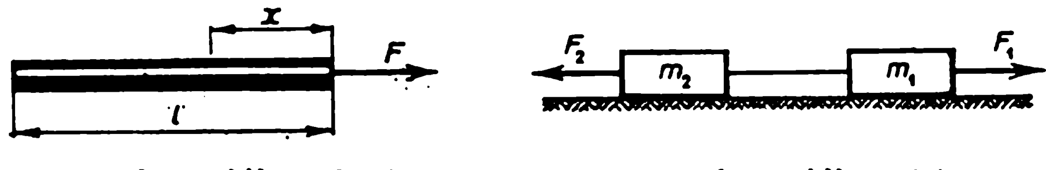
électrique de longueur l où ils subissent une force verticale exercée par les plaques chargées de déviation. Quelle est la valeur de cette force si les électrons tombant sur l'écran sont décalés d'une distance y par rapport au cas des plaques non chargées? L'écran se trouve à une distance L du centre de la région d'action de la force électrique. La masse de l'électron est m_e.

◇ **2.1.4.** Un corps pesant est fixé sur un chariot par quatre fils tendus. La force de tension des fils horizontaux est égale respectivement à T_1 et T_2 et celle des fils verticaux, à T_3 et T_4. Avec quelle accélération se déplace le chariot sur le plan horizontal?

◇ **2.1.5.** Quelle est la force qui agit dans la section droite d'une tige homogène de longueur l à une distance x de l'extrémité à laquelle est appliquée une force F dirigée le long de la tige?

◇ **2.1.6.** Deux corps de masses m_1 et m_2 sont liés par un fil supportant une force de tension T. Les corps sont assujettis à des forces

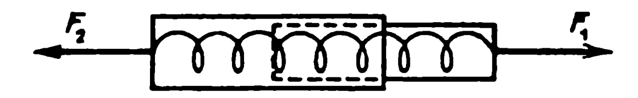
$F_1 = \alpha t$ et $F_2 = 2\alpha t$, où α est un coefficient constant ayant une dimension, t le temps d'action de la force. Déterminer le moment où le fil sera rompu.



Pour le problème 2.1.5 Pour le problème 2.1.6

2.1.7. Pour mesurer la masse d'un astronaute se trouvant dans une station orbitale on se sert d'un siège mobile de masse connue m_0 fixé à un ressort. Pour une même déformation (compression) initiale du ressort le siège vide revient à sa position initiale au bout du temps t_0 et si le siège est occupé par l'astronaute, au bout du temps $t > t_0$. Quelle est la masse de l'astronaute?

◇ **2.1.8.** Un dynamomètre se compose de deux cylindres reliés par un ressort léger. Trouver le rapport des masses de ces cylindres si le



Pour le problème 2.1.8

dynamomètre indique la force F lorsque ces cylindres sont assujettis aux forces F_1 et F_2.

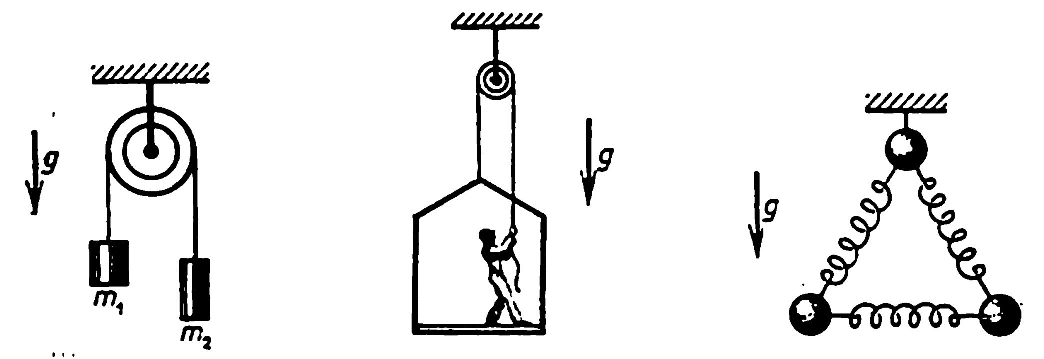
2.1.9. Pour essayer un matériel quelconque dans des conditions d'apesanteur un container est lancé vers le haut par un dispositif pneumatique à piston situé au fond d'un puits à vide. Le piston agit sur le container au cours du temps Δt avec une force $F = nmg$, où m est la masse du container avec le matériel, et ensuite il est enlevé. Au bout de quel temps le container retombe-t-il au fond du puits? Quel est le temps de séjour du matériel à l'état d'apesanteur si $\Delta t =$ $= 0{,}04$ s et $n = 125$?

2.1.10. Pour être prêts à travailler dans des conditions d'apesanteur des astronautes munis de scaphandres s'entraînent au vol dans l'eau, la force de pesanteur s'exerçant sur eux étant alors équilibrée par la force de poussée. Où est la différence entre cette « apesanteur » et la vraie apesanteur?

◇ **2.1.11.** Trouver l'accélération des poids et les forces de tension des fils dans le système représenté par le dessin. La poulie et les fils sont impondérables, le frottement est absent.

◇ **2.1.12.** Un peintre en bâtiment travaille dans un berceau. Il a besoin d'être remonté d'urgence. Il commence à tirer sur la corde avec une telle force que la force de sa pression sur le plancher du ber-

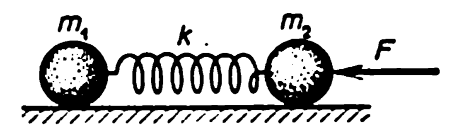
ceau diminue jusqu'à 400 N. La masse du berceau est égale à 12 kg et la masse du peintre, à 72 kg. Quelle est l'accélération du berceau ?



Pour le problème 2.1.11 Pour le problème 2.1.12 Pour le problème 2.1.13

◇ **2.1.13.** Un système de trois boules identiques, liées entre elles par des ressorts identiques, est suspendu à un fil. Le fil est brûlé. Trouver les accélérations des boules une fois le fil brûlé.

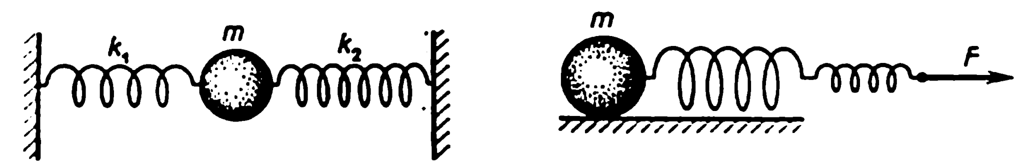
◇ **2.1.14.** Deux corps de masses m_1 et m_2 sont reliés par un ressort de raideur k. Le corps de masse m_2 subit une action d'une force constante F dirigée le long du ressort vers le corps de masse m_1. Trouver



Pour le problème 2.1.14

la compression du ressort s'il n'y a pas d'autres forces extérieures et si les oscillations ont déjà cessé. Quelle sera l'accélération des corps dès que la force F aura cessé d'agir ?

◇ **2.1.15.** Un corps de masse m est relié par deux ressorts de raideurs k_1 et k_2 à des parois fixes ; initialement les ressorts ne sont pas dé-

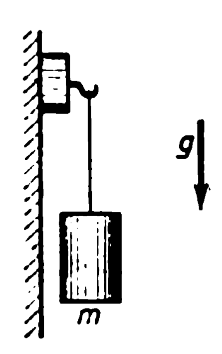


Pour le problème 2.1.15 Pour le problème 2.1.16

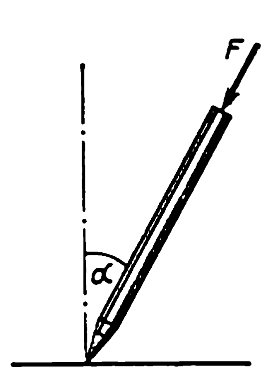
formés. Après l'apparition des vibrations l'accélération maximale du corps est égale à a. Trouver la déviation maximale du corps par rapport à sa position d'équilibre et les forces maximales que les ressorts exercent sur les parois.

◇ **2.1.16.** Un corps de masse m est fixé à deux ressorts de raideurs k_1 et k_2 mis bout à bout. Une force constante F est appliquée à l'extrémité libre de la chaîne de ressorts. Quel est l'allongement total des ressorts si leurs oscillations ont déjà cessé ?

◇ **2.1.17.** Un aimant léger, muni d'un crochet, est placé sur une plaque verticale en acier et reste immobile tant que le corps pesant accroché à cet aimant ne dépasse pas en masse m_0. Quelle est la force




Pour le problème 2.1.17

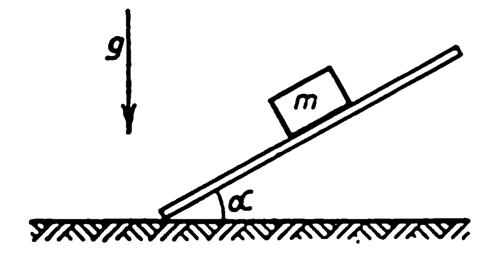


Pour le problème 2.1.19

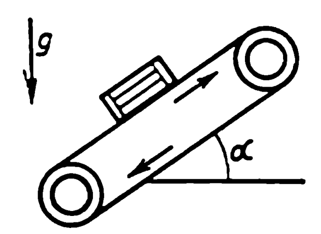
magnétique si le coefficient de frottement de l'aimant sur l'acier est égal à μ? Avec quelle accélération glisse la suspension magnétique si la masse du corps pesant $m > m_0$?

2.1.18. Un corps reposant sur un plan horizontal est tiré par un fil dans le sens horizontal. Dessiner le graphique de variation de la force de frottement exercée sur le corps par le plan en fonction de la force de tension du fil. Le corps est initialement immobile. La masse du corps est égale à 10 kg, le coefficient de frottement est de 0,51.

◇ **2.1.19.** En pressant, avec un doigt, sur un stylo qui s'appuie sur une surface solide et en l'inclinant simultanément, le stylo suivra docilement le doigt de la main tant qu'il formera un petit angle avec une perpendiculaire à cette surface. Dès que l'angle d'inclinaison du stylo dépassera une certaine valeur maximale α_{max}, il glissera du dessous du doigt quelle que soit la force de pression exercée sur lui. Faire cette expérience et évaluer le coefficient de frottement entre la bille du stylo et sa surface d'appui.



Pour le problème 2.1.20



Pour le problème 2.1.21

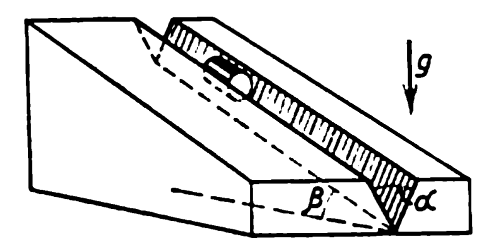
◇ **2.1.20.** Une barre de masse m repose sur une planche horizontale. On incline lentement la planche. Exprimer la force de frottement qui s'exerce sur la barre en fonction de l'angle d'inclinaison α de la planche. Le coefficient de frottement est μ.

◇ **2.1.21.** Un monte-charge à ruban fait un angle α avec l'horizontale. Avec quelle accélération maximale peut être montée une caisse se trouvant sur ce monte-charge si le coefficient de frottement est égal à μ? Le ruban ne s'incurve pas.

2.1.22. Au bout de combien de temps la vitesse d'un corps lancé vers le haut d'un plan incliné à une vitesse v, sera de nouveau égale à v? Le coefficient de frottement est égal à μ, l'angle formé par le plan avec l'horizontale est égal à α, $\operatorname{tg}\alpha > \mu$.

2.1.23. Un corps de masse m reposant sur un plan horizontal est soumis à l'action d'une force F qui fait un angle α avec l'horizontale. Le coefficient de frottement est égal à μ. Trouver l'accélération du corps s'il ne se détache pas du plan.

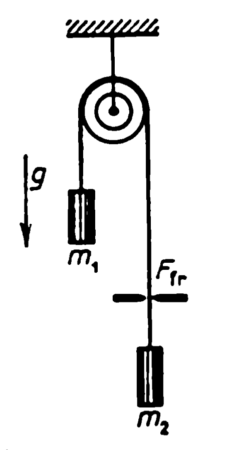
◇ **2.1.24.** Un cylindre glisse sur une goulotte ayant la forme d'un dièdre d'ouverture α. L'arête du dièdre est inclinée d'un angle β



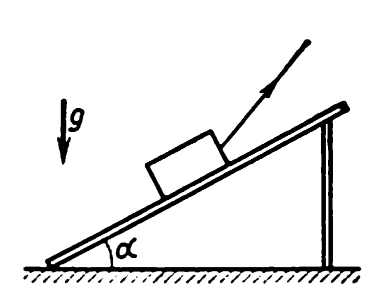
Pour le problème 2.1.24

par rapport à l'horizontale. Les plans du dièdre font des angles égaux avec l'horizontale. Déterminer l'accélération du cylindre. Le coefficient de frottement entre le cylindre et la surface de la goulotte est égal à μ.

◇ **2.1.25.** Un fil passant sur une poulie, dont l'axe est fixe, passe à travers une fente. Deux poids de masses m_1 et m_2 sont suspendus aux




Pour le problème 2.1.25



Pour le problème 2.1.26

extrémités du fil. Déterminer les accélérations de ces deux poids si le fil en mouvement est assujetti à une force de frottement constante F_{fr} exercée par la fente.

◇ **2.1.26*.** On tire sur une corde attachée à une caisse qui se trouve sur une rampe en bois dont l'angle avec l'horizontale est α. Le coefficient de frottement de la caisse sur la rampe est égal à μ. Sous quel angle par rapport à l'horizontale faut-il tirer sur la corde pour que l'effort dépensé à cet effet soit minimal?

◇ **2.1.27*.** En restant sur place un homme de masse m_1 tire sur une corde attachée à un poids de masse m_2. Le coefficient de frottement sur un plan horizontal est égal à μ. A partir de quelle force de tension



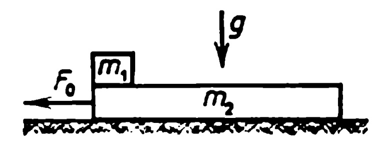
Pour le problème 2.1.27

cet homme peut-il commencer à déplacer le poids? Sous quel angle, par rapport au plan horizontal, doit être dirigée la corde?

2.1.28. Sur une section de chaussée glacée le coefficient de frottement entre les roues et la route est dix fois plus petit que sur une route non glacée. De combien de fois faut-il diminuer la vitesse d'une voiture pour que la distance de freinage sur cette section de chaussée glacée reste la même?

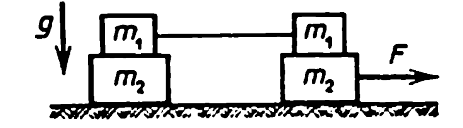
2.1.29. Une puissante voiture atteint, au démarrage, la vitesse de 72 km/h au bout de 5 s. Trouver le coefficient de frottement entre les roues et la route. Quelle sera, à cette vitesse, sa distance de freinage minimale?

◇ **2.1.30*.** Un corps de masse m_1 repose sur une planche de masse m_2 se trouvant sur un plan horizontal lisse. Le coefficient de frottement entre ce corps et la planche est égal à μ.





Pour le problème 2.1.30



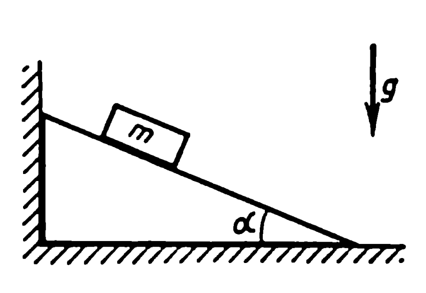
Pour le problème 2.1.31

a. Quelle force faut-il appliquer à la planche pour que le corps glisse de cette dernière? Au bout de combien de temps le corps glissera-t-il de la planche de longueur l qui est soumise à la force F_0?

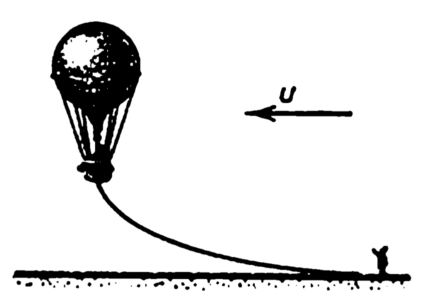
b. Avec quelle accélération se déplacent le corps et la planche si la force F_0 est appliquée au corps de masse m_1?

◇ **2.1.31.** Le système de poids représenté sur le dessin repose sur une table horizontale lisse. Le corps inférieur de droite est tiré le long de la table avec une force F, comme indiqué sur le dessin. Le coefficient de frottement entre les poids de masses m_1 et m_2 est égal à μ. Trouver l'accélération de tous les poids du système.

◇ **2.1.32.** Déterminer la force exercée sur une paroi verticale par un coin sur lequel repose un corps de masse m. L'angle adjacent à la base du coin est égal à α. Le coefficient de frottement entre le corps et la surface du coin est égal à μ. Le frottement entre le plancher et le coin est absent.



Pour le problème 2.1.32



Pour le problème 2.1.35

2.1.33. Pourquoi la vitesse des gouttes de pluie dépend-elle fortement de leurs dimensions et non pas de l'altitude à laquelle se trouvent les nuages?

2.1.34. La résistance que l'air oppose au mouvement d'un cycliste est proportionnelle au carré de la vitesse du cycliste: $f = \alpha v^2$. La vitesse maximale du cycliste est d'environ 20 m/s sur une route horizontale. Evaluer le coefficient de proportionnalité α si la masse du cycliste avec la machine est de 70 kg et le coefficient de frottement entre les roues et la route est de 0,4.

◇ **2.1.35*.** La masse d'un ballon sphérique avec un câble traînant à terre est égale à m; la force de poussée agissant sur le ballon est égale à F; le coefficient de frottement du câble sur la terre est égal à μ. La résistance que l'air oppose au mouvement du ballon est proportionnelle au carré de la vitesse du ballon par rapport à l'air: $f = \alpha v^2$. Trouver la vitesse du ballon par rapport à la terre si la vitesse du vent horizontal est égale à u.

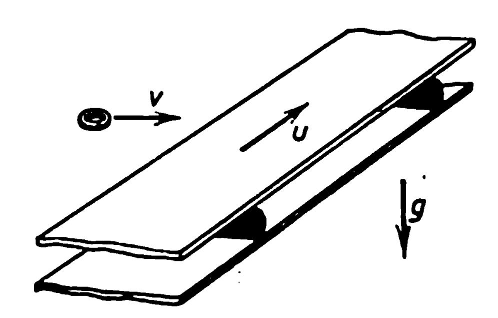
2.1.36*. La vitesse d'un corps de masse m au sein d'un liquide visqueux décroît avec l'espace parcouru l selon la loi $v = v_0 - \beta l$, où v_0 est la vitesse initiale et β un coefficient constant. Comment varie la force de frottement visqueux que le liquide exerce sur le corps en fonction de la vitesse de ce dernier?

2.1.37. La force de résistance que l'air oppose au mouvement des gouttes de pluie est proportionnelle au produit du carré de la vitesse

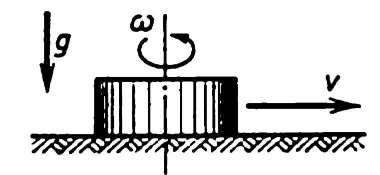
des gouttes par le carré de leur rayon : $f = A\rho_0 r^2 v^2$, où $\rho_0 \approx 1{,}3$ kg/m³ est la masse volumique de l'air et le coefficient sans dimension A est de l'ordre de 1 pour des gouttes sphériques. Quelles gouttes, grandes ou petites, arrivent à la terre avec une plus grande vitesse? Evaluer la vitesse d'une goutte de rayon $r = 1$ mm quand elle tombe d'une grande altitude.

2.1.38. La résistance que l'air oppose au mouvement des gouttes de brouillard est proportionnelle au produit du rayon par la vitesse : $f = \gamma r v$. Les gouttes de rayon $r = 0{,}1$ mm tombant d'une grande altitude ont une vitesse d'environ 1 m/s près de la terre. Quelle est la vitesse des gouttes dont le rayon est deux fois plus petit ? Et dix fois plus petit ?

2.1.39*. La résistance d'un liquide ou d'un gaz proportionnelle au carré de la vitesse d'un corps mobile est liée à la formation des tourbillons au sein d'un milieu se trouvant près de la surface de ce corps. La résistance proportionnelle à la vitesse du corps mobile est liée au glissement des couches du milieu au sein duquel se trouve ce corps. Les deux phénomènes ont lieu simultanément. Pourquoi, dans telle ou telle condition, ne peut-on néanmoins prendre en compte



Pour le problème 2.1.40



Pour le problème 2.1.41

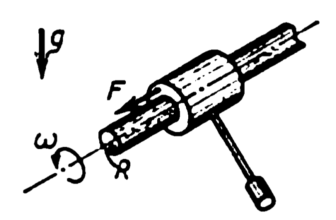
qu'un seul type de résistance ? D'après les données des deux problèmes précédents évaluer la valeur du produit du rayon d'une goutte sphérique par sa vitesse pour laquelle les deux types de résistance de l'air sont comparables quant à leur action sur le mouvement de la goutte.

◇ **2.1.40.** Une bande transporteuse horizontale se déplace à une vitesse u. Une rondelle dont la vitesse initiale v est orthogonale au bord de la bande tombe sur cette dernière suivant la tangente à la bande. Trouver la largeur maximale de la bande dont la rondelle atteint le bord si le coefficient de frottement entre la rondelle et la bande est égal à μ.

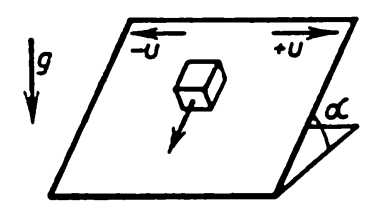
◇ **2.1.41.** Dire laquelle des rondelles, tournant ou non autour de son axe, parcourt le plus grand trajet avant de s'arrêter sur une surface horizontale rugueuse. Les centres des rondelles ont une même vitesse initiale.

2.1.42. Pourquoi est-il plus facile de retirer un clou solidement enfoncé dans le bois en le faisant tourner en même temps autour de son axe?

◇ 2.1.43*. Un axe horizontal de rayon R qui tourne à une vitesse angulaire ω est serti par une douille munie d'un contre-poids pour éviter sa rotation lors du déplacement le long de l'axe. Déterminer la



Pour le problème 2.1.43



Pour le problème 2.1.44

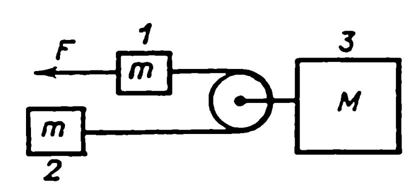
vitesse uniforme de la douille sollicitée par une force F appliquée le long de son axe. La force de frottement maximale de l'axe sur la douille $F_{fr} > F$.

◇ 2.1.44*. Déterminer la vitesse stabilisée d'un corps reposant sur un plan incliné dont la vitesse u change fréquemment de sens. Le sens de mouvement du plan est indiqué sur le dessin. Le coefficient de frottement est μ, l'angle d'inclinaison du plan est α, $\operatorname{tg}\alpha < \mu$.

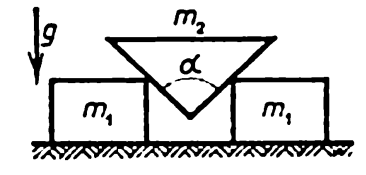
2.1.45*. Une pièce de monnaie repose sur un plan dont la tangente de l'angle d'inclinaison est égale au coefficient de frottement. La monnaie est lancée à une vitesse v dans le sens horizontal le long du plan. Trouver la vitesse stabilisée de la monnaie.

2.1.46. Deux corps de même masse liés par un fil glissent sur un plan incliné. La force de tension du fil est égale à T. Le frottement entre un des corps et la planche est absent. Déterminer la force de frottement entre la planche et l'autre corps.

◇ 2.1.47*. Trouver l'accélération des corps du système représenté sur le dessin. Une force F est appliquée dans le sens du fil à l'un des



Pour le problème 2.1.47



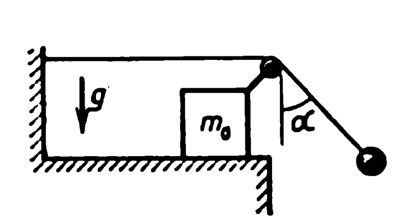
Pour le problème 2.1.48

corps de masse m. Les brins de fil se trouvant de part et d'autre d'une poulie légère fixée au corps de masse M, sont parallèles.

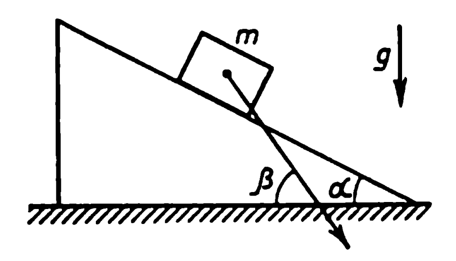
◇ 2.1.48. Entre deux barres lisses identiques de même masse m_1 est introduit un coin de masse m_2 et d'angle au sommet α. Déterminer l'accélération des corps.

◇ **2.1.49*.** Une charge est attachée à l'extrémité libre d'un fil fixé au mur et passant sur un galet. Ce dernier est fixé à une barre de masse m_0 pouvant glisser sans frottement sur un plan horizontal. A l'instant initial on écarte le fil avec la charge d'un angle α par rapport à la verticale et on l'abandonne à lui-même. Déterminer l'accélération de la barre si l'angle que fait le fil avec la verticale ne varie pas lors du mouvement du système. Quelle est la masse de la charge?

◇ **2.1.50.** Un coin dont l'angle adjacent à la base est égal à α repose sur un plan horizontal lisse. Un corps de masse m placé sur le coin descend avec une accélération qui fait un angle $\beta > \alpha$ avec l'horizontale. Déterminer la masse du coin.

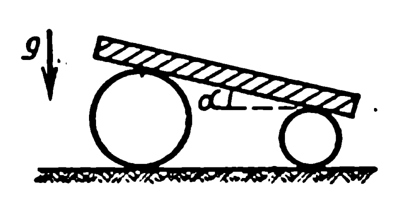


Pour le problème 2.1.49

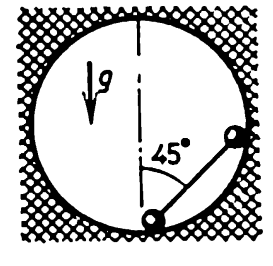


Pour le problème 2.1.50

◇ **2.1.51*.** Une plaque lourde repose sur deux rouleaux de rayons différents. Elle fait un angle α avec l'horizontale. Trouver l'accélération de cette plaque. Il n'y a pas de glissement. On négligera la masse des rouleaux.



Pour le problème 2.1.51



Pour le problème 2.1.53

2.1.52. Les accélérations de deux étoiles faisant partie d'une étoile double sont égales à a_1 et a_2. Quelle est la masse de la deuxième étoile si la masse de la première est égale à m_1?

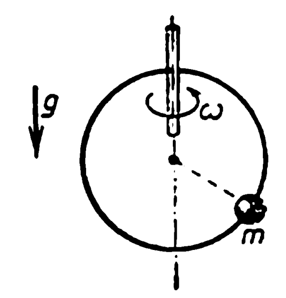
◇ **2.1.53.** Un haltère (deux billes de même masse m reliées par une tige impondérable) est placé dans une cavité sphérique, comme représenté sur le dessin. Déterminer la force de pression des billes sur les parois immédiatement après que l'haltère ait été lâché. Le rayon des billes de l'haltère est beaucoup plus petit que celui de la sphère.

2.1.54. Des électrons se déplaçant sur un cercle de n'importe quel rayon autour d'un fil chargé sont animés d'une vitesse v. La masse de l'électron est égale à m_e. Comment varie la force que le fil exerce sur un électron en fonction de la distance entre l'électron et le fil ? Décrire qualitativement le tronçon initial de la trajectoire décrite par l'électron si lors du mouvement sur le cercle sa vitesse devient légèrement inférieure à v; légèrement supérieure à v.

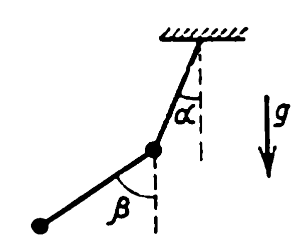
2.1.55. Deux billes, chacune de masse m, sont liées par un fil de longueur l et se déplacent à une vitesse v sur une table horizontale perpendiculairement au fil qui les relie (le fil ne fait pas de flèche). Le milieu du fil accroche un clou. Quelle sera la force de tension du fil immédiatement après cet événement ?

2.1.56. Un corps de masse M est lié par un fil de longueur l à un axe autour duquel il tourne à une vitesse angulaire ω. Trouver la force de tension du fil. Les dimensions du corps sont petites, la force de pesanteur est à négliger. Remplacer le fil par une corde homogène de masse m et trouver sa force de tension à une distance x de l'axe de rotation.

◇ **2.1.57.** Une petite perle est enfilée sur un anneau lisse en fil métallique de rayon R, qui se trouve en position verticale. Cet



Pour le problème 2.1.57



Pour le problème 2.1.58

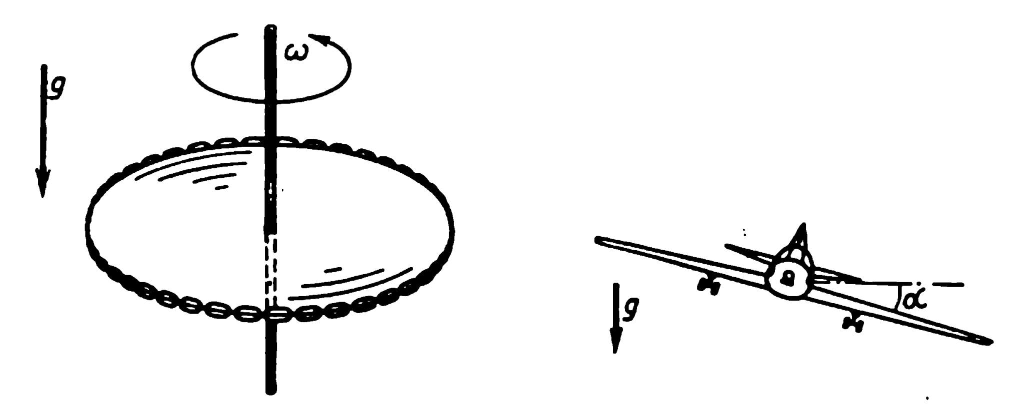
anneau tourne à une vitesse angulaire ω autour de l'axe vertical passant par le diamètre de l'anneau. Où se trouve la perle ?

◇ **2.1.58.** A une lourde bille suspendue à un fil de longueur l est attachée une autre lourde bille suspendue, elle aussi, à un fil de même longueur. Lorsque les billes tournent autour de l'axe vertical, qui passe par le point de suspension supérieur, les deux fils se trouvent dans un même plan et font avec la verticale des angles constants α et β. Trouver la vitesse angulaire de rotation des billes.

2.1.59. Un poids de masse m fixé à un axe par un ressort de raideur k tourne autour de cet axe sur un cercle de rayon R à une vitesse angulaire ω. Quelle est la longueur du ressort non déformé ?

2.1.60*. On prépare un anneau de rayon R_0 avec un mince toron en caoutchouc de masse m et de rigidité k. Cet anneau est mis en rotation autour de son axe. Trouver le nouveau rayon de l'anneau sachant qu'il tourne à une vitesse angulaire ω.

◇ **2.1.61***. Une chaînette en anneau de masse m est enfilée sur un disque horizontal de rayon R. La force de tension de la chaînette enfilée est égale à T. Trouver le coefficient de frottement entre le



Pour le problème 2.1.61 Pour le problème 2.1.62

disque et la chaînette sachant que cette dernière tombe du disque s'il tourne à une vitesse angulaire égale ou supérieure à ω.

◇ **2.1.62.** Un avion amorce un virage en se déplaçant sur un cercle horizontal de rayon R à une vitesse constante v. Quel angle fait le plan des ailes de l'avion avec l'horizontale?

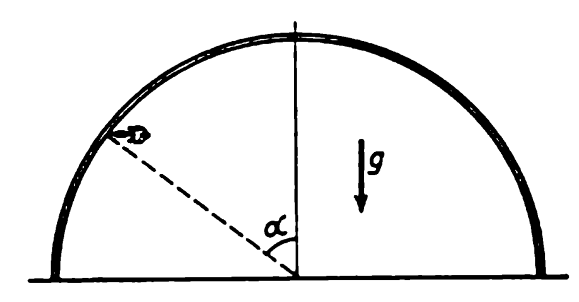
2.1.63. Un disque horizontal est mis en rotation autour de son axe à une vitesse angulaire $\omega = \varepsilon t$ qui croît linéairement avec le temps. Quelle doit être la vitesse angulaire pour qu'un corps disposé à une distance r de l'axe du disque commence à glisser de ce dernier, sachant que le coefficient de frottement entre eux est égal à μ?

2.1.64. A quelle vitesse maximale peut rouler sur un plan horizontal un motocycliste en décrivant un cercle de rayon R, si le coefficient de frottement est égal à μ? De quel angle doit-il s'écarter de la verticale? De combien de fois augmente la vitesse maximale admissible du motocycliste s'il se déplace sur une piste inclinée d'un angle α sur l'horizontale par rapport à la vitesse maximale admissible sur une piste horizontale, le rayon de virage et le coefficient de frottement étant les mêmes?

2.1.65*. Un patineur se déplaçant sur une piste de glace cherche à passer un virage le plus près possible du bord intérieur. Au contraire, un cycliste roulant sur une piste passe un virage le plus loin possible du bord intérieur. Comment expliquer cette différence dans la tactique de passage du virage? A noter que le profil d'une piste cycliste est plus raide à mesure qu'on s'éloigne de son bord intérieur.

◇ **2.1.66***. Dans un numéro de cirque, un motocycliste se déplace sur la surface intérieure d'une sphère de rayon R. En prenant son élan il commence à décrire un cercle horizontal dans l'hémisphère supérieure. Ensuite, pour accroître cet effet, on enlève l'hémisphère inférieure. Déterminer la vitesse minimale du motocycliste, sachant

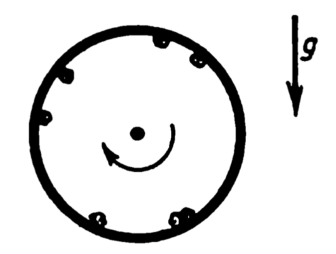
que le coefficient de frottement des pneux sur la surface de la sphère est égal à μ et l'angle compris entre la verticale et la direction vers le motocycliste à partir du centre de la sphère est égal à α. Pour



Pour le problème 2.1.66

$R = 5$ m, $\mu = 0,5$, trouver la valeur minimale de la vitesse à laquelle le motocycliste peut se déplacer circulairement dans l'hémisphère supérieure.

◇ **2.1.67*.** A quelle vitesse angulaire doit tourner autour de son axe un cylindre horizontalement disposé pour éviter que les petites



Pour le problème 2.1.67

particules se trouvant à l'intérieur ne glissent de sa surface? Le coefficient de frottement entre la surface du cylindre et les particules est égal à 1, le rayon intérieur du cylindre est R.

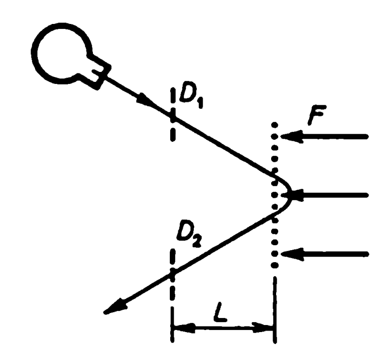
§ 2.2. Impulsion. Centre de masse

2.2.1. Une particule de masse m se déplace à une vitesse v et une autre de masse $2m$ se déplace à une vitesse $2v$ perpendiculairement à la direction du mouvement de la première. Des forces égales commencent à agir sur chaque particule. Après cessation de l'action de ces forces la première particule se déplace à la vitesse $2v$ dans le sens inverse au sens initial. Déterminer la vitesse de la seconde particule.

2.2.2. Soit un corps initialement immobile reposant sur un plan horizontal. On commence à tirer sur la corde qui y est attachée avec une force horizontale constante F. Au bout d'un intervalle de temps Δt cette force cesse d'agir. Quelle est la force de frottement s'exerçant sur le corps en mouvement s'il s'arrête au bout du temps $3\Delta t$ après le début du mouvement?

2.2.3. Après avoir changé de cap un vaisseau spatial doit se déplacer avec une impulsion p de même module sous un angle α par rapport à la direction initiale. Pour combien de temps, au minimum, faut-il mettre en marche le moteur ayant une force de traction F et comment orienter l'axe du moteur?

◇ **2.2.4*.** Dans un spectromètre de masse une source émet un amas de particules chargées qui se trouvent d'abord en vol libre et passent à travers un premier compteur D_1 distant de L de la grille. Derrière la grille, une force électrique F agit sur les particules suivant la



Pour le problème 2.2.4

normale à cette grille. Les particules se retournent et passent à travers la grille en arrière en traversant un deuxième compteur D_2 se trouvant à la même distance de la grille. La vitesse des particules émises dépend de la tension de la source mais sa valeur exacte reste inconnue. En changeant la tension on mesure le temps entre les déclenchements des compteurs et on trouve sa valeur minimale Δt. Quelle est la masse d'une particule? Comment peut-on trouver la masse des particules si la source émet plusieurs espèces de particules de masses différentes?

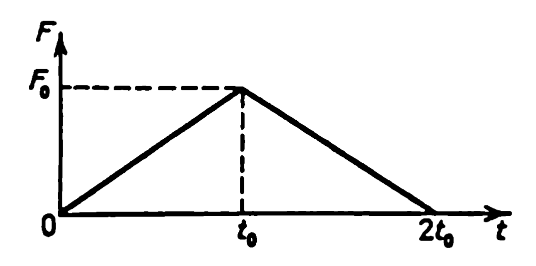
2.2.5*. Une caisse contenant du sable de masse M repose sur un plan horizontal, le coefficient de frottement entre eux étant égal à μ. Une balle de masse m pénètre dans la caisse à une vitesse v sous un angle α par rapport à la verticale et s'arrête presque instantanément dans le sable. Au bout de combien de temps, après la pénétration de la balle, la caisse qui commence à se déplacer s'arrête-t-elle? Pour quelle valeur de α ne se déplace-t-elle pas?

2.2.6. Deux sœurs sont debout sur des patins sur une glace lisse. La sœur aînée pousse la cadette. Les deux sœurs commencent à se déplacer, mais la sœur cadette a une vitesse beaucoup plus grande que l'aînée. « Va, maintenant c'est mon tour de te pousser » — dit la sœur cadette. En dépit de ses espérances, elle se déplace de nouveau plus vite que la sœur aînée et d'une vitesse toujours autant de fois plus grande que dans le premier cas. Expliquer cette situation.

2.2.7. Lors d'observations effectuées sur Terre on n'arrive à déterminer que la vitesse radiale des étoiles-partenaires entrant dans la composition d'une étoile double (i.e. la projection de la vitesse sur la droite Terre-étoile). Les mesures donnent les valeurs v_1 et u_1 pour la vitesse radiale des étoiles-partenaires de l'étoile double. En reprenant les mesures dans un an on obtient les valeurs v_2 et u_2 pour cette vitesse. Trouver le rapport des masses des étoiles-partenaires entrant dans la composition de cette étoile double. Pourquoi faut-il modifier les calculs si l'on procède à une nouvelle mesure après un mois ou six mois?

2.2.8. Un homme a décidé de courir sur une bande en caoutchouc tendue sur deux rouleaux horizontaux dont les axes tournent sans frottement. A première vue il semble que ce soit impossible : l'homme ne peut transmettre une impulsion ni à la bande ni aux rouleaux car leur impulsion totale est nulle. En découle-t-il que l'homme reste sur place?

◇ 2.2.9*. Un corps de masse m_2 vient frapper à une vitesse v un corps au repos de masse m_1. La force due à l'interaction des corps et dépendant linéairement du temps croît de zéro à la valeur F_0



Pour le problème 2.2.9

au cours du temps t_0 et décroît ensuite régulièrement jusqu'à zéro durant le même temps t_0. Déterminer la vitesse des corps après l'interaction en supposant que tous les mouvements aient lieu sur une même droite.

2.2.10. Avant la séparation du dernier étage d'une fusée porteuse un vaisseau spatial a une vitesse v. Après la séparation la vitesse devient égale à 1,01 v, l'étage séparé s'éloignant du vaisseau à une vitesse de 0,04 v. Quelle est la masse du dernier étage si la masse du vaisseau est égale à m_0?

2.2.11. Un proton dont la vitesse initiale est égale à v vole tout droit vers un noyau d'hélium qui était initialement au repos. Quelle est la vitesse des particules lorsqu'elles se rapprochent le plus près l'une de l'autre? La masse du noyau d'hélium est voisine de la masse quadruple du proton.

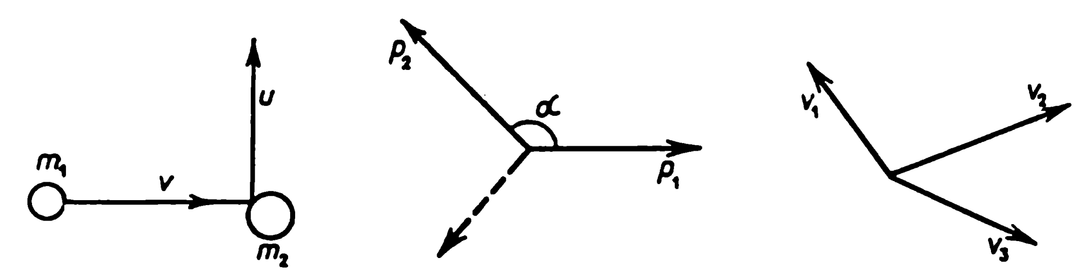
2.2.12. Un projectile éclate en deux fragments identiques au point maximal d'une trajectoire à une distance L du canon suivant

l'horizontale. Un de ces fragments revient vers le canon en empruntant la trajectoire initiale du projectile. Où tombe le second fragment ?

2.2.13. Un artilleur tire au canon un boulet de masse m de façon qu'il tombe dans le camp ennemi. Le baron Münchhausen dont la masse est égale à $5\ m$ prend place sur ce boulet tiré du canon. Quelle partie du trajet jusqu'au camp ennemi doit-il parcourir à pied ?

◇ **2.2.14.** Une particule de masse m_1 animée d'une vitesse v vient frapper un corps au repos de masse m_2 et rebondit sur ce dernier à une vitesse u sous un angle droit par rapport à la direction du mouvement initial. Quelle est la vitesse du corps de masse m_2 ?

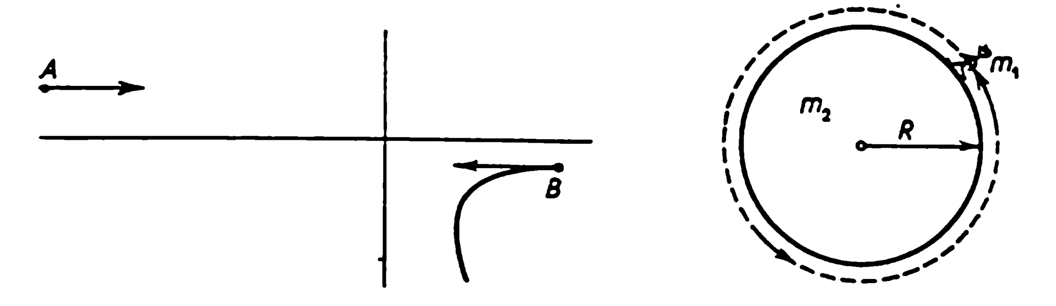
◇ **2.2.15.** La désintégration β d'un neutron initialement au repos donne naissance à un proton, un électron et un neutrino. Les impulsions du proton et de l'électron sont égales à p_1 et p_2 et forment entre elles un angle α. Déterminer l'impulsion du neutrino.



Pour le problème 2.2.14 Pour le problème 2.2.15 Pour le problème 2.2.16

◇ **2.2.16.** Un noyau radioactif se désintègre en trois fragments de masses m_1, m_2, m_3 ayant respectivement des vitesses v_1, v_2, v_3. Quelle est la vitesse du noyau avant la désintégration ?

2.2.17. Un astronaute de masse m_1 s'approche d'un vaisseau spatial de masse m_2 en se servant d'un câble léger. Le vaisseau et l'astronaute sont initialement immobiles et sont séparés par une distance l. Quelle distance parcourent le vaisseau et l'astronaute pour se rencontrer ?



Pour le problème 2.2.18 Pour le problème 2.2.19

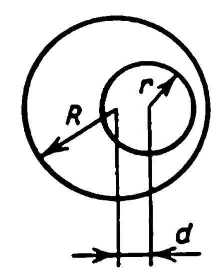
◇ **2.2.18.** Deux particules chargées de masses m et $2m$ et d'impulsions égales en module sont simultanément émises à la rencontre l'une de l'autre en des points A et B. Les particules n'interagissent qu'entre

elles. D'après la trajectoire représentée sur le dessin et décrite par la particule de masse $2m$ reconstruire la trajectoire de l'autre particule.

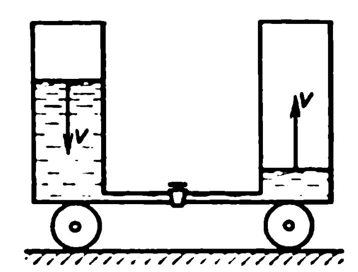
◇ **2.2.19.** Une station spatiale a la forme d'un cylindre de rayon R et de masse m_2. Un astronaute de masse m_1 commence à contourner la station sur sa surface. Déterminer la trajectoire de l'astronaute et celle du centre de la station. Initialement l'astronaute et la station sont immobiles.

◇ **2.2.20.** Où se trouve le centre de masse d'une baguette homogène recourbée en son milieu sous un angle droit, d'une plaque triangulaire homogène et d'un jeton de vestiaire ayant la forme d'un disque percé d'un trou circulaire?

◇ **2.2.21.** Deux récipients cylindriques verticaux reliés par un tube mince sont installés sur un chariot initialement immobile.



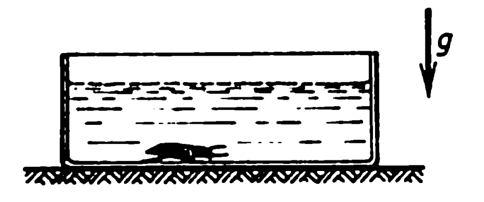
Pour le problème 2.2.20



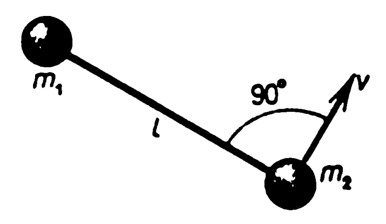
Pour le problème 2.2.21

L'aire de la section droite de chaque récipient est S, la distance entre leurs axes est l. Un des récipients est rempli de liquide de masse volumique ρ. On ouvre le robinet qui se trouve sur le tube de raccordement. Trouver la vitesse du chariot à l'instant où la vitesse des niveaux de liquide est égale à v. La masse totale de tout le système est égale à m.

◇ **2.2.22*.** Un récipient rempli d'eau de masse volumique ρ_0 repose sur un plancher lisse. Le volume d'eau est V_0. Un scarabée de volume V et de masse volumique ρ tombe dans le fond du récipient et, au bout



Pour le problème 2.2.22



Pour le problème 2.2.24

d'un certain temps, commence à se déplacer à une vitesse u par rapport au fond. A quelle vitesse se déplacera le récipient sur le plancher? On négligera la masse du récipient, le niveau d'eau reste tout le temps horizontal.

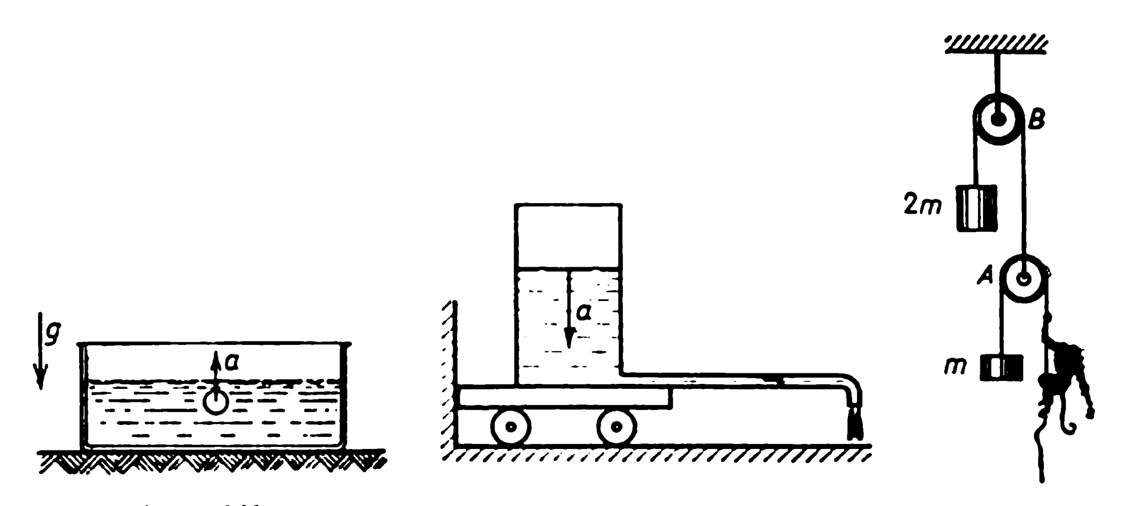
2.2.23. Pour créer une force de pesanteur artificielle, deux compartiments d'une station orbitale (rapport des masses 1 : 2) sont espacés d'une distance R l'un de l'autre et mis en rotation autour de leur centre de masse commun. Déterminer la durée d'une révolution des compartiments sachant que dans le compartiment plus massif la force de pesanteur artificielle est deux fois plus petite que la force de pesanteur sur la Terre.

◇ **2.2.24*.** Deux corps de masses m_1 et m_2 sont liés par un fil tendu de longueur l et se déplacent sur une surface horizontale lisse. A une date quelconque on voit que le premier corps est immobile et la vitesse du second corps égale à v est perpendiculaire au fil. Déterminer la force de tension du fil.

2.2.25*. Une station spatiale se compose de deux compartiments de masses m_1 et m_2 reliés par un long câble homogène de longueur L. La station tourne autour de l'axe perpendiculaire au câble. Quelle est sa vitesse angulaire de rotation si la force de tension du câble est égale à T_1 à proximité du premier compartiment et à T_2 à proximité du second? Quelle est la masse du câble?

2.2.26*. Trois masses ponctuelles m_1, m_2, m_3 liées par des fils de longueur l tournent à une vitesse angulaire ω autour du centre de masse en conservant la configuration d'un triangle équilatéral. Trouver la force de tension de tous les fils.

◇ **2.2.27.** Une bulle d'air de volume V monte à la surface avec une accélération a dans un récipient rempli d'eau de masse volumique ρ.



Pour le problème 2.2.27 Pour le problème 2.2.28 Pour le problème 2.2.29

Trouver la force de pression qu'exerce le récipient sur l'appui. La masse du récipient avec l'eau est égale à m.

◇ **2.2.28*.** Un chariot porte un récipient cylindrique dont l'aire de la section droite est S et qui est rempli de liquide de masse volumique ρ. Le récipient est muni d'un tube horizontal, long et fin,

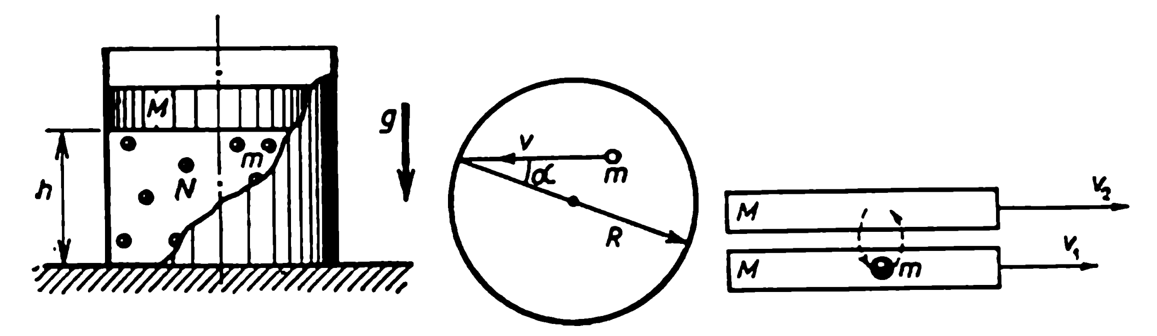
parallèle au plancher, dont un petit tronçon est recourbé près de son extrémité verticalement vers le bas. La distance entre l'axe du récipient et l'orifice du tube est égale à L. Le niveau de liquide dans le récipient descend avec une accélération a. Quelle doit être la force horizontale pour retenir le chariot sur place?

◇ **2.2.29*.** Un singe de masse m est équilibré par un contrepoids sur une poulie A qui est équilibrée à son tour par une charge de masse $2m$ sur une poulie B. Le système est immobile. Comment se déplace la charge si le singe commence à tirer régulièrement sur la corde à une vitesse u par rapport à lui-même? On négligera la masse des poulies et les frottements.

2.2.30. Un câble porte une petite caisse contenant du sable dans lequel s'arrêtent des balles volant horizontalement à une vitesse v. La masse d'une balle m_1 est beaucoup plus petite que la masse de la caisse m_2. Le câble s'écarte de la verticale d'un angle α. Quel est le nombre de balles pénétrant dans le sable par unité de temps?

2.2.31. Les N billes, chacune de masse m, rebondissent sur un plateau de balance. Quelle est la force moyenne agissant sur le plateau de balance si la vitesse des billes ne varie pas en module? Dire si cette force augmente ou diminue, sachant qu'après choc la vitesse de chaque bille diminue.

◇ **2.2.32*.** Dans un cylindre, sous un piston de masse M, on voit bondir N billes, chacune de masse m, qui choquent élastiquement le piston et le fond du cylindre. La force de pesanteur s'exerçant



Pour le problème 2.2.32 Pour le problème 2.2.33 Pour le problème 2.2.34

sur le piston est équilibrée par les chocs des billes. La distance entre le fond du cylindre et le piston est égale à h. L'énergie totale de chaque bille est la même. A quelle hauteur rebondissent les billes si l'on enlève rapidement le piston? $N \gg 1$.

◇ **2.2.33*.** A l'intérieur d'une sphère de rayon R on voit se déplacer à une vitesse v une particule de masse m choquant élastiquement ses parois. La vitesse de la particule fait un angle α avec le rayon mené au point de choc. Quelle est, en module, la force moyenne qu'exercent les parois de la sphère sur cette particule? Quelle est la force

moyenne agissant sur l'unité d'aire de la sphère si l'unité de volume contient N particules de ce type? Les particules ne s'entrechoquent pas.

◇ **2.2.34.** Deux chariots, chacun de masse M, se déplacent parallèlement l'un à l'autre à des vitesses initiales v_1 et v_2. Une charge de masse m, reposant d'abord sur le premier chariot, est déplacée, avec une vitesse presque nulle par rapport à ce chariot, sur le deuxième chariot. Ensuite, avec une vitesse presque nulle par rapport au deuxième chariot, on la déplace de nouveau sur le premier chariot. Quelle sera la différence des vitesses de ces chariots après N déplacements de la charge? Du point de vue qualitatif essayer d'expliquer le frottement visqueux dû au glissement des couches de gaz l'une par rapport à l'autre.

2.2.35. En se déplaçant dans l'espace cosmique à une vitesse u une fusée de section S pénètre dans un nuage de poussière immobile de masse volumique ρ. Quelle force de propulsion doivent développer les moteurs de la fusée pour qu'elle se déplace à la même vitesse constante? Les chocs des grains de poussière contre la fusée sont parfaitement inélastiques. On négligera la variation de masse de la fusée.

2.2.36. Une fusée de masse M se trouve suspendue au-dessus de la surface terrestre. Quelle quantité de combustible doit-elle consommer, alors, par unité de temps si la vitesse d'éjection des gaz est égale à u? Comment varie le résultat si la fusée monte avec une accélération a?

2.2.37. Déterminer la force de propulsion du moteur à réaction aérothermique d'un avion volant à une vitesse v. Le débit-masse du combustible et de l'air arrivant dans le moteur est respectivement égal à μ_1 et μ_2. La vitesse des produits de combustion par rapport à l'avion est égale à u à la sortie du moteur.

2.2.38. Une vedette à jet d'eau se déplace en eau calme. La résistance qu'oppose l'eau au mouvement de la vedette est $F = kv^2$. La vitesse de l'eau projetée par rapport à la vedette est égale à u. Déterminer la vitesse stabilisée de la vedette si la section du courant d'eau entraîné par le moteur est égale à S et la masse volumique de l'eau est égale à ρ.

2.2.39. Un tube de rayon r est rempli d'une matière poreuse de masse volumique ρ_0. En se déplaçant dans le tube le piston soumis à l'action d'une force constante F comprime la matière jusqu'à la masse volumique ρ. A quelle vitesse se déplace le piston si la matière est rendue plus dense par saut, c.-à-d. que dans le tube se déplace à une vitesse quelconque la frontière de séparation à droite de laquelle la masse volumique de la matière est égale à ρ et à gauche, à ρ_0? A l'instant initial cette frontière coïncide avec la surface du piston.

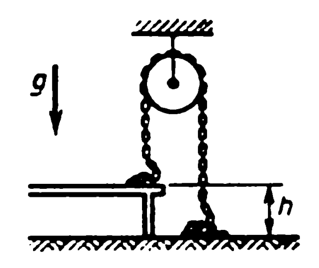
2.2.40. Un sablier repose sur un plateau de balance. Lorsque le sable est en bas, les indications de la balance sont $2P_0$. Le poids du

sable est égal à P_0. On retourne le sablier. Dessiner le graphique de variation des indications de la balance en fonction du temps. Le temps de chute de chaque grain de sable est égal à Δt, le temps d'écoulement du sable est égal à T.

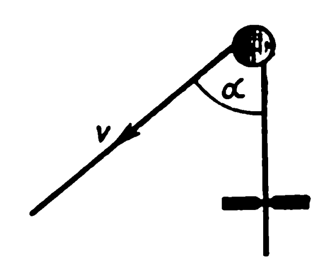
2.2.41. Par l'une de ses extrémités une chaîne homogène est suspendue à un fil de façon que l'autre extrémité soit en contact avec la surface d'une table. Le fil est brûlé. Exprimer la force de pression de la chaîne sur la table en fonction de la longueur de sa partie qui n'est pas encore tombée. Le choc des maillons de la chaîne contre la table est non élastique, la masse de la chaîne est m et sa longueur est l.

2.2.42. Quelle force de pression exerce sur la terre un cobra quand il se prépare à un saut en s'élevant verticalement à une vitesse constante v? La masse du serpent est m et sa longueur est l.

◇ **2.2.43.** Une chaîne dont les maillons sont inélastiques passe sur une poulie: un des deux bouts de cette chaîne repose sur une table,



Pour le problème 2.2.43



Pour le problème 2.2.44

l'autre, sur un plancher. Dès que la chaîne est relâchée elle commence à se déplacer. Trouver la vitesse du mouvement uniforme stationnaire de la chaîne. La hauteur de la table est h.

◇ **2.2.44*.** Une corde passant sur un clou lisse est tirée à travers une fente à une vitesse v. La force de frottement dans la fente est F, la masse de l'unité de longueur de la corde est ρ. Déterminer la force qui agit sur le clou si les brins de corde font entre eux, de part et d'autre du clou, un angle α. Quelle doit être la vitesse de la corde pour qu'elle s'écarte du clou?

2.2.45. Si la vitesse d'un vaisseau spatial varie de v, sa masse diminue de k fois. De combien de fois diminuerait sa masse (la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée étant la même) si sa vitesse varie d'une quantité n fois plus grande que v?

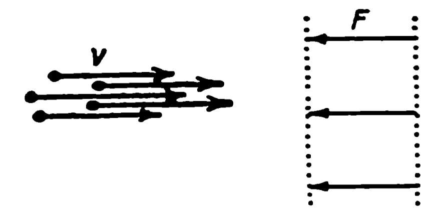
2.2.46*. Un gaz s'écoule de la tuyère d'une fusée à une vitesse v par rapport à cette dernière. Déterminer les variations que subit la vitesse de la fusée après que sa masse ait diminué de n fois par suite de l'éjection du gaz.

2.2.47*. La vitesse du gaz éjecté par une fusée par rapport à cette dernière est égale à 2 km/s. Evaluer la masse initiale de la fusée

qui peut mettre sur l'orbite de la Terre un satellite artificiel pesant 10^4 kg. Comment varie le résultat si la vitesse d'éjection du gaz devient deux fois plus grande?

§ 2.3. Energie cinétique. Travail. Energie potentielle

◊ **2.3.1.** Un faisceau de particules chargées, de masses différentes, mais se déplaçant à une même vitesse v est dirigé suivant la normale à deux électrodes de grille entre lesquelles chaque particule est sou-

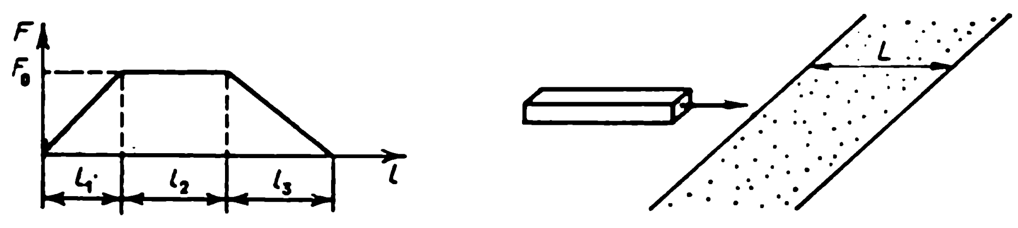


Pour le problème 2.3.1

mise à l'action d'une même force F. Quelle doit être la masse minimale des particules dans le faisceau pour qu'elles atteignent toutes la deuxième grille, si l'écartement des électrodes est égal à l?

2.3.2. Déterminer la force qui agit sur une particule de masse m se trouvant dans l'interstice de largeur l entre deux électrodes de grille si sa vitesse varie de la valeur v_1 à proximité de la première électrode jusqu'à la valeur v_2 à proximité de la deuxième. Comment peut-on déterminer la direction de la force qui agit sur la particule en connaissant les valeurs de sa vitesse?

2.3.3. Pour essayer du matériel dans des conditions de surcharges et d'apesanteur on le lance, placé dans un container, à une hauteur de 125 m par un dispositif à piston pneumatique se trouvant au fond d'un puits à vide. Avec quelle force agit le piston en lançant le container si le piston avance d'une longueur $h = 1$ m, la masse du container avec le matériel étant égale à $m = 2$ t?



Pour le problème 2.3.5 Pour le problème 2.3.6

2.3.4. Evaluer la force moyenne développée par les pieds d'un homme qui atterrit après avoir sauté d'une fenêtre du premier étage.

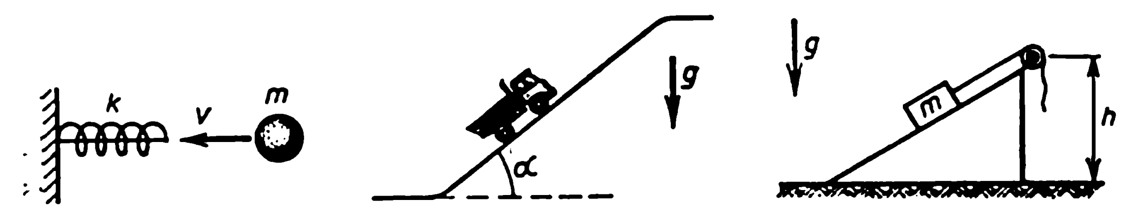
◊ **2.3.5.** Une force agit sur un projectile de masse m qui se trouve dans le tube d'un canon. Cette force croît régulièrement de zéro à F_0

sur un secteur du tube de longueur l_1, ne varie pas sur un autre secteur du tube de longueur l_2 et enfin, diminue régulièrement jusqu'à zéro sur un troisième secteur du tube de longueur l_3. Quelle est la vitesse du projectile à la sortie du tube?

◇ 2.3.6. Une barre homogène glisse sur une surface horizontale lisse et arrive sur une portion rugueuse de largeur L où le coefficient de frottement est égal à μ. Quelle doit être la vitesse initiale pour que la barre franchisse cette portion?

2.3.7. Un store d'une masse de 1 kg et d'une longueur de 2 m est enroulé au-dessus d'une fenêtre. Quel est le travail minimal qui est alors dépensé? On négligera les frottements.

◇ 2.3.8. Par l'une de ses extrémités un ressort de raideur k est fixé à un mur. Une boule de masse m vient le frapper à son autre extrémité le long du ressort à une vitesse initiale v. Quelle est la défor-



Pour le problème 2.3.8 Pour le problème 2.3.12 Pour le problème 2.3.13

mation de compression maximale du ressort? Répondre à cette même question pour le cas où le ressort est précomprimé et retenu par un fil inextensible liant ses extrémités (la déformation initiale du ressort est égale à x_0).

2.3.9. Considérons un lance-pierres doté d'une longue bande de caoutchouc de rigidité k. Trouver l'énergie cinétique d'un « projectile » lancé avec ce lance-pierre si le caoutchouc est tendu avec une force F puis relâché.

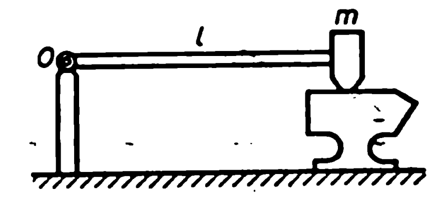
2.3.10. Pourquoi tire-t-on mal aussi bien avec un arc trop tendu qu'avec un arc faiblement tendu? Comment choisir l'arc le plus convenable?

2.3.11. Un corps de masse m commence à glisser de l'extrémité supérieure d'une planche de longueur l faisant un angle α avec la verticale. Quelle énergie cinétique a-t-il acquise quand il arrive à l'extrémité inférieure de la planche? Considérer le cas où le frottement est absent et le cas où le coefficient de frottement entre le corps et la planche $\mu < \operatorname{cotg} \alpha$.

◇ 2.3.12. Moteur embrayé, une voiture monte une pente glacée dont la surface fait un angle α avec l'horizontale. Quelle hauteur de montagne peut franchir la voiture si elle aborde la montagne avec une vitesse initiale égale à v et si le coefficient de frottement des roues sur la glace $\mu < \operatorname{tg} \alpha$?

◇ **2.3.13.** Une charge de masse m est soulevée lentement sur un plan incliné à une hauteur h à l'aide d'une poulie et d'un câble. On produit alors un travail A. Ensuite, le câble est lâché et la charge glisse vers le bas. Quelle vitesse acquiert-elle en redescendant au point de départ?

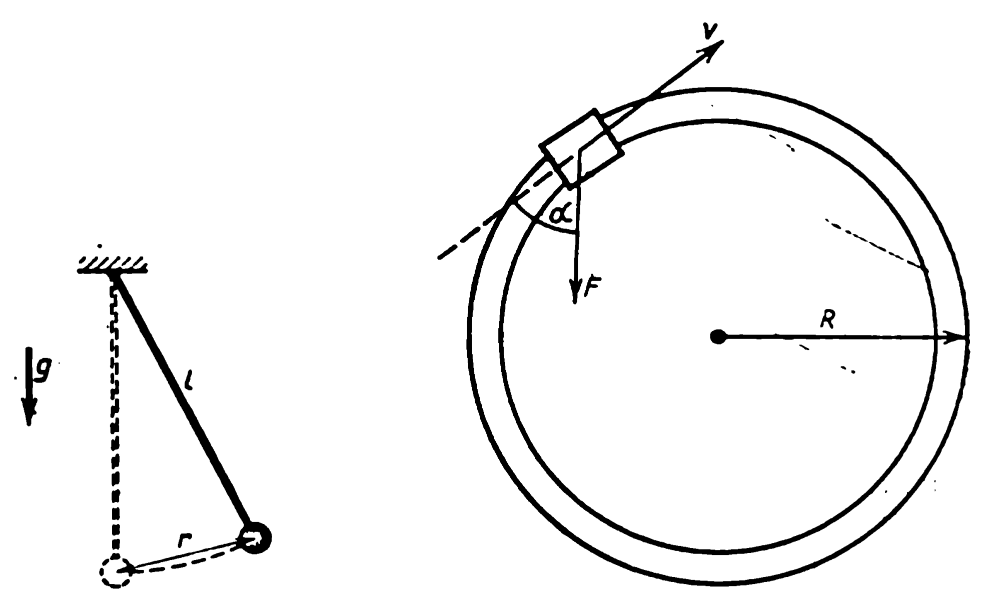
◇ **2.3.14.** Un marteau orientable du moyen âge a une panne lourde de masse m à l'extrémité d'une tige légère de longueur l. De la position horizontale on le met en position presque verticale en le faisant tourner autour de l'axe passant par l'autre extrémité de la tige.



Pour le problème 2.3.14

Quel travail minimal faut-il accomplir pour soulever ce marteau? On négligera les frottements dans l'axe.

2.3.15. Quel travail minimal faut-il produire pour placer verticalement un long poteau homogène de longueur l et de masse m reposant sur la terre?



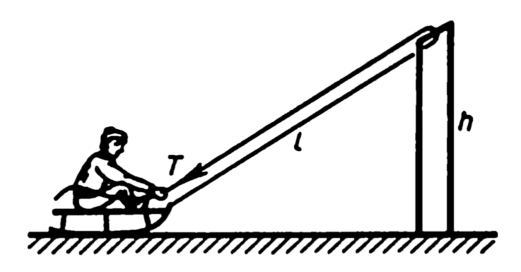
Pour le problème 2.3.16 Pour le problème 2.3.17

◇ **2.3.16.** Un poids suspendu à un fil de longueur l est écarté d'une distance r par rapport à son point d'équilibre et est abandonné à lui-même. Quelle est sa vitesse maximale?

◇ **2.3.17.** Un wagonnet de masse m roule à une vitesse v sur des rails qui forment une voie circulaire horizontale de rayon R. Un

ouvrier court derrière ce wagonnet et commence à l'arrêter en tirant sur le câble qui y est attaché avec une force F faisant un angle $\pi - \alpha$ avec la direction de la vitesse du wagonnet. Combien de tours fait le wagonnet avant de s'arrêter? On négligera les frottements.

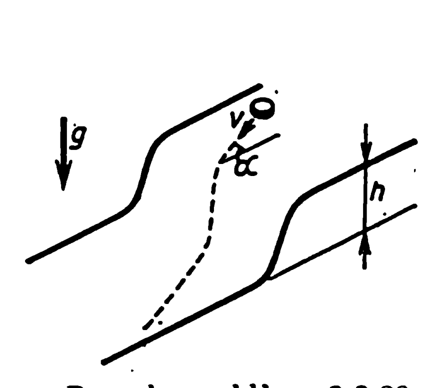
◇ **2.3.18*.** Une corde est attachée à un traîneau et passe sur la traverse d'une porte de hauteur h. Un garçon est assis sur ce traîneau et commence à tirer sur la corde avec une force T. Quelle vitesse



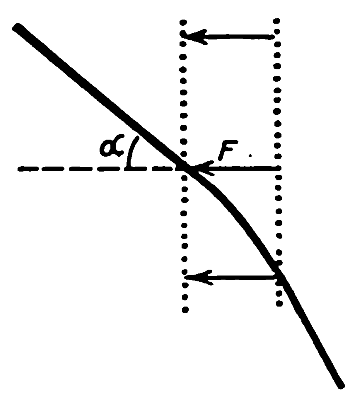
Pour le problème 2.3.18

a-t-il acquise au moment de passer sous la traverse? La longueur initiale de la partie tendue de la corde est égale à $2l$, la masse du garçon avec le traîneau est égale à m. On négligera les frottements.

2.3.19. A deux corps identiques on communique des vitesses égales faisant un même angle avec l'horizontale. Une fois lancés,



Pour le problème 2.3.20



Pour le problème 2.3.21

l'un des deux corps se trouve en mouvement libre et l'autre se déplace sans frottement dans un tube droit. Quel est le corps qui monte le plus haut?

◇ **2.3.20.** Deux surfaces horizontales distantes l'une de l'autre de h en hauteur sont régulièrement raccordées. Sur la surface supérieure un corps se déplace à une vitesse v qui fait un angle α avec la normale à la ligne de raccordement. Trouver l'angle que fait la vitesse du corps se déplaçant sur la surface inférieure du plan avec la normale à la ligne de raccordement. On négligera les frottements.

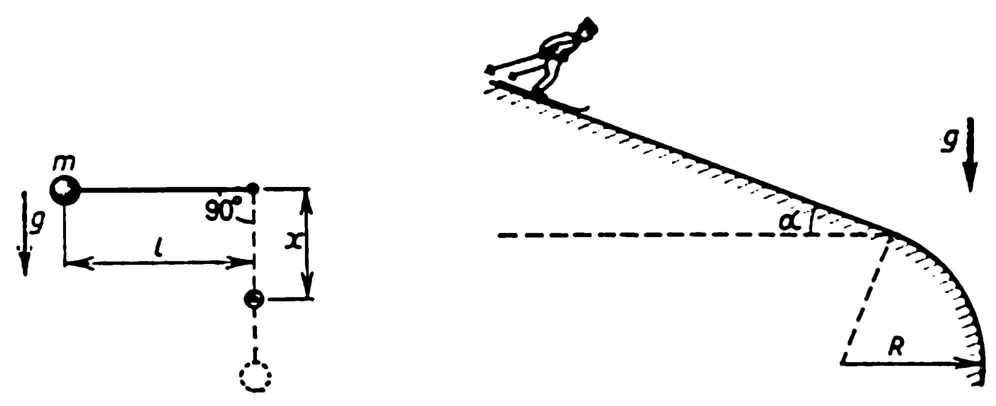
◇ **2.3.21.** Une particule de masse m pénètre à une vitesse v dans la région d'action d'une force de freinage F sous un angle α par rapport

à la direction de cette force. Sous quel angle par rapport à la direction de la force F sort-elle de cette région ? La largeur de la région d'action de la force est égale à l. Dans quelle condition la particule ne peut-elle traverser cette région ?

2.3.22. Une bille est suspendue à un fil. On met ce fil en position horizontale et on lâche la bille. En quel point de la trajectoire son accélération est-elle dirigée verticalement vers le haut ? verticalement vers le bas ? horizontalement ?

◇ **2.3.23.** Un fil de longueur l auquel est attachée une bille de masse m est écarté de 90° de la verticale et abandonné à lui-même. A quelle distance minimale sous le point de suspension faut-il placer un clou pour que le fil qui vient le heurter soit rompu ? Le fil supporte une force de tension T.

2.3.24. A une bille de pendule de masse m on communique une vitesse minimale telle que la bille puisse encore décrire un cercle dans le plan vertical. Quelle est la force qui agit sur l'axe lorsque



Pour le problème 2.3.23 Pour le problème 2.3.25

le pendule passe par sa position d'équilibre ? Considérer le cas où la bille est suspendue à une tige légère et le cas où elle l'est à un fil.

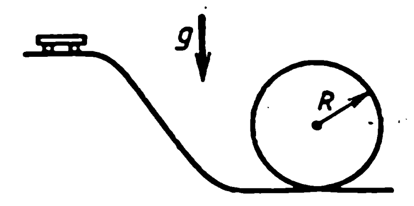
◇ **2.3.25.** A quelle distance minimale du point d'arrondi d'une pente doit se trouver une aire de départ des skieurs pour que, après avoir atteint cet arrondi, ils commencent leur vol libre ? L'angle de pente est α, son rayon d'arrondi est R, le coefficient de frottement entre les skis et la neige est $\mu < \mathrm{tg}\,\alpha$. On négligera la vitesse de départ des skieurs.

2.3.26. Un petit corps glisse du sommet d'une hémisphère lisse de rayon R qui est immobile sur un plan horizontal. A quelle hauteur, au-dessus de ce plan, se détache-t-il de cette hémisphère ?

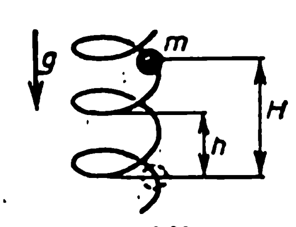
◇ **2.3.27.** Un chariot roule sur des rails lisses formant une boucle verticale de rayon R. De quelle hauteur minimale par rapport au point inférieur de la boucle doit descendre le chariot pour ne pas dérailler en cours de route ?

◇ **2.3.28*.** Une perle de masse m glisse le long d'une spirale verticale, lisse et solide. Le rayon d'une boucle de la spirale est égal à R,

le pas de spirale (distance verticale entre deux boucles voisines) est égal à h. Avec quelle force la perle agit-elle sur la spirale à l'instant



Pour le problème 2.3.27

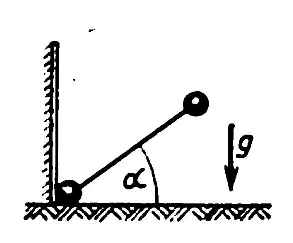


Pour le problème 2.3.28

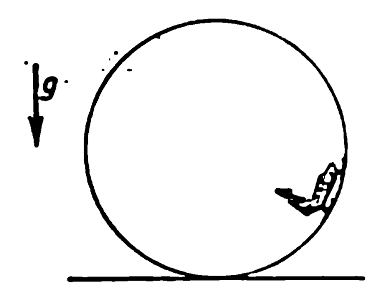
où elle est descendue à une distance H suivant la verticale ? La vitesse initiale de la perle est nulle.

2.3.29*. Une perle de masse m glisse sur une portion ondulée verticalement disposée d'un fil lisse. La longueur d'onde est beaucoup plus petite que la longueur de cette portion et beaucoup plus grande que les dimensions de la perle, tandis que la longueur du fil sur cette portion est k fois plus grande que son étendue. Avec quelle force moyenne agit la perle sur cette portion de fil ?

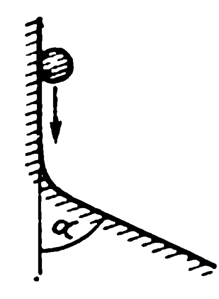
◇ **2.3.30.** Déterminer la force qu'exerce sur un mur vertical un haltère qui tombe lorsque son axe fait un angle α avec l'horizontale.



Pour le problème 2.3.30



Pour le problème 2.3.32



Pour le problème 2.3.33

L'haltère commence à tomber de la position verticale avec une vitesse initiale nulle. La masse de chacune de ses deux boules est égale à m.

2.3.31. Un haltère de longueur l ayant à ses extrémités des boules de même masse est placé verticalement sur un plan horizontal lisse. Puis on le lâche. Déterminer la vitesse de la boule supérieure avant son choc contre le plan.

◇ **2.3.32*.** Quel travail est effectué par la force de frottement d'un traîneau à hélice pendant qu'il effectue un tour de piste circulaire verticale ? La vitesse du traîneau est constante et égale à v, la masse du traîneau est égale à m, le coefficient de frottement est égal à μ.

◇ **2.3.33*.** Un corps glisse sur une surface plane qui passe progressivement à une autre surface plane formant un angle α avec la première. Le coefficient de frottement est μ. Déterminer l'énergie cinétique qui existe à la fin de la portion de raccordement des surfaces si au début elle est égale à K_0.

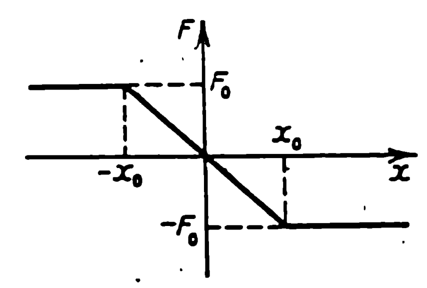
2.3.34*. Le tableau ci-dessous donne la variation de la longueur de parcours des noyaux des isotopes d'hydrogène dans l'émulsion photographique en fonction de l'énergie cinétique initiale. En se servant de ces données, construire le graphique de variation de la force de freinage qui s'exerce sur les noyaux en fonction du carré de la vitesse et confirmer ou réfuter l'hypothèse selon laquelle cette force ne dépend pas de la masse des noyaux. Avec une bonne précision, la masse du deutéron $m_d = 2m_p$, la masse du triton $m_t = 3m_p$, m_p étant la masse du proton.

Parcours, µm	Energie, MeV			Parcours, µm	Energie, MeV		
	proton	deutéron	triton		proton	deutéron	triton
5	0,47	0,58	0,63	30	1,66	2,10	2,40
10	0,78	0,98	1,10	40	2,00	2,55	2,89
20	1,26	1,60	1,82	50	2,32	2,97	3,37

2.3.35. Une particule de masse m pénètre, en volant, dans une région où elle est soumise à une force de freinage qui ne dépend que de la distance entre la particule et la frontière de cette région. Trouver cette dépendance si la profondeur de pénétration de la particule dans cette région de freinage est proportionnelle à son impulsion initiale: $l = \alpha p$.

2.3.36*. La longueur de parcours d'une particule de masse m est proportionnelle à son impulsion initiale si la force qui freine cette particule est proportionnelle à sa vitesse (voir le problème précédent). S'assurer de cela et trouver, pour α donné ($l = \alpha p$), le travail produit par la force de freinage sur le trajet x pour une particule de masse m et d'impulsion initiale p.

◇ **2.3.37.** Le graphique donne la variation de la force qui agit sur une particule se déplaçant rectilignement en fonction de sa coor-



Pour le problème 2.3.37

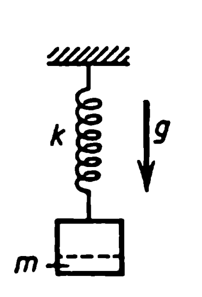
donnée. Trouver la variation de l'énergie potentielle de la particule en fonction de la coordonnée. Comment est la région de mouvement

de la particule si l'énergie cinétique maximale de cette particule est égale à K?

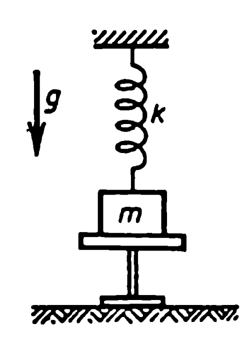
2.3.38. L'énergie potentielle d'interaction électrostatique des charges ponctuelles q et Q se trouvant à une distance r l'une de l'autre est $U = kqQ/r$. Trouver la force électrostatique. Pour quelles charges a lieu la répulsion et pour quelles autres l'attraction?

2.3.39. Dans un institut de recherches scientifiques on a décidé d'utiliser l'expression de l'énergie potentielle des charges ponctuelles sous la forme $U' = kqQ/r - kqQ/R$, où R est une distance constante établie une fois pour toutes. L'utilisation de U' au lieu de $U = kqQ/r$ influera-t-elle sur les résultats des calculs du mouvement des particules?

2.3.40. L'énergie potentielle d'interaction d'une particule avec une source ponctuelle immobile $U = V(l^2/r^2 - 2l/r)$, où r est la distance entre la particule et la source, V et l sont des grandeurs constantes positives ayant respectivement la dimension de l'énergie




Pour le problème 2.3.41



Pour le problème 2.3.42

et celle de la distance. Dans quelle région la particule se déplace-t-elle rectilignement si l'énergie totale du système est égale à E?

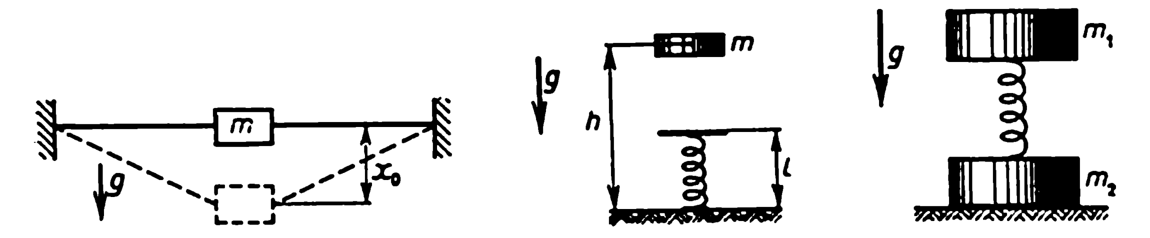
◇ **2.3.41.** D'une charge suspendue à un ressort de raideur k se détache une partie de masse m. A quelle hauteur monte alors la partie restante de la charge?

◇ **2.3.42.** Un poids de masse m suspendu à un ressort de raideur k repose sur un support, le ressort n'étant pas déformé. On enlève rapidement le support. Déterminer l'allongement maximal du ressort et la vitesse maximale du poids.

2.3.43. Au plafond est attaché un cordon en caoutchouc dont l'extrémité libre se trouve à une hauteur h au-dessus du plancher. Si l'on y suspend une petite charge lourde que l'on fait ensuite descendre progressivement, l'extrémité du cordon portant cette charge descend à une distance $h/3$. A quelle hauteur minimale au-dessus du plancher faut-il ensuite lever la charge pour que, une fois relâchée, elle touche le plancher? Qu'advient-il si l'on remplace le cordon en caoutchouc par un ressort?

◇ **2.3.44.** Un cordon en caoutchouc non tendu de longueur $2l$ est fixé à deux murs par ses extrémités. On y attache au milieu une charge de masse m qu'on lâche ensuite sans à-coup. Avec des oscillations apparues la distance maximale à laquelle descend la charge est égale à x_0. Quelle est la rigidité de ce cordon?

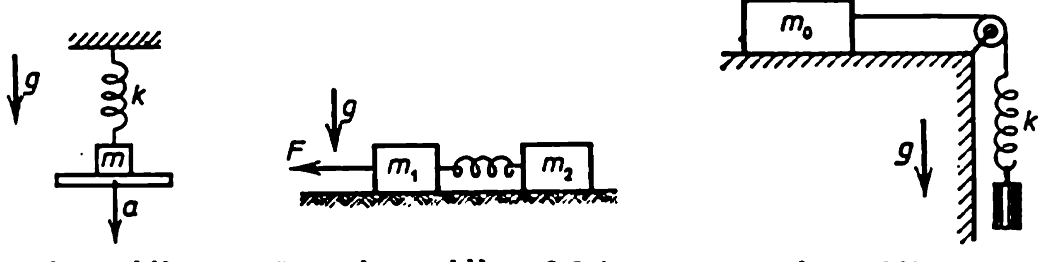
◇ **2.3.45.** Un corps de masse m tombe d'une hauteur h sur un ressort de raideur k et de longueur l se trouvant en position verticale sur le plancher. Déterminer la force maximale de pression sur le plancher. Expliquer pourquoi cette force augmente avec l'accroissement de la raideur du ressort.



Pour le problème 2.3.44 Pour le problème 2.3.45 Pour le problème 2.3.46

◇ **2.3.46.** Avec quelle force faut-il presser sur une charge supérieure de masse m_1 pour qu'une charge inférieure de masse m_2, reliée à la charge supérieure par un ressort, se détache du plancher après que cette force ait cessé d'agir?

◇ **2.3.47*.** Un corps de masse m suspendu à un ressort de raideur k repose sur une planche de façon que le ressort ne soit pas déformé. On commence à descendre la planche avec une accélération a. Quel est l'allongement du ressort au moment où le corps se détache de la planche? Quel est son allongement maximal?



Pour le problème 2.3.47 Pour le problème 2.3.48 Pour le problème 2.3.49

◇ **2.3.48*.** Deux barres de masses m_1 et m_2 liées par un ressort non déformé reposent sur un plan horizontal. Déterminer la force constante minimale qu'il faut appliquer à la barre de gauche pour que se déplace la barre de droite sachant que le coefficient de frottement des charges sur le plan est égal à μ.

◇ 2.3.49. A un corps de masse m_0 qui repose sur une table horizontale est attaché un fil inextensible qui passe par ailleurs sur une poulie. A l'extrémité libre du fil est attaché un ressort. Quelle est la masse de la charge qu'il faut accrocher au ressort pour qu'elle puisse, en descendant, déplacer le corps de masse m_0 si le coefficient de frottement du corps sur la table est égal à μ?

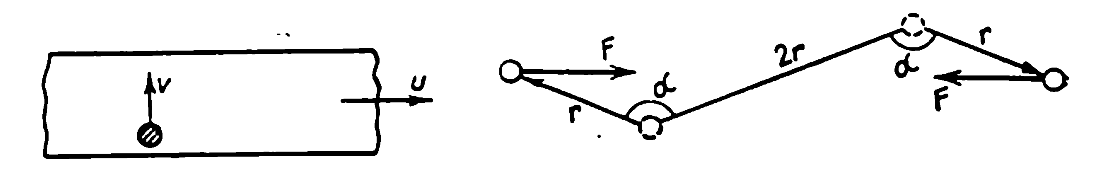
§ 2.4. Energie d'un système. Transfert d'énergie. Puissance

2.4.1. Des billes, chacune de masse m, sont liées par un fil et se déplacent sur un cercle à une vitesse constante v. L'énergie cinétique de chaque bille, qui est égale à $mv^2/2$, ne varie pas. Si l'on passe à un référentiel dans lequel le milieu du fil se déplace rectilignement dans le plan de rotation à une vitesse v, l'énergie de chacune des billes varie de 0 à 4 ($mv^2/2$). Quelle est la cause de cette variation d'énergie? L'énergie cinétique totale varie-t-elle dans le référentiel indiqué?

2.4.2. Une rondelle de masse m_2 se trouve au milieu d'une aiguille à tricoter de masse m_1 et de longueur $2l$. A cette aiguille on communique par choc une vitesse longitudinale v. La rondelle glisse alors de l'aiguille. Quelle est alors l'énergie cinétique totale de la rondelle et de l'aiguille si la force de frottement est égale à F?

2.4.3*. Un ressort de raideur k est serré entre deux corps. En se libérant simultanément ces deux corps parcourent des distances x_1 et x_2 jusqu'au moment où le ressort se détend complètement. Quelle énergie cinétique acquiert chacun de ces corps?

◇ 2.4.4*. Une bande transporteuse se déplace horizontalement à une vitesse u. Un corps vole vers cette bande, en suivant la tangente à



Pour le problème 2.4.4 Pour le problème 2.4.5

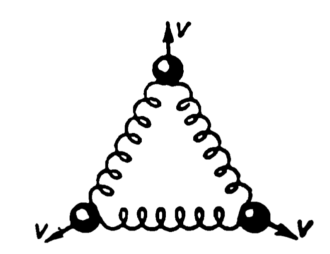
celle-ci, avec une vitesse qui est perpendiculaire à la direction de son mouvement et qui sera égale à v quand il l'atteindra. Ce corps glisse sur la bande, puis s'arrête. Trouver le travail produit par la force de frottement exercée sur le corps par la bande et sur la bande par le corps. Expliquer pourquoi dans ces cas le travail n'est pas le même.

◇ 2.4.5. Deux particules, entre lesquelles agit une force constante d'attraction mutuelle F, sont retenues à une distance $2r$ l'une de l'autre. On commence ensuite à les déplacer lentement dans les sens

opposés sous un angle α par rapport à la ligne qui les liaït initialement. Quel travail faut-il accomplir pour déplacer les particules à une distance r? Pour quel α ce travail est-il égal à zéro?

2.4.6*. L'interaction entre des particules étant centrale, expliquer pourquoi la variation de l'énergie cinétique totale dépend seulement de la variation de la distance entre ces particules et non du déplacement ou de leur rotation d'un bloc.

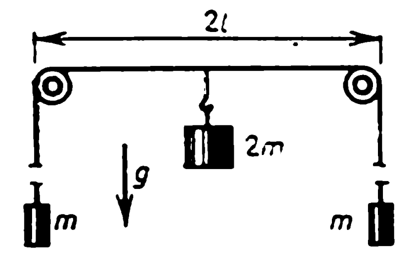
◇ **2.4.7.** Trois billes, chacune de masse m, sont liées entre elles par de mêmes ressorts de raideur k. On leur communique simultanément à toutes une vitesse v dirigée du centre du système. A quelle distance maximale se déplacent les billes dans cette direction?



Pour le problème 2.4.7

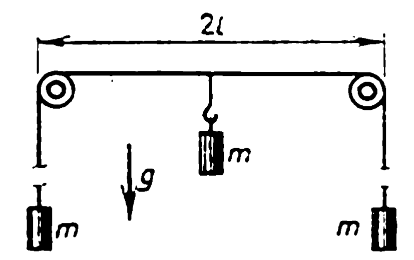
2.4.8. Soient deux charges identiques retenues à une distance l l'une de l'autre. Etant relâchées, elles se dispersent à des vitesses égales tendant vers une valeur limite v lorsque les charges s'éloignent infiniment l'une de l'autre. Quelle est la vitesse limite si trois charges de ce type ont été, initialement, retenues aux sommets d'un triangle équilatéral dont les côtés ont une longueur l?

◇ **2.4.9*.** Des charges, chacune de masse m, sont suspendues aux extrémités d'un long fil qui passe sur deux poulies, petites et légères, disposées à une distance $2l$ l'une de l'autre. Une charge de masse $2m$ est fixée au milieu du fil entre les deux poulies, puis le système est mis en mouvement. Trouver la vitesse des charges au bout d'un intervalle de temps assez grand.





Pour le problème 2.4.9

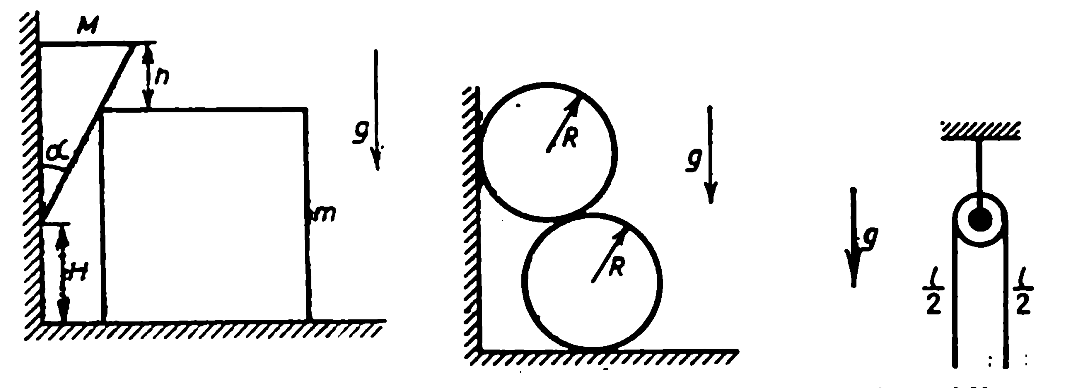


Pour le problème 2.4.10

◇ **2.4.10*.** Le système représenté sur le dessin est mis en mouvement par une charge centrale de masse m. Déterminer l'éloignement maximal de la charge par rapport à sa position initiale.

◇ **2.4.11***. Un coin de masse M et d'angle au sommet α adhère bien à une paroi verticale et prend appui sur une barre de masse m se trouvant sur un plan horizontal. Le sommet du coin est situé à une hauteur H au-dessus de ce plan et sa face terminale, à une hauteur $h < H$ au-dessus de la surface supérieure de la barre. On maintient d'abord le système dans cette position, puis on relâche les corps. Trouver leur vitesse à l'instant où le coin frappe le plan horizontal. On négligera les frottements.

◇ **2.4.12***. Deux cylindres lisses identiques de rayon R s'appuient contre une paroi. Le cylindre inférieur s'étant légèrement déplacé



Pour le problème 2.4.11 Pour le problème 2.4.12 Pour le problème 2.4.13

à droite sur un plan horizontal, le cylindre supérieur commence à descendre suivant la verticale et le système se met en mouvement. Trouver la vitesse finale du cylindre inférieur.

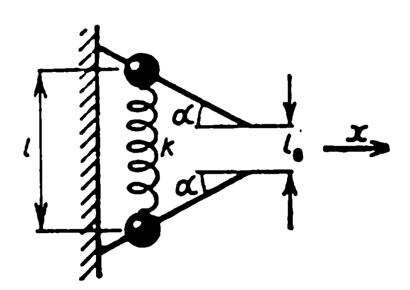
◇ **2.4.13***. Une corde lisse homogène de longueur l et de masse m passe sur une petite poulie de façon à se trouver d'abord en équilibre. Un léger déplacement de la corde la fait sauter de la poulie. Avec quelle force agit-elle sur la poulie à l'instant où la longueur de l'un de ses brins est égale à $l/3$?

2.4.14*. Une bille d'acier tombe d'une hauteur de 1 m sur une balle de tennis et rebondit de 1 m environ. Evaluer la hauteur atteinte par la balle après le choc.

2.4.15*. Deux billes qui volent l'une derrière l'autre avec des vitesses égales sont réunies par un ressort que l'on comprime en le liant avec un fil. Une fois le fil brûlé, l'énergie cinétique de la première bille qui est égale à K s'accroît de 21 %. Quelle énergie aurait acquise cette bille après le brûlage du fil si les deux billes étaient auparavant immobiles? Pourquoi les accroissements de l'énergie cinétique sont-ils si différents pour une même variation de l'énergie potentielle du ressort?

◇ **2.4.16**. Deux perles, de masse m chacune, sont liées l'une à l'autre par un ressort de raideur k et retenues sur des tiges lisses rigidement fixées à une paroi. Le ressort est allongé et sa longueur est égale à l. La distance entre les extrémités libres des tiges est égale à la longueur

du ressort non déformé. On lâche les perles. A quelle vitesse se déplacera le ressort dans le sens des x lorsque les perles quitteront les tiges ? Quelle est la déformation de compression maximale du ressort ?

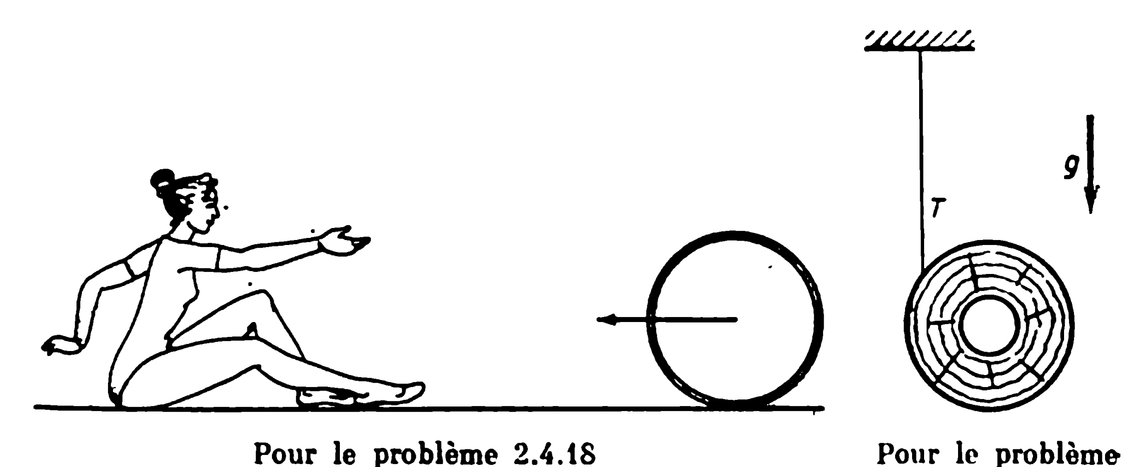


Pour le problème 2.4.16

2.4.17. a. Posons que l'énergie de mouvement du centre de masse d'un système est égale à $MV^2/2$, où M est la masse du système et V la vitesse de son centre de masse. Dans quel cas l'énergie de mouvement du centre de masse coïncide-t-elle avec l'énergie cinétique totale du système ?

b. Démontrer que l'accroissement de l'énergie de mouvement du centre de masse est égal au travail produit par la force extérieure totale si son point d'application coïncide avec le centre de masse.

◇ **2.4.18.** Un cerceau mis en rotation dans un plan vertical et lancé sur un plancher par la main d'une gymnaste revient vers elle après



Pour le problème 2.4.18

Pour le problème 2.4.19

quelques secondes. Expliquer ce phénomène. Déterminer le coefficient de frottement entre le cerceau et le plancher si la vitesse initiale du centre de cerceau est égale à v et la distance à laquelle s'éloigne le cerceau est égale à l.

◇ **2.4.19.** L'extrémité libre d'un fil enroulé sur une bobine de masse m est fixée et la bobine est abandonnée à elle-même. Quelle vitesse acquiert l'axe de la bobine, descendu à une distance h, si la force de tension d'une partie verticale du fil $T < mg$? A quoi sont

égales à cet instant l'énergie cinétique totale et l'énergie cinétique de rotation de la bobine autour de son propre axe? On négligera la masse du fil et les frottements.

◇ **2.4.20*.** Un chien de masse m est attaché par une bride de longueur L à un traîneau de masse $M > m$. A l'instant initial le chien se trouve près du traîneau. A quelle distance maximale le chien peut-il

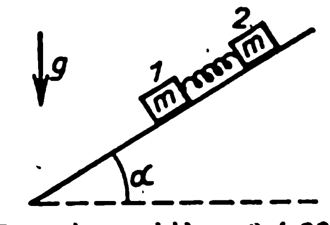


Pour le problème 2.4.20 Pour le problème 2.4.21

déplacer le traîneau par un seul bond si les coefficients de frottement des pattes du chien et des patins du traîneau sur une surface horizontale sont les mêmes?

◇ **2.4.21.** Deux barres identiques reliées par un ressort de raideur k et de longueur l_0 reposent sur une table horizontale lisse. Une force constante F dirigée le long du ressort commence à agir brusquement sur la barre de gauche. Trouver la distance minimale et maximale entre les barres.

◇ **2.4.22*.** Deux corps, de masse m chacun et liés par un ressort initialement non déformé de raideur k, commencent à glisser sur un



Pour le problème 2.4.22

plan incliné formant un angle α avec l'horizontale. Déterminer l'allongement maximal du ressort si l'on peut négliger le frottement entre le corps inférieur et le plan, le coefficient de frottement entre le corps supérieur et le plan étant égal à μ.

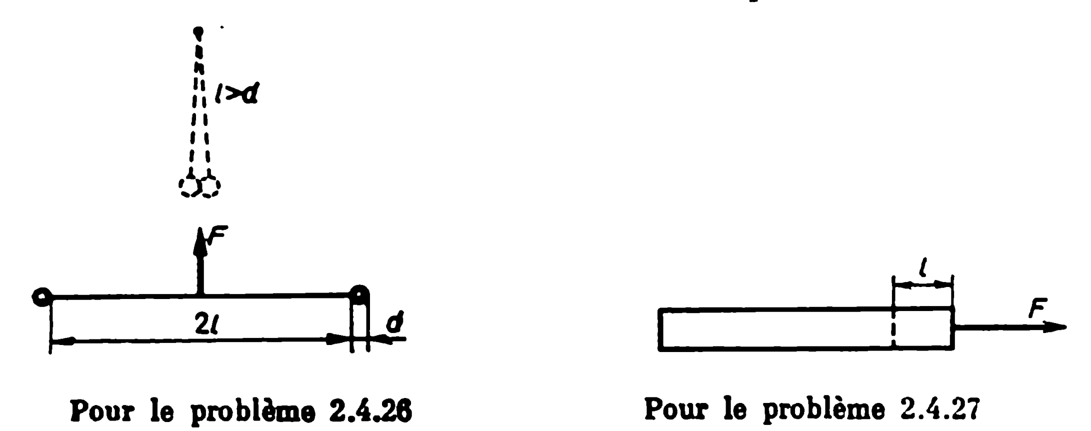
2.4.23. Démontrer que l'énergie cinétique totale d'un système de particules se compose de l'énergie de mouvement du centre de masse et de l'énergie cinétique de mouvement des particules du système par rapport au centre de masse (énergie cinétique interne).

2.4.24. Deux corps de masses m_1 et m_2 sont liés par un ressort non déformé de raideur k. On applique ensuite simultanément aux deux corps des forces opposées F. Trouver l'énergie cinétique maximale et l'énergie potentielle maximale du ressort. Quelle est la vitesse relative maximale des corps?

2.4.25. L'énergie interne d'un système est la somme de l'énergie potentielle d'interaction mutuelle de ses particules et de l'énergie cinétique de mouvement de ces mêmes particules par rapport au centre de masse du système (mouvement interne). Dans quel cas l'énergie totale du système se réduit-elle à l'énergie interne? Démontrer que l'accroissement de l'énergie interne du système est égal au travail des forces extérieures appliquées aux particules de ce système lorsqu'elles se déplacent par rapport au centre de masse.

◇ **2.4.26.** Deux boules identiques sont liées par un fil de longueur $2l$ dont le milieu est tiré avec une force constante F. En utilisant les résultats du problème précédent, trouver l'accroissement de l'énergie interne au moment du premier choc.

◇ **2.4.27.** Une force constante F s'exerce le long d'une barre fixe de masse m en cire à modeler. Pendant le temps d'action t de cette



Pour le problème 2.4.26 Pour le problème 2.4.27

force l'extrémité de la barre à laquelle celle-ci est appliquée se déplace dans le sens de cette force à une distance l. Quel est l'accroissement de l'énergie interne de la barre au cours du temps t?

2.4.28*. Deux corps de masses m_1 et m_2 sont liés par un ressort non déformé de raideur k. Une force constante F est appliquée au corps de masse m_1. Le frottement interne dans le ressort étant faible, les oscillations apparues s'amortissent. Quel est l'accroissement de l'énergie interne du système? Quelle est l'énergie finale du ressort? Si le corps de masse m_2 parcourt une distance l dans le sens de la force F vers le moment où les oscillations s'amortissent, quelle est alors à ce moment l'énergie cinétique du système?

2.4.29. Soit un train dont les wagons sont remplis de charbon pendant qu'il est en marche. Trouver le travail supplémentaire produit par le moteur de la locomotive lorsque le charbon chargé est de masse m, sachant que la vitesse du train est constante et égale à u. Comparer ce travail avec l'énergie cinétique qu'acquiert le charbon chargé. Pourquoi ces grandeurs sont-elles différentes?

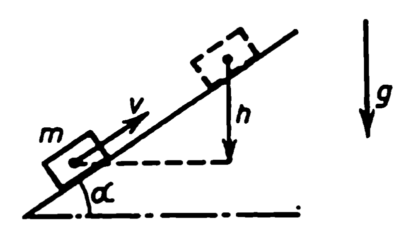
2.4.30. Un travail A est produit en élevant lentement une charge sur un plan incliné avec l'angle d'inclinaison α et le coefficient de

frottement μ. Déterminer la partie du travail qui est produite pour accroître l'énergie interne de la charge et du plan incliné si la charge est tirée le long du plan.

2.4.31. Deux corps de masses m_1 et m_2 possèdent des énergies internes W_1 et W_2 et des vitesses des centres de masse V_1 et V_2. Quelle est l'énergie interne du système de ces deux corps si l'on peut négliger l'énergie potentielle de leur interaction mutuelle? Cette énergie varie-t-elle s'ils entrent en collision l'un avec l'autre et se dispersent ?

2.4.32. Démontrer qu'un choc parfaitement non élastique s'accompagne de l'accroissement maximal de l'énergie interne totale des corps entrant en collision. On suppose que dans les états initial et final l'énergie potentielle d'interaction entre les corps est à négliger.

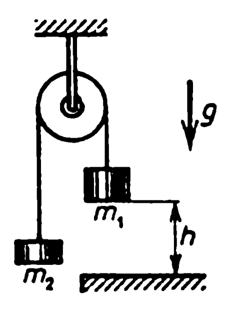
◇ **2.4.33.** Un corps de masse m poussé vers le haut d'un plan incliné commence à se déplacer à une vitesse initiale v, puis s'arrête



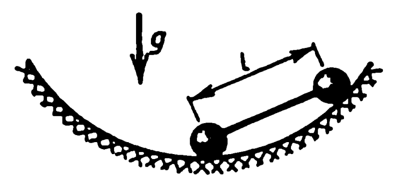
Pour le problème 2.4.33

à une hauteur h. Quelle est alors la quantité de chaleur dégagée [1]?

◇ **2.4.34.** Deux charges de masses m_1 et m_2 ($m_1 > m_2$) sont liées par un fil passant sur une poulie fixe. A la date initiale la charge de masse m_1 est maintenue à une hauteur h au-dessus du plancher puis



Pour le problème 2.4.34



Pour le problème 2.4.35

est abandonnée sans à-coup. Quelle est la quantité de chaleur dégagée lors du choc de la charge contre le plancher? Le choc est parfaitement non élastique.

◇ **2.4.35.** Un haltère se trouvant dans une cuvette sphérique de rayon R est retenu dans une position où un des poids est situé au

[1] Lors du frottement des corps l'un contre l'autre et lors des collisions non élastiques l'accroissement de l'énergie interne totale des corps est habituellement égal à la quantité de chaleur dégagée.

fond de la cuvette puis est relâché. Quelle est la quantité de chaleur dégagée au moment où l'haltère cesse de se déplacer du fait d'un petit frottement entre la cuvette et l'haltère? La longueur de l'haltère est égale à l, la masse de chaque poids est égale à m.

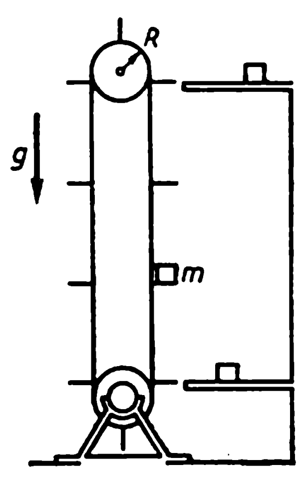
2.4.36. Un trolleybus de ville parcourt son itinéraire à une vitesse d'environ 36 km/h en s'arrêtant tous les 500 m. Evaluer l'énergie électrique qu'il consomme en marchant ainsi pendant 10 h si sa masse est égale à 5 t.

2.4.37. En montant régulièrement comme d'habitude de la fenêtre de Petit jusque chez lui, sur le toit, Karlson [1]) qui s'est régalé ce jour-là de confiture, a mis, pour l'ascension, 4 s de plus qu'ordinairement. Quelle masse de confiture a-t-il mangée si la puissance du moteur qu'il porte sur le dos est toujours égale à 75 W et la hauteur d'ascension à 10 m?

2.4.38. Une force de résistance agissant sur un navire dans l'eau est proportionnelle au carré de sa vitesse. De combien de fois faut-il augmenter la puissance de son moteur pour que la vitesse de mouvement augmente de deux fois?

2.4.39*. Une voiture de masse m démarre. Le coefficient de frottement des roues sur la route est égal à μ. Les deux essieux de la voiture sont moteurs. Trouver la variation de la vitesse de la voiture en fonction du temps. La puissance du moteur est égale à N.

◇ **2.4.40*.** Lors de la montée régulière d'une charge de masse m la vitesse angulaire de l'arbre du moteur d'un monte-charge $\omega = \omega_0 (1 - m/m_0)$, où ω_0 est la vitesse angulaire de l'arbre en l'ab-



Pour le problème 2.4.40

sence de toute charge et m_0 la masse de la charge la plus lourde que peut monter ce monte-charge. Comment varie la puissance utile du monte-charge en fonction de la vitesse angulaire de l'arbre? Par

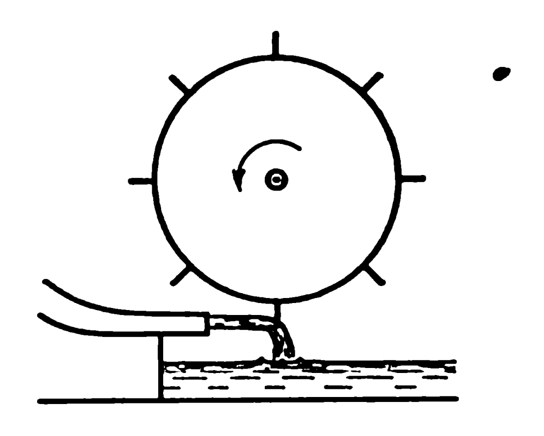
[1]) Il s'agit des personnages du conte de l'écrivain suédoise A. Lindegren.

quelles portions faut-il monter la charge pour soulever à une certaine hauteur une charge de masse maximale au cours d'un temps déterminé ?

2.4.41*. On a réaménagé le monte-charge du problème précédent en reliant l'arbre du moteur au tambour par l'intermédiaire d'un engrenage et non pas directement. Le pignon emmanché sur l'arbre du moteur a n_1 dents; la roue dentée rigidement liée au tambour possède n_2 dents. Pour quelle masse de charge soulevée est atteinte la puissance utile maximale du monte-charge? On négligera les pertes de puissance dans l'engrenage.

2.4.42*. La puissance d'une voiture électrique dépend de la vitesse angulaire de rotation des roues selon la loi $N = (A - B\omega)\omega$, $N \geqslant 0$. La vitesse uniforme de la voiture sur une route horizontale est égale à 70 km/h. Sans charge, elle peut franchir les côtes avec un angle de pente pouvant atteindre 45°. Quelle est la vitesse uniforme de la voiture en montée si l'angle de pente est égal à 30° ? Quelles côtes peut-elle franchir si la masse de la charge est égale à celle de la voiture?

◇ **2.4.43*.** Un jet d'eau de masse volumique ρ, de section S frappe, à une vitesse horizontale v, les pales d'une roue hydraulique au-dessous en s'écoulant, après le choc, vers le bas sur une pale. Trouver



Pour le problème 2.4.43

la puissance de ce moteur hydraulique si la vitesse angulaire de rotation de la roue est égale à ω. Le rayon de la roue est R. Le nombre de pales étant assez grand, l'action du jet peut être considérée comme continue en négligeant ses variations à l'entrée d'une pale dans le jet et à sa sortie.

2.4.44. Une vedette à jet d'eau se déplace en eau calme à une vitesse constante v. La vitesse de l'eau projetée par rapport à la vedette est égale à u. Déterminer le rendement du moteur de la vedette. Qu'est-ce qu'on peut considérer dans ce cas comme puissance utile ?

2.4.45. Les hélices d'un hélicoptère de masse m en vol stationnaire au-dessus de la terre envoient un jet d'air vers le bas. Quelle est la puissance développée par le moteur de l'hélicoptère si la vitesse du jet d'air est égale à u?

§ 2.5. Collisions

2.5.1. Au cours d'une collision deux corps échangent leurs vitesses en continuant à se déplacer sur une même droite. Quel est le rapport des masses de ces corps? Leur collision est-elle élastique?

2.5.2*. Une bille frappe une autre bille au repos de même masse. Trouver l'angle de dispersion des billes après le choc élastique non central.

2.5.3. Une bille immobile est frappée par une bille animée d'une vitesse u et dont la masse est k fois plus grande que la sienne. Trouver le rapport entre la vitesse des billes après le choc élastique central et la vitesse u. Construire les graphiques de variation de ces rapports en fonction du nombre k.

2.5.4. Le plomb et l'eau lourde n'absorbent presque pas les neutrons. Pourquoi utilise-t-on, dans les piles atomiques, de l'eau lourde et non pas du plomb pour ralentir les neutrons rapides?

◇ **2.5.5.** Une bille immobile se trouve entre une autre bille immobile de masse m_1 et une bille incidente de masse m_2. Quelle est la



Pour le problème 2.5.5 Pour le problème 2.5.9

masse de la bille intermédiaire pour laquelle la bille de masse m_2 acquiert une vitesse maximale après le choc? Tous les chocs sont centraux et élastiques.

2.5.6. Deux particules identiques se déplacent sous un angle α l'une par rapport à l'autre à des vitesses initiales v_1 et v_2. Après l'interaction élastique la vitesse de l'une d'elles devient égale à u_1. Trouver l'angle de dispersion.

2.5.7. Lors du choc élastique, quand des corps se rapprochent au maximum, leur vitesse est identique et égale à v. Quelle est la vitesse de ces corps après choc si avant choc leur vitesse était respectivement égale à v_1 et v_2? Les corps se déplacent sur une même droite.

2.5.8. Deux billes de masses m_1 et m_2 se déplacent dans un tube annulaire fixe à des vitesses initiales v_1 et v_2. Quelles seront leurs vitesses après 1987 et 1988 chocs? Les chocs sont élastiques, le tube est lisse.

◇ **2.5.9*.** Des perles de masses m_1, m_2, m_3 peuvent glisser sans frottement le long d'une aiguille à tricoter horizontale, avec $m_1 \gg m_2$ et $m_3 \gg m_2$. Déterminer les vitesses maximales des perles extrêmes si elles étaient d'abord au repos, tandis que la perle du milieu avait une vitesse v. Les chocs sont élastiques.

◇ **2.5.10.** Une particule de masse m_1 entre en collision avec une boule de masse m_2. La direction de son mouvement fait un angle α avec la normale à la surface de la boule. Sous quel angle par rapport

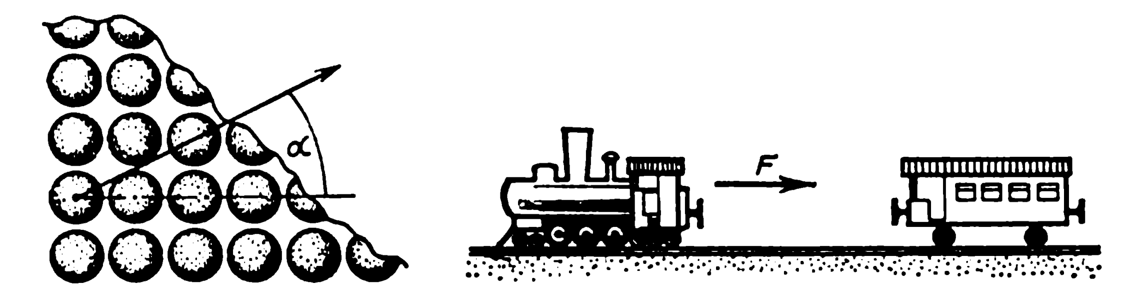


Pour le problème 2.5.10 Pour le problème 2.5.11

à cette normale se déplacera la particule après le choc avec la boule si cette dernière est d'abord au repos et que le choc soit élastique ?

◇ **2.5.11.** Deux boules identiques immobiles sont percutées par une troisième tout aussi identique dont le centre se déplace sur une médiane du segment reliant les centres des boules fixes. Après le choc élastique, la boule incidente s'arrête. Quelle est la distance entre les centres des boules initialement immobiles si le rayon des boules est R ?

2.5.12. En bombardant un cristal par un flux de neutrons, on voit que la surface opposée à la surface bombardée émet des atomes,



Pour le problème 2.5.13 Pour le problème 2.5.14

la direction d'éjection dépendant de l'orientation du cristal et non pas de la direction du flux de neutrons. Expliquer ce phénomène.

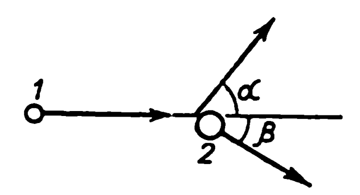
◇ **2.5.13.** Des boules identiques sont placées sur un plan de façon que leurs centres forment les nœuds d'un réseau quadratique. Les interstices entre des boules voisines sont identiques et très petits par rapport à leur rayon. A l'une de ces boules initialement au repos on communique une vitesse v qui fait un angle α avec le côté de la

maille quadratique. Que devient alors le mouvement ultérieur des boules si tous les chocs sont élastiques? Considérer qualitativement le cas d'un réseau dont la maille a la forme d'un triangle équilatéral.

◇ **2.5.14.** Une locomotive ayant un effort de traction constant F commence à se déplacer vers un wagon immobile et heurte ce dernier au bout d'un temps Δt. Trouver le temps qui se passera entre les chocs suivants de la locomotive avec ce wagon. Le choc est élastique. On négligera les frottements dans les axes des roues. Les masses du wagon et de la locomotive ne sont pas identiques.

2.5.15. Une bille animée d'une vitesse v se trouve à l'intérieur d'une sphère homogène immobile lisse de rayon R. A une date initiale la bille entre en collision élastique avec la sphère. Trouver l'intervalle de temps entre le premier choc et le choc suivant de la bille contre la sphère si sa vitesse v fait un angle α avec le rayon de la sphère mené au point du premier choc.

◇ **2.5.16.** Après le choc élastique d'une particule incidente contre une particule au repos la première se déplace sous un angle α par



Pour le problème 2.5.16

rapport à la direction du mouvement initial et la deuxième, sous un angle β. Trouver le rapport des masses de ces particules.

2.5.17*. Une particule lourde de masse m_1 entre en collision avec une particule légère au repos de masse m_2. De quel angle maximal peut dévier la particule lourde par suite du choc élastique?

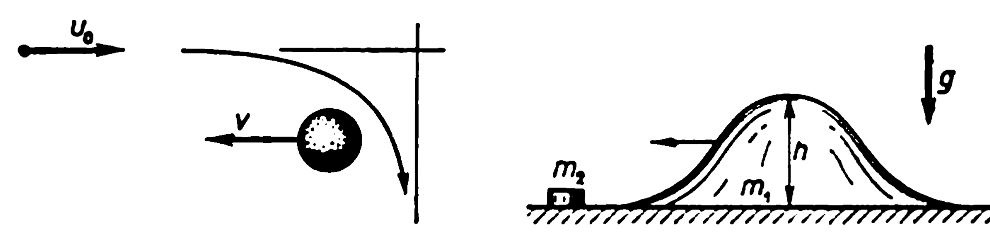
2.5.18*. Une particule de masse m_1 animée d'une vitesse v entre en collision élastique avec une particule immobile de masse m_2 qui commence à se déplacer sous un angle α par rapport à la direction initiale du mouvement de la particule incidente. Déterminer la vitesse de la particule de masse m_2 après choc.

2.5.19. Un vaisseau spatial de masse m_1 vole, moteurs débranchés, près d'un corps cosmique initialement immobile. Dans ce cas l'impulsion du vaisseau qui était d'abord égale à p_0 devient égale à p et la direction de son mouvement change d'un angle α. Déterminer la masse du corps cosmique.

◇ **2.5.20.** Pour modifier la vitesse et la direction du vol d'un appareil cosmique sans dépense de combustible on peut utiliser un « choc gravitationnel » lorsque cet appareil se déplace près d'une planète quelconque. Pour une vitesse initiale u_0 de l'appareil se trouvant loin d'une planète dont la vitesse v est de sens opposé, l'appareil vole si près de celle-ci que dans le référentiel lié à cette planète la

direction de son mouvement change de 90° [1]). Quelle est la vitesse de l'appareil quand il s'éloigne de la planète? Comment varie la direction du vol de l'appareil par rapport au Soleil?

◇ **2.5.21*.** Un « mont » lisse de hauteur h et de masse m_1 peut glisser sans frottement sur un plan horizontal. Le mont s'aplanit

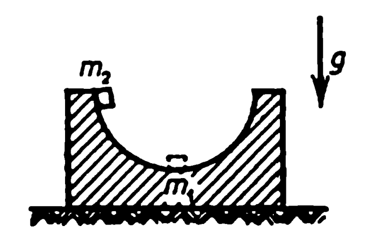


Pour le problème 2.5.20 Pour le problème 2.5.21

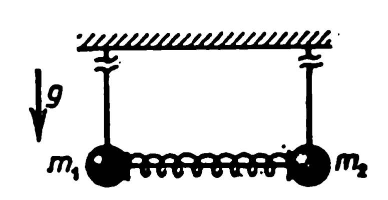
progressivement. A quelle vitesse minimale de ce mont un petit corps de masse m_2 initialement immobile sur le trajet du mont franchit-il son sommet?

2.5.22. Un corps de masse m_2 allant à une vitesse v heurte le mont du problème précédent qui était initialement immobile. Trouver la vitesse de ce corps et celle du mont si ce corps se retrouve sur le plan horizontal.

◇ **2.5.23*.** Un support de masse m_1 ayant une entaille semi-cylindrique de rayon R se trouve sur une table lisse. On pose un corps de



Pour le problème 2.5.23



Pour le problème 2.5.25

masse m_2 sur le bord de l'entaille et on le lâche. Trouver la vitesse du corps et celle du support à l'instant où le corps passe par le point inférieur de l'hémisphère. Quelle force exerce-t-il sur le support en ce point? On négligera les frottements.

2.5.24. Deux corps de masses m_1 et m_2 sont liés par un ressort non déformé de raideur k. Déterminer la vitesse minimale qu'il faut communiquer au corps de masse m_1 pour que le ressort soit comprimé d'une valeur x. Quelles sont les vitesses des corps lorsque le ressort redevient non déformé?

◇ **2.5.25.** Deux billes de masses m_1 et m_2 sont suspendues à des longs fils identiques. Entre ces billes se trouve placé un ressort qui

[1]) S'il n'y a pas de mention spéciale, les valeurs de la vitesse des corps cosmiques sont données par rapport au Soleil.

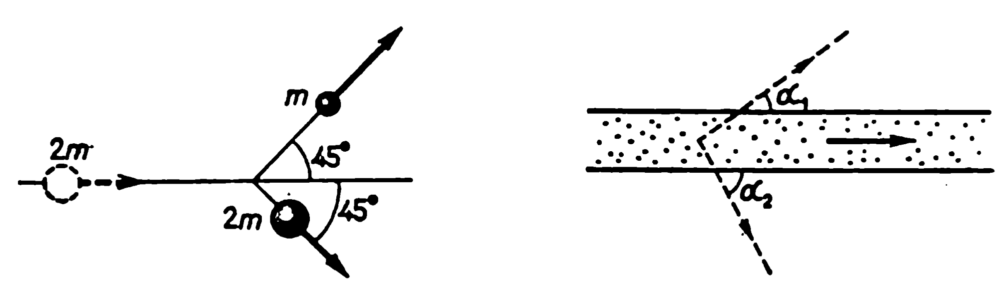
est comprimé par un fil qui le lie. L'énergie potentielle de déformation du ressort est égale à U. Le fil liant le ressort est brûlé. Trouver la hauteur maximale à laquelle montent les billes.

◇ 2.5.26. Une particule de masse $2m$ entre en collision avec une particule immobile de masse m, après quoi les particules sont projetées symétriquement sous un angle de 45° par rapport à la direction de la vitesse initiale. De combien de fois augmente l'énergie cinétique totale après choc?

2.5.27. Un neutron d'une énergie de 250 keV entre en collision avec un noyau de ^{6}Li. Il se forme alors un noyau excité de ^{7}Li. Trouver l'énergie cinétique du noyau ainsi formé.

2.5.28. Un atome de masse m se trouvant à l'état excité possède une énergie interne plus grande de E qu'à l'état fondamental. Quelle doit être l'énergie minimale pour qu'un électron de masse m_e excite un atome initialement au repos?

2.5.29. Un électron peut ioniser un atome d'hydrogène au repos s'il a une énergie de 13,6 eV au minimum. Quelle énergie minimale



Pour le problème 2.5.26 Pour le problème 2.5.32

doit avoir un proton pour pouvoir ioniser un atome d'hydrogène également au repos? La masse du proton $m_p = 1836\ m_e$, où m_e est la masse de l'électron.

2.5.30. Un noyau atomique immobile éclate en deux fragments de masses m_1 et m_2. Déterminer la vitesse des fragments si la désintégration du noyau s'accompagne d'un dégagement de l'énergie E.

2.5.31. La désintégration d'un noyau mobile donne lieu à deux fragments de masses m_1 et m_2 et d'impulsions p_1 et p_2 qui sont projetés sous un angle θ. Déterminer l'énergie dégagée lors de la désintégration du noyau.

◇ 2.5.32. La désintégration à deux particules de particules ayant une énergie cinétique K donne lieu à des particules de deux espèces. L'angle maximal sous lequel les produits de désintégration sont projetés du faisceau de particules primaires est respectivement égal à α_1 et α_2. Quelle est l'énergie dégagée lors de la désintégration d'une particule primaire?

2.5.33. On étudie la réaction de fusion d'isotopes d'hydrogène lourds conduisant à la formation d'un isotope superlourd et d'un

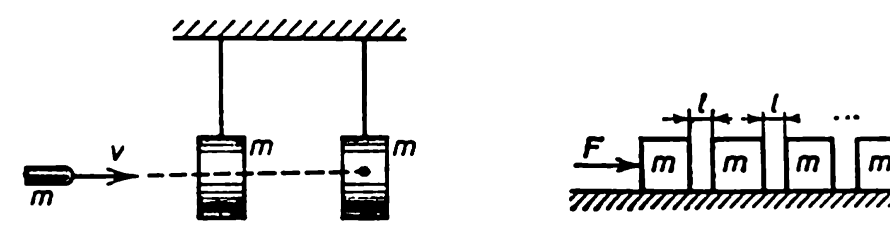
proton ($^2H + {}^2H \to {}^3H + {}^1H$) en dirigeant les ions deutérium accélérés jusqu'à une énergie de 1,8 MeV vers la cible en deutérium. L'énergie des noyaux formés de tritium est difficile à mesurer et on ne le fait pas. On ne mesure que l'énergie des protons projetés perpendiculairement au faisceau de deutérons, qui est égale à 3,5 MeV. Déterminer l'énergie dégagée dans cette réaction.

2.5.34*. Une particule de masse m et d'impulsion p éclate en deux particules identiques. Quel est l'angle maximal de projection des particules secondaires si l'énergie dégagée lors de la désintégration est égale à E?

2.5.35. Deux corps de masses m_1 et m_2 sont fixés à des fils de même longueur avec un point de suspension commun et déviés d'un même angle, l'un à gauche et l'autre à droite. Les corps sont simultanément abandonnés à eux-mêmes. En entrant en collision ils se collent l'un à l'autre. Déterminer le rapport de la hauteur à laquelle montent les deux corps joints à la hauteur à partir de laquelle ils commencent leur mouvement vers le bas.

2.5.36. Une balle de masse m_1 animée d'une vitesse initiale v transperce une boule de plomb de masse m_2 suspendue à un fil et en sort avec une vitesse diminuée de moitié. Quelle est la partie de l'énergie cinétique de la balle qui se transforme en chaleur?

◇ **2.5.37.** Une balle de masse m animée d'une vitesse initiale v transperce une charge de même masse m suspendue à un fil et va se loger dans une deuxième charge identique. Trouver la quantité de



Pour le problème 2.5.37 Pour le problème 2.5.38

chaleur dégagée dans la première charge en sachant que la quantité de chaleur dégagée dans la deuxième charge est égale à Q_2. On négligera le temps d'interaction de la balle avec la charge.

◇ **2.5.38*.** Des barres de masse m chacune sont disposées de façon rectiligne à intervalles égaux sur un plan horizontal lisse. On applique à la première barre une force horizontale constante F. Déterminer la vitesse des barres avant leur n-ième choc et immédiatement après ce choc. Considérer la valeur limite de la vitesse pour n tendant vers l'infini si la largeur des intervalles entre les barres est égale à l. Les chocs des barres sont parfaitement non élastiques.

2.5.39. Un corps heurte une paroi immobile sous un angle α par rapport à la normale. Le coefficient de frottement sur la paroi est μ. Sous quel angle le corps rebondit-il de cette paroi?

§ 2.6. Force de gravitation. Lois de Kepler

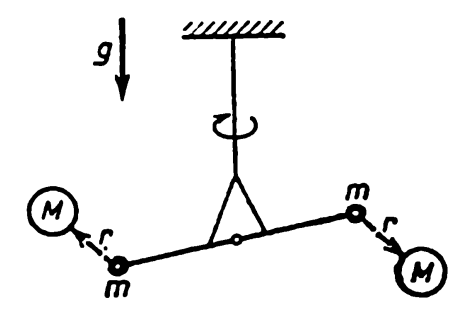
2.6.1. Pourquoi l'état d'apesanteur au bord d'une station orbitale témoigne-t-il du fait que la force de gravitation terrestre est proportionnelle à la masse des corps attirés?

2.6.2. Certaines planètes du Système solaire de centre au Soleil ont une orbite presque circulaire et tournent autour du Soleil presque régulièrement. Quelle est la direction de l'accélération de ces planètes? Comment dépend-elle de la distance entre ces planètes et le Soleil en sachant que le carré de la période de révolution des planètes est proportionnel au cube du rayon de leur orbite? (Imaginez que vous ne sachiez pas encore la loi de la gravitation universelle.)

2.6.3. La distribution de la masse étant à symétrie sphérique, une bille attire des corps qui se trouvent en dehors de cette dernière et ceci comme si toute sa masse était concentrée à son centre. A quelle altitude au-dessus de la Terre la force de pesanteur fait-elle 81 % de sa valeur sur la surface terrestre?

2.6.4. On peut trouver l'accélération de la Lune à partir de considérations cinématiques en sachant que le rayon moyen de son orbite est égal à 385 000 km et sa période de révolution autour de la Terre est égale à 27,3 jours. Comparer la valeur ainsi obtenue de son accélération avec l'accélération créée sur l'orbite lunaire par la gravitation terrestre. Le rayon de la Terre est égal à 6370 km, l'accélération de la pesanteur à sa surface vaut 9,81 m/s^2.

2.6.5. On propose une méthode pour déterminer la constante de la gravitation. D'après les échantillons géologiques de roches et l'abondance de celles-ci sur Terre on trouve la masse volumique moyenne d'une substance. En multipliant cette masse volumique par le volume de la Terre on trouve sa masse. Sachant le rayon de la



Pour le problème 2.6.6

Terre et l'accélération de la pesanteur sur sa surface on trouve la constante de la gravitation. En quoi réside le défaut principal de cette méthode?

◇ **2.6.6.** Considérons l'installation de Cavendish servant à mesurer la constante gravitationnelle (balance de torsion). Une tige légère (le fléau), dont les extrémités portent deux boules identiques de

masse m chacune, est suspendue à un fil fin et long. On peut rapprocher de ces boules deux grosses boules, chacune d'une masse M beaucoup plus grande que m. Le fléau est muni d'un miroir projetant un spot lumineux sur une échelle éloignée et permettant donc de mesurer de très petits angles de rotation du fléau autour de l'axe vertical. (Pour une longueur du fléau de 10 cm et une distance de 40 m entre le miroir et l'échelle le déplacement du spot lumineux dépasse de 1600 fois celui des boules.)

On procède aux mesures de la façon suivante. On dispose de façon symétrique les boules de masse M près des boules de masse m. Dans ce cas le fléau tourne et le fil se trouve tordu d'un certain angle. Ensuite, lorsqu'on déplace les grosses boules dans une nouvelle position symétrique après la cessation des oscillations de torsion, on mesure l'angle de rotation du fléau. Connaissant les propriétés élastiques du fil, on détermine l'accélération maximale des petites boules.

Calculer la constante gravitationnelle en se fondant sur les données obtenues avec l'installation de Cavendish (balance de torsion): la distance entre les boules de masses m et M est égale à $2r = 10$ cm, la masse des grosses boules $M = 7{,}0$ kg, l'accélération maximale des petites boules $a = 2{,}8 \cdot 10^{-7}$ m/s².

2.6.7. Cette expérience visant à mesurer la constante gravitationnelle fut appelée par Cavendish la « pesée de la Terre ». Déterminer la masse de la Terre si sur sa surface l'accélération de la pesanteur $g = 9{,}81$ m/s² et le rayon de la Terre $R = 6370$ km.

2.6.8. Trouver la masse du Soleil. Le rayon de l'orbite de la Terre est égal à $1{,}5 \cdot 10^8$ km, l'année contient environ $3{,}14 \cdot 10^7$ s.

2.6.9. Trouver la force d'attraction gravitationnelle exercée sur vous par la Terre, la Lune et le Soleil.

2.6.10. Fobos, un satellite de Mars, tourne autour de ce dernier sur une orbite d'un rayon de 9400 km avec une période de 7 h 39 mn. De combien de fois la masse du Mars est-elle inférieure à celle de la Terre ?

2.6.11. La masse de la Lune est 81 fois plus petite que celle de la Terre et le rayon de la Lune est égal à 1700 km. De combien de fois l'accélération de la pesanteur près de la surface lunaire est-elle plus petite que celle près de la surface terrestre?

2.6.12. Déterminer le rayon de l'orbite circulaire d'un astéroïde sachant que sa vitesse angulaire de révolution autour du Soleil est égale à ω et la masse du Soleil est $m_\odot$.

2.6.13. Comment varierait la durée de l'année terrestre si la masse de la Terre devenait égale à celle du Soleil et la distance entre eux deux restait la même?

2.6.14*. Deux étoiles de masses m_1 et m_2 forment un système double avec une distance invariable R entre elles. Quelle est la période de révolution des étoiles autour du centre de masse commun ?

2.6.15. En astronomie on mesure souvent la distance en rayons de l'orbite terrestre, les périodes en années terrestres et les masses des étoiles en masses du Soleil. Déterminer la masse totale du système double si, dans ces unités, la distance entre les deux étoiles est constante et égale à r et leur période de révolution est égale à T.

2.6.16. Trois étoiles, de masse m chacune, conservent dans leur mouvement la configuration d'un triangle équilatéral de côté L. A quelle vitesse angulaire tourne ce triangle?

2.6.17. Trouver la première vitesse cosmique pour la Terre et la Lune, ainsi que les périodes de révolution sur les orbites circumterrestre et circumlunaire.

2.6.18. Un satellite de masse m_0 se déplace sur une orbite circulaire de rayon R autour d'une planète de masse m. Quelle impulsion faut-il communiquer instantanément au satellite pour que le plan de son orbite tourne d'un angle α et que le rayon ne change pas?

2.6.19. Un vaisseau spatial décrit une orbite circulaire de rayon R autour de la Terre à une vitesse v deux fois plus grande que la vitesse du mouvement libre sur cette même orbite. Quelle force de propulsion développent les moteurs du vaisseau si sa masse est égale à m?

2.6.20. Deux trains identiques pèsent 1000 t chacun. Ils roulent sur l'équateur à la rencontre l'un de l'autre à des vitesses de 30 m/s. De combien diffèrent les forces qu'ils appliquent sur les rails?

2.6.21. a. Quel est le rayon de l'orbite d'un satellite située dans un plan équatorial si ce satellite se trouve toujours au zénith au-dessus d'un même point de la surface terrestre?

b. Décrire qualitativement la voie du satellite si pour le même rayon de l'orbite son plan forme un angle de 60° avec le plan de l'équateur. (On appelle voie d'un satellite la ligne reliant les points sur Terre à partir desquels le satellite est vu au zénith.)

2.6.22. L'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle d'un petit corps de masse m avec la Terre $U = -\gamma Mm/r$, où M est la masse de la Terre et r la distance du corps au centre de la Terre. Trouver l'accroissement de l'énergie potentielle ΔU lorsqu'un corps monte à une hauteur h depuis la surface terrestre. Quelle est l'erreur relative qui apparaît lorsqu'on utilise l'expression approchée mgh au lieu de ΔU? L'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre est g, le rayon de la Terre est R.

2.6.23*. Un corps est lancé le long de l'équateur de l'Est à l'Ouest à une telle vitesse que très loin de la Terre sa vitesse devienne égale à zéro. Quelle vitesse par rapport à la Terre, et loin de cette dernière, aura le corps s'il est lancé à une même vitesse initiale le long de l'équateur, mais cette fois de l'Ouest à l'Est?

2.6.24. Une météorite, très éloignée d'une planète, est animée d'une vitesse v_0. En arrivant sur cette planète elle acquiert près de sa surface une vitesse v. Quelle vitesse minimale doit avoir un vaisseau spatial à proximité de la surface de cette planète pour pouvoir la

quitter sans retour? (Cette vitesse est appelée deuxième vitesse cosmique.)

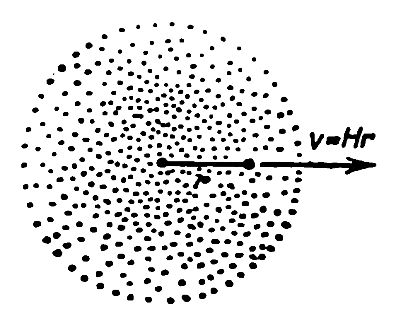
2.6.25. A la surface d'une planète on communique à un corps une vitesse dépassant la deuxième vitesse cosmique de 0,5 %. De combien de fois la vitesse du corps, une fois loin de la planète, sera-t-elle inférieure à la deuxième vitesse cosmique?

2.6.26. Trouver la deuxième vitesse cosmique pour la Terre et la Lune. On négligera la rotation des planètes autour de leur propre axe.

2.6.27. Un satellite se déplace à une vitesse v sur une orbite circulaire autour de la Terre. Quelle vitesse supplémentaire minimale faut-il communiquer au satellite pour qu'il puisse s'éloigner de la Terre sans retour?

2.6.28. Un vaisseau spatial s'approche de la Lune. Quand il en était encore assez loin sa vitesse par rapport à cette dernière était nulle. A quelle altitude faut-il mettre en marche la fusée de freinage, en créant ainsi une surcharge quintuple ($5g$), pour avoir un alunissage en douceur? On négligera la variation de la masse du vaisseau. Le rayon de la Lune est d'environ 1700 km, l'accélération de la pesanteur sur sa surface est 6 fois plus petite que sur la surface de la Terre.

◇ **2.6.29.** La vitesse des grains de poussière d'un nuage sphérique homogène est dirigée de façon radiale et proportionnelle à la distance



Pour le problème 2.6.29

au centre: $v = Hr$; cela se passe au moment initial. Quelle doit être la masse volumique initiale maximale pour que le nuage se dilate indéfiniment? (Pour un corps se trouvant à l'intérieur d'une enveloppe sphérique homogène la force de gravité totale exercée par l'enveloppe est nulle.)

2.6.30*. Quelle vitesse faut-il communiquer à un corps de faible masse qui se trouve au centre d'un astéroïde de masse m et de rayon R pour qu'il s'éloigne indéfiniment de celui-ci par un puits radial? Cet astéroïde sera supposé homogène.

2.6.31. Un appareil cosmique qui se trouve loin de la Terre est situé à une même distance du Soleil que la Terre. Quelle doit être sa vitesse minimale pour qu'il puisse quitter le Système solaire?

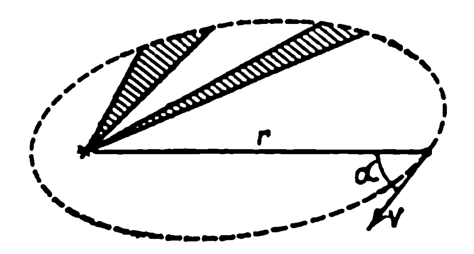
2.6.32*. La vitesse minimale d'un corps à la surface de la Terre qui assure sa sortie au-delà des limites du Système solaire est appelée troisième vitesse cosmique. Trouver cette vitesse en sachant que la vitesse du mouvement orbital de la Terre est égale à 30 km/s.

2.6.33*. Dans une nouvelle de science-fiction on décrit comment un vaisseau interplanétaire tombe sur le Soleil à cause d'une petite erreur commise dans le choix de la vitesse initiale lors du départ de la surface terrestre. Quelle doit être sa vitesse minimale à la surface de la Terre pour que cela soit possible?

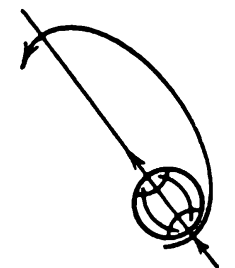
2.6.34. L'énergie cinétique d'un satellite se déplaçant sur une orbite circulaire est égale à K. Quelle est son énergie potentielle?

2.6.35*. Descendant en spirale d'une orbite circulaire sur la surface d'une planète dans les couches raréfiées de l'atmosphère un satellite fait des tours presque circulaires de plus en plus petits. Sa vitesse croît alors comme si la force de résistance de l'atmosphère le poussait en avant, dans la direction de son vol! Expliquer qualitativement et quantitativement ce comportement paradoxal du satellite.

◇ **2.6.36*.** Dans le cas où un corps est soumis à une force centrale le rayon vecteur mené vers lui à partir du centre décrit des aires égales à des intervalles de temps égaux. (C'est au fond en cela que



Pour le problème 2.6.36

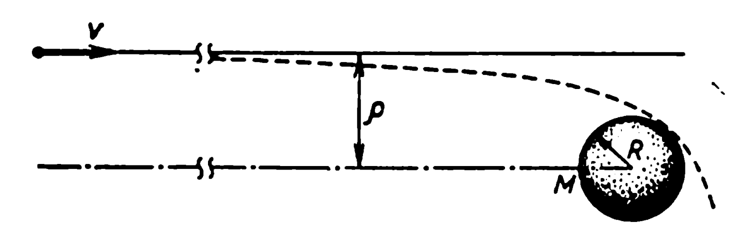


Pour le problème 2.6.37

consiste la deuxième loi de Kepler concernant le mouvement des planètes.) Quelle est l'aire décrite au cours du temps t par le rayon vecteur mené du Soleil vers une planète en sachant qu'à la date initiale sa distance au Soleil est égale à r, sa vitesse à v et l'angle entre la vitesse de la planète et le rayon vecteur à α?

◇ **2.6.37.** Un satellite de communication « Molnia-1 » a son périgée à une altitude d'environ 500 km au-dessus de l'hémisphère sud de la Terre et son apogée à une altitude d'environ 40 000 km au-dessus de l'hémisphère nord. Quel est le rapport des vitesses angulaires de révolution de ce satellite à son périgée et à son apogée?

◇ **2.6.38*.** Une sonde cosmique se trouvant loin d'une planète de rayon R et de masse M se déplace dans sa direction à une vitesse v par rapport à elle. Avec quel paramètre d'impact ρ la sonde passera-t-elle le plus près de cette planète sans se détruire?



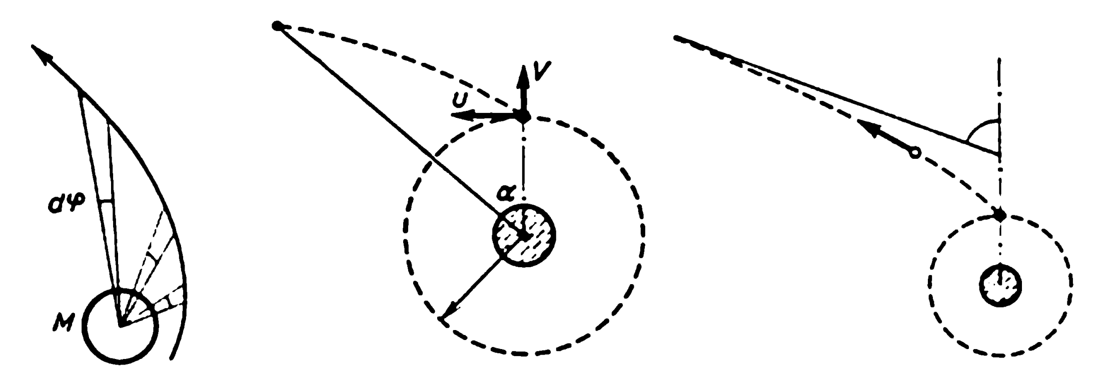
Pour le problème 2.6.38

2.6.39*. La vitesse d'un satellite à son périgée est égale à v pour une distance au centre de la Terre égale à r. Quelle est la vitesse du satellite quand il est à son apogée et quelle est à ce moment-là la distance entre le satellite et le centre de la Terre?

2.6.40*. Une sonde cosmique de masse m se déplace autour d'une planète de masse M sur une orbite avec un éloignement maximal r_a du centre de la planète (à l'apocentre) et minimal r_p (au péricentre). Quelle énergie minimale faut-il communiquer à la sonde pour qu'elle quitte la planète?

2.6.41*. D'une station orbitale se déplaçant à une vitesse u sur une orbite circulaire autour d'une planète on lance deux sondes. La vitesse initiale des sondes par rapport à la planète est égale à v ($\sqrt{2}\,u > v > u$). Une des deux sondes se déplace dans la direction du rayon de la planète; la vitesse initiale de l'autre sonde est perpendiculaire au rayon de la planète. Trouver le rapport des distances maximales possibles des sondes au centre de la planète.

◇ **2.6.42*.** Le plan de l'orbite d'un satellite est partagé en secteurs de sommet commun au centre d'une planète de masse M et de petits



Pour le problème 2.6.42 Pour le problème 2.6.43 Pour le problème 2.6.44

angles d'ouverture identiques $d\varphi$. Trouver la variation de la vitesse du satellite lors du passage de chaque secteur sachant que sa vitesse au péricentre est v_p et la distance du satellite au centre de la planète au péricentre est r_p.

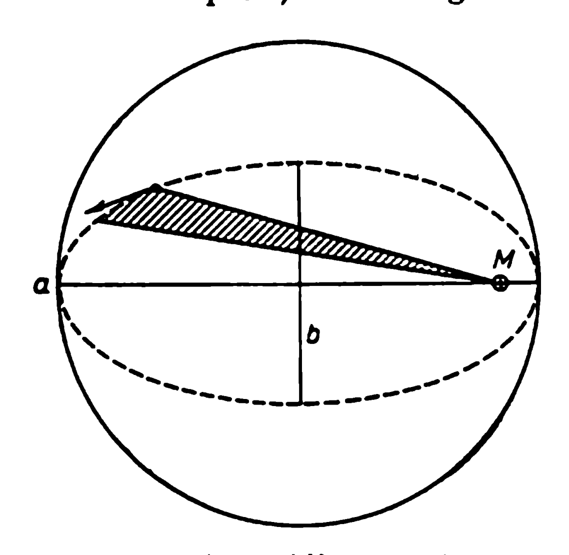
◇ **2.6.43*.** D'une station orbitale ayant une orbite circulaire de rayon R et une vitesse u on lance une sonde en lui communiquant instantanément une vitesse supplémentaire V dans le sens radial.

Démontrer que lorsque la sonde et la station sont vues du centre de la planète sous un même angle par rapport à la direction vers le point de départ, leurs vitesses diffèrent toujours de la valeur V. A quelle distance du centre de la planète se trouve la sonde lorsque cet angle d'observation est égal à α?

◇ **2.6.44*.** Pour quelle vitesse V l'orbite de la sonde du problème précédent est-elle fermée? Trouver son péricentre et son apocentre. Dans le cas d'une orbite non fermée, trouver l'angle limite que forme avec la direction du centre de la planète au point de départ la vitesse de la sonde si cette dernière s'éloigne indéfiniment de la planète.

2.6.45*. On appelle grand axe le segment réunissant le péricentre et l'apocentre d'une orbite elliptique. L'ellipse est symétrique par rapport au grand axe. Le segment reliant les points d'orbite les plus éloignés du grand axe est appelé petit axe. Le petit axe est orthogonal au grand axe et est aussi l'axe de symétrie de l'ellipse. En utilisant les conditions du problème 2.6.43, trouver la vitesse de la sonde aux sommets du petit axe. Exprimer cette vitesse en fonction de la longueur du demi-grand axe a et de la masse M de la planète.

◇ **2.6.46*.** Un satellite décrit dans son mouvement autour d'une planète de masse M une ellipse [1]) de demi-grand axe a et de demi-



Pour le problème 2.6.46

petit axe b. Déterminer l'aire que le rayon vecteur mené du centre de la planète au satellite « balaye » dans l'unité de temps. Trouver la période de révolution du satellite.

2.6.47. La distance maximale entre le Soleil et la comète de Halley est égale à 35,4 rayons de l'orbite terrestre et la distance

---

[1]) Une ellipse de demi-axes a et b est obtenue à partir d'un cercle de rayon a en réduisant ses dimensions dans l'une des directions de $k = a/b$ fois. L'aire de l'ellipse $S = \pi a^2/k = \pi ab$.

minimale, à 0,6. On observe son passage près du Soleil en 1986; en quelle année a eu lieu son passage précédent?

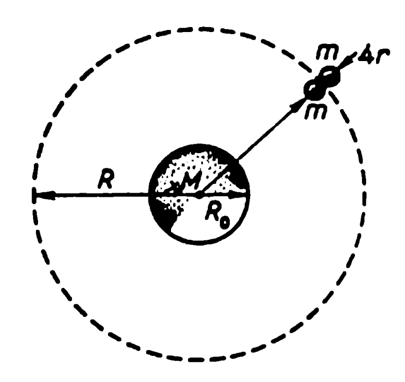
2.6.48*. Un satellite se déplaçant sur une orbite circulaire de rayon $R_к$ est instantanément freiné et commence à se déplacer sur une orbite elliptique tangente à l'orbite initiale et à la surface de la planète. Déterminer le temps de chute du satellite sur la planète. Le rayon de la planète est R, l'accélération de la pesanteur à sa surface est g.

2.6.49*. Déterminer le temps de chute de la Terre sur le Soleil si la Terre est brusquement arrêtée.

2.6.50*. Deux athlètes se trouvant au pôle de la Terre lancent des massues verticalement vers le haut. La première tombe au bout d'une semaine, la deuxième au bout de 30 jours. Evaluer la différence de leurs vitesses initiales.

2.6.51. Déterminer la force de tension d'un câble reliant deux satellites de masse m qui tournent autour de la Terre à des distances R_1 et R_2 de son centre de façon que le câble soit toujours dirigé radialement. La masse de la Terre est égale à M.

◇ **2.6.52*.** Deux blocs sphériques en contact de masse m et de rayon r chacun décrivent une orbite circulaire autour d'une planète



Pour le problème 2.6.52

de masse M. Leurs centres se situent sur un même rayon. La distance de leur point de contact au centre de la planète est R. Quelle est la force qu'un bloc exerce sur l'autre? Pour quel rayon de l'orbite l'attraction mutuelle des blocs cesse-t-elle de les maintenir ensemble? Le rayon de la planète $R_0 \gg r$. On admettra que la densité des blocs est égale à la densité moyenne de la planète.

2.6.53*. Le physicien connu F. Dyson a émis l'hypothèse que l'on aurait pu utiliser entièrement l'énergie des étoiles si les civilisations cosmiques avaient pu les entourer par des enveloppes sphériques. Trouver la tension dans la matière d'une enveloppe homogène immobile qui entourerait le Soleil selon cette hypothèse, si son rayon est égal à celui de l'orbite terrestre. La masse volumique de la matière de l'enveloppe est $\rho = 4 \cdot 10^3$ kg/m³.

§ 2.7. Rotation d'un corps solide

2.7.1. Deux volants semblables sont fabriqués à partir d'un même métal. Les dimensions linéaires du second volant sont deux fois supérieures à celles du premier. Quel est le rapport des énergies cinétiques des volants pour une même vitesse angulaire de rotation autour de l'axe?

2.7.2. Déterminer l'énergie cinétique d'un anneau mince de rayon R et de masse m mis en rotation jusqu'à une vitesse angulaire ω autour de son axe. Cette énergie est-elle plus grande ou plus petite dans le cas d'un disque plein de même rayon et de même masse?

2.7.3. Un volant sous forme d'un anneau de masse m et de rayon R avec des rayons impondérables est mis en rotation jusqu'à une vitesse angulaire ω. A cause du frottement il s'arrête. Trouver le moment de la force de frottement si le volant s'arrête au bout d'un temps t; si avant son arrêt complet il a fait N tours.

2.7.4. Un cerceau fin de rayon R est mis en rotation autour de son axe jusqu'à une vitesse angulaire ω et est placé à plat sur une table horizontale. Au bout de combien de temps s'arrête le cerceau si le coefficient de frottement entre la table et le cerceau est égal à μ? Combien de tours fait le cerceau avant son arrêt complet?

2.7.5*. L'énergie cinétique d'un solide tournant autour de son axe est proportionnelle au carré de la vitesse angulaire: $K = J\omega^2/2$. Le coefficient J est appelé moment d'inertie par rapport à son axe. Trouver le moment d'inertie d'un haltère qui se présente sous forme de masses ponctuelles m_1 et m_2 liées par une tige légère, sachant que son axe de rotation est perpendiculaire à la tige et se trouve à des distances r_1 et r_2 des masses ponctuelles.

◇ **2.7.6.** Un cylindre à parois minces de rayon R est mis en rotation jusqu'à une vitesse angulaire ω et est placé dans un coin comme indiqué sur le dessin. Le coefficient de frottement entre les parois du coin et le cylindre est égal à μ. Combien de tours fait le cylindre avant de s'arrêter complètement?

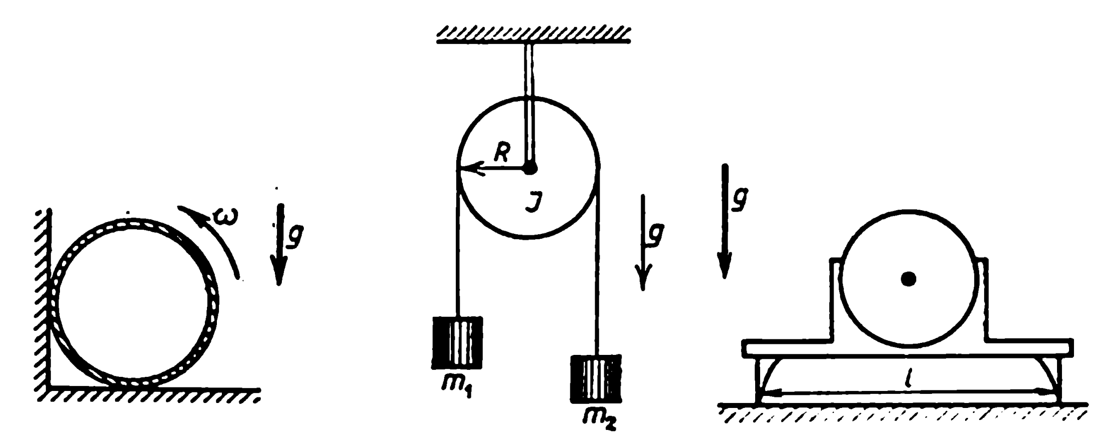
2.7.7. Résoudre le problème 2.7.6. dans le cas où on place dans un coin un cylindre homogène plein mis en rotation. Le moment d'inertie de ce cylindre $J = mR^2/2$, où m est sa masse.

2.7.8. Le moment des forces agissant sur un corps solide par rapport à son axe de rotation est égal à M. Démontrer que le travail effectué par ces forces est égal à $M\varphi$ et l'accélération angulaire du corps est égale à M/J, où φ est l'angle de rotation du corps et J son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation.

◇ **2.7.9*.** Déterminer l'accélération angulaire d'une poulie de rayon R, de moment d'inertie J, due à deux charges de masses m_1 et m_2 fixées aux extrémités d'un fil passant sur la poulie sans glisser.

◇ **2.7.10.** Un moteur électrique est fixé sur un support de façon que son axe et le centre de masse commun se trouvent au milieu entre

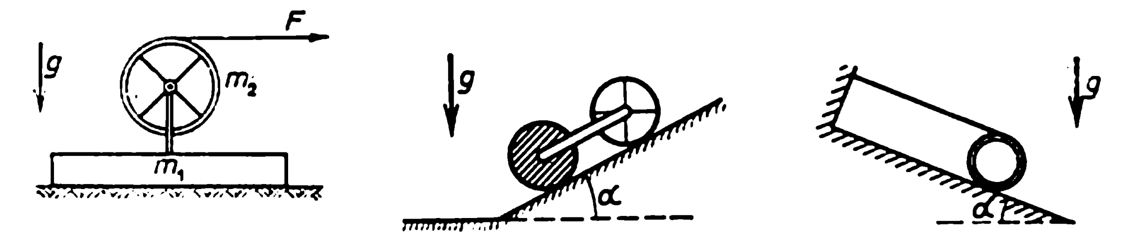
les appuis espacés de l. On le met sur une surface horizontale lisse. Trouver les forces de pression des appuis du support sur la surface



Pour le problème 2.7.6 Pour le problème 2.7.9 Pour le problème 2.7.10

sachant qu'après le branchement, le rotor du moteur tourne avec une accélération angulaire w et son moment d'inertie est égal à J. La masse du moteur avec le support est m.

◇ **2.7.11.** Une barre de masse m_1 repose sur une table horizontale lisse. Un cylindre à parois minces de masse m_2 et de rayon R pouvant tourner sans frottement autour de son axe est fixé sur cette barre. Un



Pour le problème 2.7.11 Pour le problème 2.7.13 Pour le problème 2.7.14

fil fin impondérable dont l'extrémité est tirée avec une force horizontale F est enroulé sur ce cylindre. Trouver l'accélération de la barre et l'accélération angulaire du cylindre.

2.7.12. Trouver l'accélération avec laquelle un cylindre à parois minces roule sans glisser sur un plan incliné d'angle α. Quelle est la force de frottement s'exerçant sur ce cylindre?

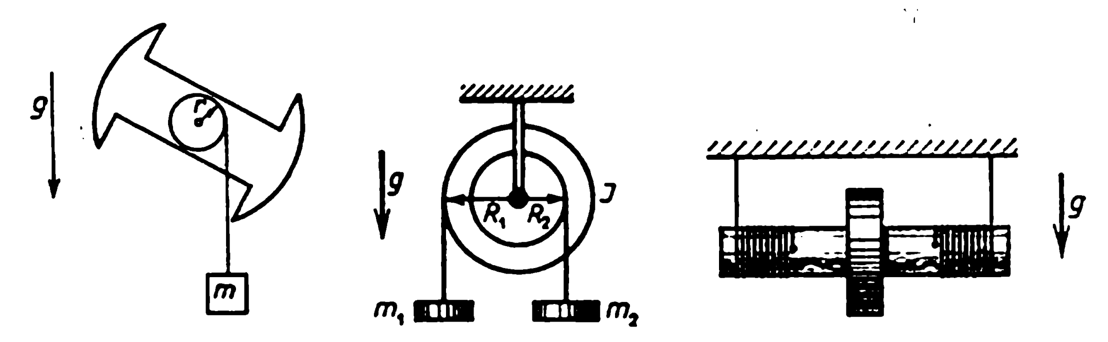
◇ **2.7.13*.** Les axes d'un cylindre à parois minces et d'un cylindre plein sont reliés par une tige impondérable. Les cylindres roulent sans glisser sur un plan incliné d'angle α. Leurs rayons sont identiques et la masse de chaque cylindre est m. Déterminer la force de tension de la tige.

◇ **2.7.14*.** Sur un cylindre à parois minces est enroulé un fil dont l'extrémité est fixée à un montant de façon que lors du glissement du cylindre sur un plan incliné le fil reste parallèle à ce plan. Quelle

vitesse acquiert le cylindre si son axe a parcouru une distance l? L'angle d'inclinaison du plan est α, le coefficient de frottement entre le plan et le cylindre est μ.

2.7.15. Un cylindre plein de masse m_1 est emmanché sur un axe horizontal. Un cordon dont l'extrémité libre porte un poids de masse m_2 est enroulé sur le cylindre. Avec quelle accélération descend le poids abandonné à lui-même ?

◇ **2.7.16.** Un corps solide est emmanché sur un axe horizontal passant par son centre de masse. Une poulie légère de rayon r rigidement fixée au corps est emmanchée sur le même axe. Un poids de



Pour le problème 2.7.16 Pour le problème 2.7.17 Pour le problème 2.7.18

masse m est suspendu à l'extrémité libre d'un fil enroulé sur la poulie. On lâche le poids. Au bout d'un temps t il descend à une distance h. Trouver le moment d'inertie du corps.

◇ **2.7.17.** Deux fils auxquels sont suspendues des charges de masses m_1 et m_2 sont enroulés en sens opposé sur une poulie cylindrique étagée. Trouver l'accélération des charges et la force de tension des fils. Le moment d'inertie de la poulie est J, les rayons des parties correspondantes de la poulie sont R_1 et R_2.

◇ **2.7.18.** Un disque plein est emmanché à force sur un arbre de rayon r. Le moment d'inertie de ce système par rapport à l'axe est J, la masse est m. Le système est suspendu à un support fixe par deux fils enroulés de façon symétrique sur l'arbre. Les fils sont verticaux. On lâche le système. Trouver l'accélération de l'axe du disque et la force de tension des fils.

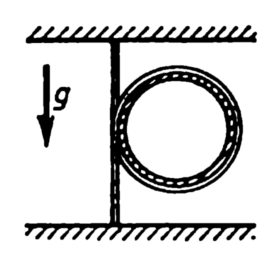
◇ **2.7.19*.** Une corde lourde homogène dont les extrémités sont fixées sur une même verticale entoure un cerceau impondérable. Avec quelle accélération tombe le cerceau abandonné à lui-même?

◇ **2.7.20*.** Une bobine à fil repose sur un plan horizontal. La bobine est tirée par le fil. Sous quels angles α entre la force et l'horizontale la bobine sera-t-elle accélérée dans le sens du fil tendu?

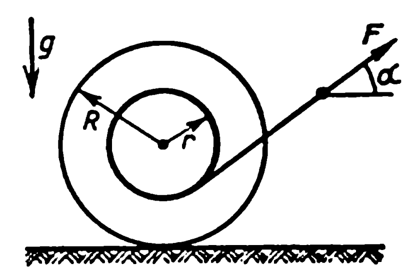
2.7.21*. Un anneau mince de rayon R et de masse m est mis en rotation jusqu'à une vitesse angulaire ω_0 puis placé verticalement sur un plan horizontal. Comment se déplacera l'anneau si le coefficient de frottement de l'anneau sur le plan est égal à μ? Déterminer

la variation, en fonction du temps, de la vitesse de l'axe et de la vitesse angulaire de rotation. Au bout de combien de temps cessera le glissement ? Quelle est la partie de l'énergie initiale qui se transforme en chaleur ?

2.7.22*. Un cylindre homogène de rayon R et de masse m est poussé à une vitesse initiale v_0 sans rotation le long d'un plan horizontal. Au bout de combien de temps cessera le glissement si le



Pour le problème 2.7.19



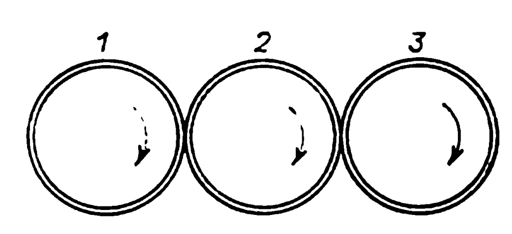
Pour le problème 2.7.20

coefficient de frottement du cylindre sur le plan est égal à μ ? Quelle est la partie de l'énergie initiale qui se transforme en chaleur ?

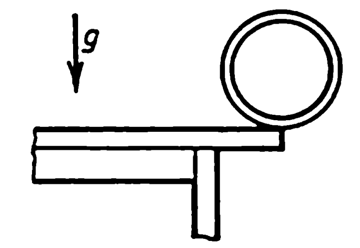
2.7.23*. Un anneau mince roule sans glisser à une vitesse v sur une surface horizontale rugueuse. Au bout de combien de temps après un choc élastique contre une paroi verticale lisse s'immobilisera cet anneau si le coefficient de frottement de l'anneau sur la surface est égal à μ ? Décrire qualitativement le mouvement d'un disque plein après choc.

2.7.24. Etudier les conditions du problème 2.4.18. A quelle vitesse angulaire initiale un cerceau de rayon R revient-il au point initial en se déplaçant avec une accélération constante sur un plancher horizontal ? La vitesse initiale du centre du cerceau est v.

◇ **2.7.25.** Trois cylindres identiques sont mis en rotation jusqu'à une vitesse angulaire ω puis mis en contact de façon que les cylindres



Pour le problème 2.7.25



Pour le problème 2.7.26

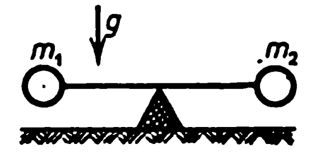
de gauche et de droite se trouvent serrés avec une même force contre le cylindre central. Les axes des cylindres sont parallèles et fixés. Quelles seront finalement les vitesses angulaires de rotation des cylindres ?

◇ **2.7.26.** Le centre d'un anneau mince se trouve juste au-dessus du bord d'une table. L'anneau commence à rouler sur la table sans

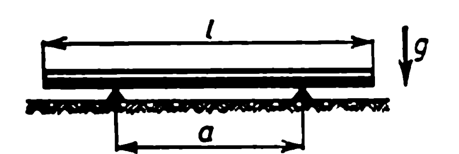
glisser à partir de l'état de repos. De quel angle tourne l'anneau jusqu'au moment de son décollement du bord de la table? Cet angle sera-t-il plus grand ou plus petit dans le cas d'une boule roulant sur la table?

◇ **2.7.27*.** Une tige légère avec des poids de masses m_1 et m_2 fixés à ses extrémités s'appuie en son milieu sur un support rigide. A la date initiale la tige est maintenue horizontalement puis lâchée. Quelle force exerce-t-elle sur le support immédiatement après?

◇ **2.7.28*.** Un bâton homogène mince de longueur l et de masse m repose symétriquement sur des appuis dont l'espacement est égal à a



Pour le problème 2.7.27

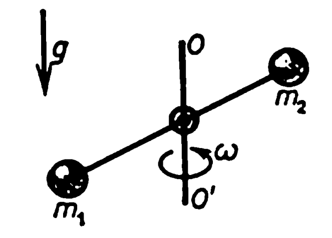


Pour le problème 2.7.28

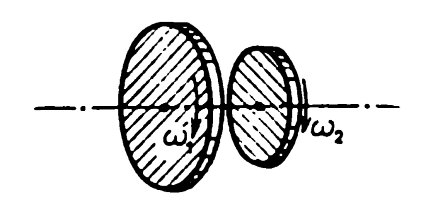
On enlève rapidement un des appuis. Quelle est la force de réaction immédiate de l'appui restant?

◇ **2.7.29.** Un haltère avec des billes de masses m_1 et m_2 reliées par une tige impondérable de longueur l tourne autour d'un axe vertical passant par le centre de l'haltère à une vitesse angulaire ω. Déterminer l'angle que forme l'axe de l'haltère avec l'axe de rotation.

◇ **2.7.30.** Deux disques de moments d'inertie J_1 et J_2 tournent sans frottement autour d'un même axe respectivement à une vitesse angu-



Pour le problème 2.7.29



Pour le problème 2.7.30

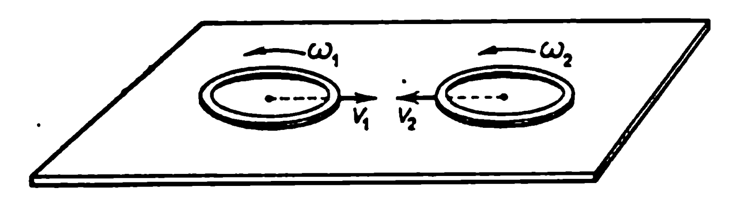
laire ω_1 et ω_2. Les disques sont mis en contact l'un avec l'autre. Au bout d'un certain temps le glissement d'un disque sur l'autre cesse grâce au frottement. Quelle est alors la vitesse angulaire de rotation des disques? Quelle est la quantité de chaleur dégagée?

2.7.31*. Un cerceau en rotation de rayon R tombe verticalement sur un plan horizontal et rebondit sans rotation à une vitesse v sous un angle de 30°. Quelle est la vitesse angulaire du cerceau avant le choc?

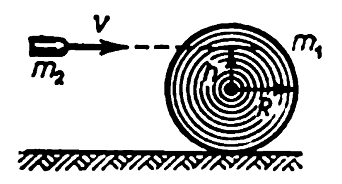
◇ **2.7.32*.** Deux anneaux identiques minces en rotation se déplacent sur un plan horizontal lisse l'un à la rencontre de l'autre. Leurs vitesses v_1 et v_2 sont dirigées le long d'une droite reliant leurs centres.

Leurs vitesses angulaires sont ω_1 et ω_2. Déterminer la vitesse angulaire des anneaux après le choc sachant que le glissement de l'un par rapport à l'autre disparaît au dernier moment du choc.

◇ **2.7.33.** Un cylindre de masse m_1 et de rayon R reposant sur un plan horizontal lisse est percuté par une balle de masse m_2 volant




Pour le problème 2.7.32

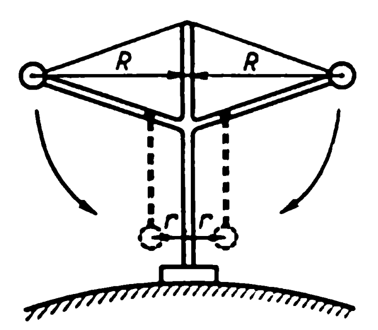


Pour le problème 2.7.33

horizontalement à une hauteur h de l'axe du cylindre à une vitesse v. En considérant le choc comme parfaitement inélastique et en posant $m_2 \ll m_1$, trouver la vitesse de l'axe et la vitesse angulaire du cylindre.

2.7.34. Sur un disque horizontal homogène au repos de masse m_1 et de rayon R se tient debout un homme de masse m_2. Le disque peut tourner sans frottement autour de l'axe vertical passant par son centre. A quelle vitesse angulaire commence à tourner le disque si l'homme se déplace sur un cercle de rayon r autour de l'axe du disque à une vitesse v par rapport à ce dernier? Le rayon du disque est de beaucoup supérieur à la taille de l'homme.

2.7.35. Un homme de masse m se tient debout au bord d'un disque tournant librement autour de son axe vertical à une vitesse angulaire ω. Ce disque a un rayon R et un moment d'inertie J. Comment varie la vitesse angulaire de rotation du disque si l'homme se déplace



Pour le problème 2.7.36

du bord du disque vers son centre? Comment varie alors l'énergie cinétique du système? On négligera les dimensions de l'homme par rapport à celles du disque.

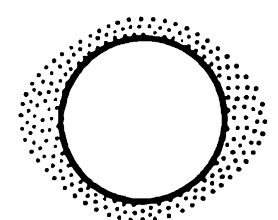
◇ **2.7.36.** Des charges petites, mais lourdes, sont maintenues à l'aide d'un fil à une distance R de l'axe vertical dans une installation se trouvant au pôle de la Terre. Le fil est brûlé. Les charges descendent

et se trouvent à une distance $r = 0{,}1R$ de l'axe. Combien de tours par heure fait alors l'installation si au début elle ne tournait pas par rapport à la Terre? On négligera les frottements.

2.7.37. L'air passe de la zone subtropicale de haute pression à la zone équatoriale de basse pression. De quel côté, à l'Ouest ou à l'Est, dévie-t-il dans son mouvement?

2.7.38*. Ces 40 dernières années le jour s'est accru de 10^{-3} s environ. Certains géophysiciens considèrent que la cause principale de ce phénomène est la fonte de la calotte glaciaire en Antarctide. Evaluer la masse de la glace fondue en Antarctide durant 40 ans si cette hypothèse est vraie.

◇ **2.7.39*.** a. On sait que la déformation de la Terre elle-même par les marées et les marées dans les océans ralentissent la rotation de la Terre. Expliquer comment naît le moment des forces nécessaire.



Pour le problème 2.7.39

b. La marée solaire dans l'atmosphère terrestre atteint son maximum deux heures avant le passage du Soleil au zénith. Cette marée, contribue-t-elle ou empêche-t-elle le ralentissement de la rotation diurne?

2.7.40*. Une aiguille à tricoter homogène de longueur l posée verticalement sur une surface horizontale lisse commence à tomber à partir de sa position verticale. Déterminer la vitesse de l'extrémité supérieure de l'aiguille avant son impact contre la surface.

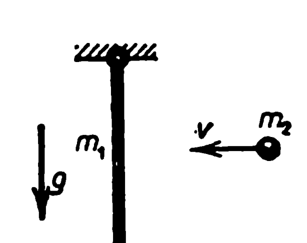
2.7.41. Une tige mince de masse m et de longueur l repose sur une surface horizontale lisse. Une bille en cire à modeler de masse m se déplaçant à une vitesse v perpendiculaire à la tige frappe une de ses extrémités et s'y colle. Quelle est la quantité de chaleur dégagée lors de ce choc?

◇ **2.7.42.** Une tige de masse m_1 et de longueur l est suspendue en charnière. Un petit morceau de cire à modeler de masse m_2 se déplace horizontalement à une vitesse v et adhère au milieu de la tige. Trouver l'angle maximal de déviation de la tige par rapport à la verticale. On négligera les frottements dans la charnière.

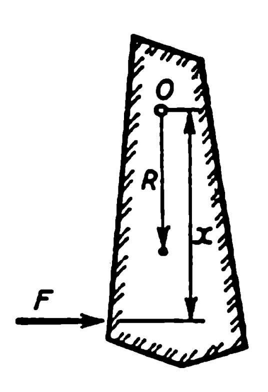
2.7.43*. En quel endroit, lors de l'escrime au bâton, faut-il toucher le bâton adverse pour éviter l'effet de recul? Le bâton est tenu à son extrémité par une seule main.

◇ **2.7.44.** Le moment d'inertie d'un corps solide de masse m par rapport à l'axe O est égal à J. Le centre de masse du corps se trouve

à une distance R de cet axe. Trouver la force agissant sur l'axe lorsqu'à ce corps solide est appliquée pendant une courte durée une force F



Pour le problème 2.7.42

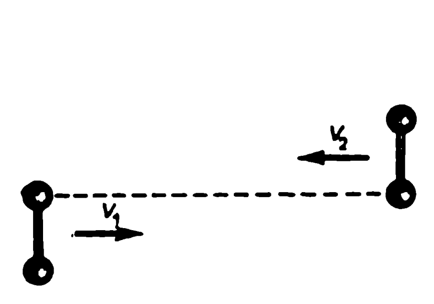


Pour le problème 2.7.44

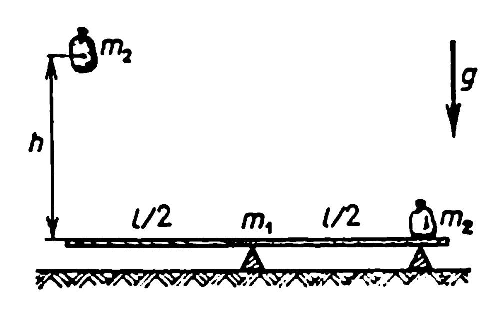
perpendiculaire au segment de longueur x qui relie le point d'application de la force à l'axe. Pour quel x la force agissant sur l'axe est-elle minimale?

◇ **2.7.45.** Le dessin représente deux haltères identiques volant l'un à la rencontre de l'autre à des vitesses v_1 et v_2. La distance entre les boules de l'haltère est égale à l. Comment se déplacent les haltères après le choc élastique?

◇ **2.7.46*.** A quelle hauteur peut-on faire sauter un sac de sable à l'aide d'une planche de masse m_1 et de longueur l si un autre sac



Pour le problème 2.7.45

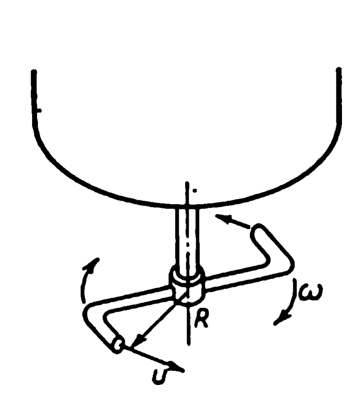


Pour le problème 2.7.46

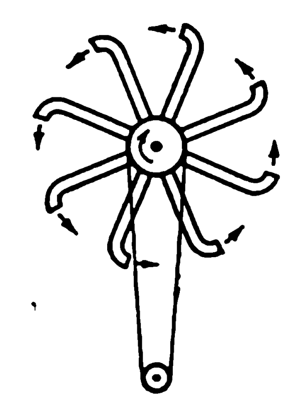
de sable identique au premier tombe sur l'autre extrémité de cette planche d'une hauteur H? La masse du sac de sable est égale à m_2.

◇ **2.7.47*.** Un ajutage coudé, la roue de Segner, est hermétiquement calé sur un tube vertical qui sort du fond d'un récipient rempli de liquide. Si l'on ajoute du liquide dans ce récipient pour que le niveau ne change pas lorsqu'il en sort, la roue de Segner tourne à une vitesse angulaire constante ω. Déterminer le moment des forces de frottement agissant sur l'ajutage si par rapport à ce dernier le liquide s'écoule à une vitesse u suivant la tangente à un cercle de rayon R. Le débit-masse du liquide est égal à $\dot{m}$.

◇ **2.7.48*.** En négligeant les frottements, trouver la puissance utile d'une turbine conçue d'après le principe de la roue de Segner. Prendre



Pour le problème 2.7.47

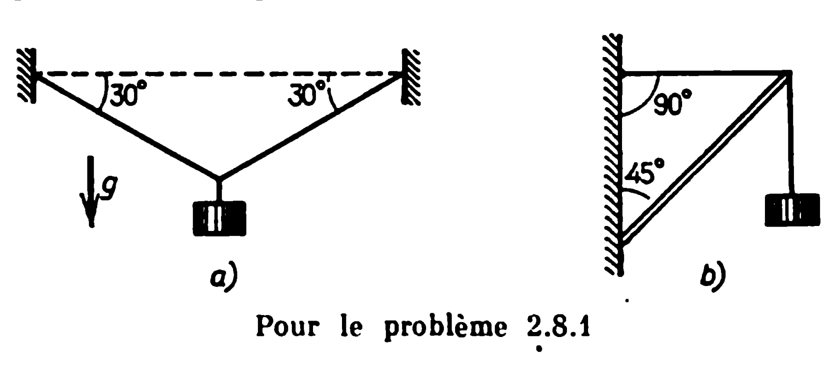


Pour le problème 2.7.48

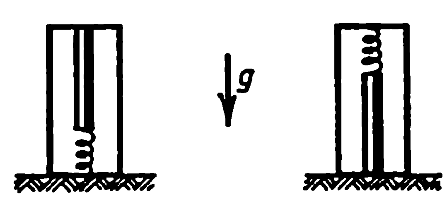
les données dans le problème précédent. Comment dépend la vitesse angulaire de rotation de la turbine par rapport au moment des forces de charge?

§ 2.8. Statique

◇ **2.8.1.** Les constructions représentées sur le dessin maintiennent une charge pesant 10 kg. Les câbles sont représentés par les lignes



Pour le problème 2.8.1



Pour le problème 2.8.2

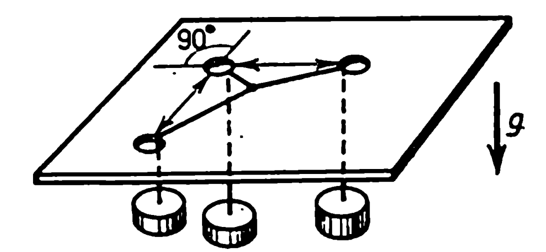
fines, la tige par la ligne double. Déterminer la force de tension des câbles pour le cas *a*) et la force exercée sur la tige par le câble passant sur celle-ci pour le cas *b*).

◇ **2.8.2.** Un crayon pesant 0,01 kg se tient droit sur un ressort dans un plumier fermé. Lorsque le plumier est retourné, la force de pres-

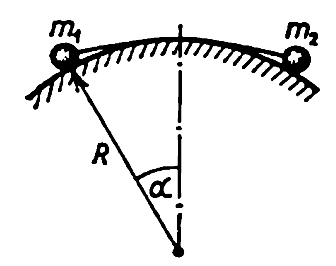
sion exercée par le crayon sur le couvercle devient 1,2 fois plus grande. Quelle force de pression exerçait-il initialement?

2.8.3. Déterminer la hauteur maximale d'un mur qu'on peut construire avec des briques en sachant que la résistance d'une brique à la compression est égale à 10^7 Pa et sa masse volumique est égale à $1,5 \cdot 10^3$ kg/m³.

◇ 2.8.4. Par trois orifices pratiqués dans la surface plane d'une table passent des fils liés à l'une des extrémités par un nœud commun.



Pour le problème 2.8.4

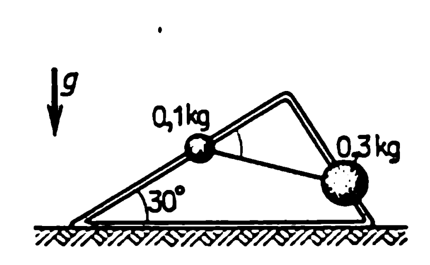


Pour le problème 2.8.5

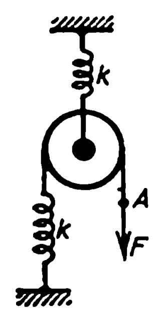
Des charges identiques sont fixées à l'autre extrémité de chaque fil. Trouver les angles entre les fils. On négligera les frottements.

◇ 2.8.5. Deux charges de faible dimension sont liées par un fil de longueur l et reposent sur une surface cylindrique lisse de rayon R. Les charges étant en équilibre, l'angle entre la verticale et le rayon mené vers la charge de masse m_1 est égal à α. Trouver la masse de la deuxième charge.

◇ 2.8.6. Avec du fil métallique on a fabriqué un cadre sous la forme d'un triangle rectangle, qu'on a placé dans un plan vertical



Pour le problème 2.8.6



Pour le problème 2.8.7

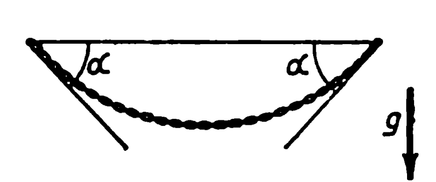
comme l'indique le dessin. Des charges de masses $m_1 = 0,1$ kg et $m_2 = 0,3$ kg liées par un fil peuvent glisser sans frottement sur le fil métallique. Trouver la force de tension du fil et l'angle que forme ce dernier avec le côté long de l'angle droit du triangle à l'état d'équilibre.

◇ 2.8.7. De combien se déplace l'extrémité d'un fil (point A) passant sur une poulie mobile si l'on applique à cette extrémité une force F? La raideur du ressort est égale à k.

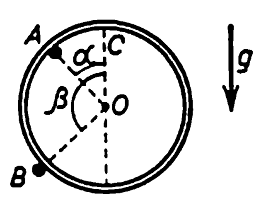
2.8.8. Si l'on fixe une charge à l'extrémité inférieure d'un ressort suspendu verticalement, sa longueur devient égale à l_1. Si l'on fixe la même charge au milieu du ressort, sa longueur devient égale à l_2. Trouver la longueur du ressort non déformé.

◇ **2.8.9.** Une chaînette de masse m est suspendue par ses extrémités de façon à faire avec l'horizontale un angle α près des points de suspension. Déterminer la force de tension de la chaînette en son point inférieur et aux points de suspension.

◇ **2.8.10.** Un cerceau mince et lisse de masse m est suspendu par un clou (A) à un mur et s'appuie sur un autre clou (B). Le rayon mené



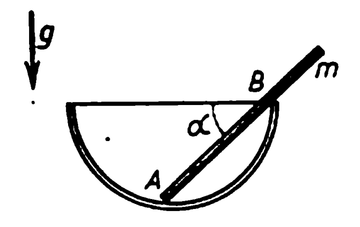
Pour le problème 2.8.9



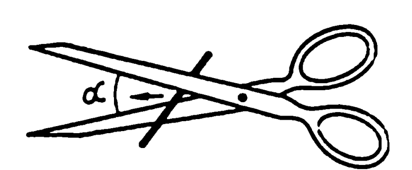
Pour le problème 2.8.10

au clou A du centre du cerceau fait un angle α avec la verticale. Le rayon mené au clou B fait un angle β avec la verticale. Trouver la force avec laquelle le cerceau agit sur chaque clou.

◇ **2.8.11.** Dans un hémisphère lisse fixé repose librement un bâton de masse m de façon que son angle avec l'horizontale soit égal à α et que l'extrémité dépasse le bord de l'hémisphère. Avec quelles



Pour le problème 2.8.11



Pour le problème 2.8.12

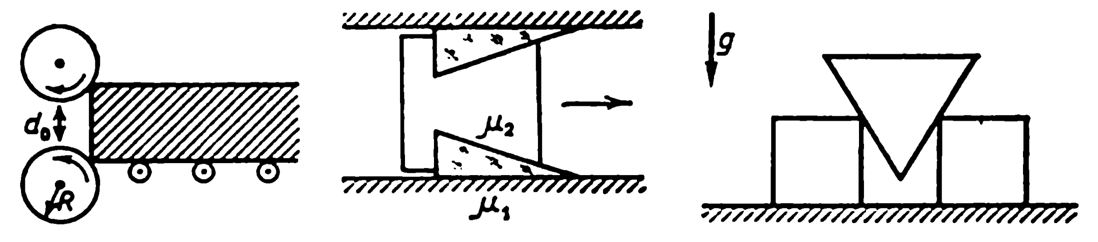
forces agit le bâton sur l'hémisphère aux points de contact A et B?

◇ **2.8.12.** Lorsqu'on commence à couper un fil à l'aide d'un ciseau, le fil glisse vers ses extrémités et c'est seulement lorsque l'angle d'ouverture du ciseau diminue jusqu'à une valeur α_{min} au fur et à mesure du déplacement du fil que le ciseau incise celui-ci. Expliquer ce phénomène. Déterminer le coefficient de frottement du fil sur une lame du ciseau. On négligera la force de pesanteur. Le fil n'est pas fixé.

◇ **2.8.13.** Des cylindres de laminage sont de rayon R. En tournant, ils entraînent une pièce brute si son épaisseur est assez faible. Le coefficient de frottement entre les cylindres et cette pièce est μ et le jeu entre les cylindres est d_0. Trouver l'épaisseur maximale de la pièce. Cette dernière n'est pas poussée.

◇ **2.8.14*.** Un corps dans les entailles duquel on a placé des coins est disposé entre deux murs parallèles comme indiqué sur le dessin. Trouver l'angle limite au sommet des coins tel que le corps puisse se déplacer à droite et ne le puisse pas à gauche. Les coefficients de frottement des coins sur les murs et le corps sont respectivement égaux à μ_1 et μ_2.

◇ **2.8.15.** Entre deux barres identiques de section carrée reposant sur un plan horizontal est introduit un coin lisse de même masse et

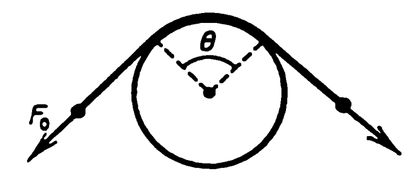


Pour le problème 2.8.13 Pour le problème 2.8.14 Pour le problème 2.8.15

de section ayant la forme d'un triangle équilatéral. Quel doit être le coefficient de frottement des barres sur le plan pour qu'elles commencent à s'écarter?

2.8.16*. Une spire de câble est enroulée sur un poteau cylindrique. Pour que le câble ne glisse pas sur le poteau lorsque l'une de ses extrémités est tirée avec une force F, il suffit de retenir son autre extrémité avec une force f. Comment varie la force de retenue si le poteau porte n spires? Les spires du câble ne sont pas en contact l'une avec l'autre.

◇ **2.8.17*.** On tire sur l'extrémité d'une corde qui embrasse un poteau suivant un arc d'angle θ avec une force F_0. Quelle force

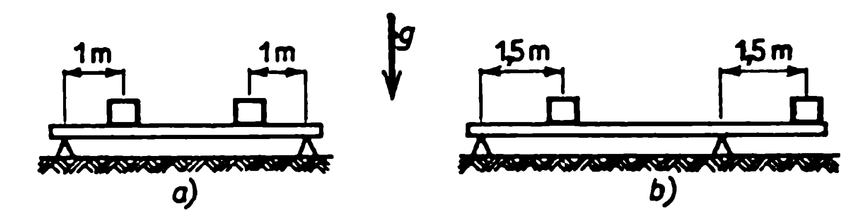


Pour le problème 2.8.17

minimale faut-il appliquer à l'autre extrémité de la corde pour la retenir si le coefficient de frottement de la corde sur le poteau est égal à μ?

◇ **2.8.18.** Le dessin représente deux poutres qui portent deux charges pesant 10 kg chacune. La distance entre les appuis des poutres est égale à 4 m. Trouver la force de pression des poutres sur les appuis. Les poutres sont impondérables.

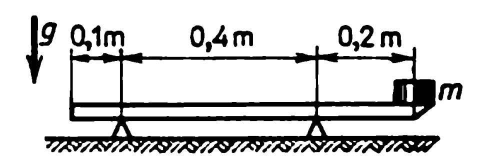
◇ **2.8.19.** Une règle pesant 0,01 kg repose sur deux appuis comme représenté sur le dessin. Une charge est posée sur une des extrémités



Pour le problème 2.8.18

de la règle. Quelle doit être la masse de la charge pour que l'équilibre soit possible ?

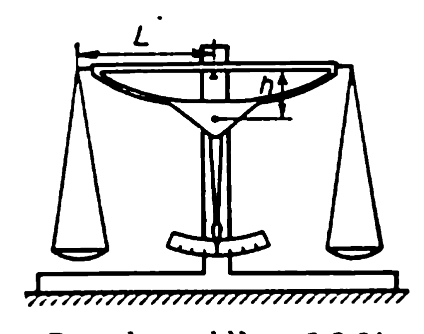
2.8.20. Une balance à bras inégaux se trouve en équilibre. Si l'on met une charge sur le plateau de gauche, elle est équilibrée par un poids de masse m_1 posé sur le plateau de droite. Si l'on met la



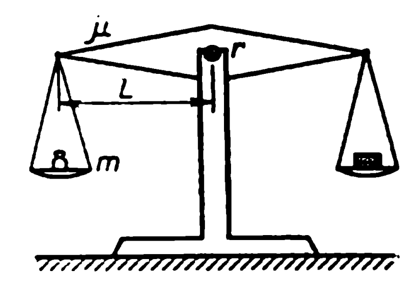
Pour le problème 2.8.19

même charge sur le plateau de droite, elle est équilibrée par un poids de masse m_2 posé sur le plateau de gauche. Quelle est la masse de la charge ?

◇ **2.8.21.** Le centre de masse du fléau d'une balance à bras égaux se trouve au-dessous du point de suspension à une distance h de ce dernier et la masse du fléau est égale à m_0. Deux plateaux identiques



Pour le problème 2.8.21



Pour le problème 2.8.22

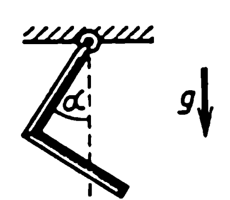
sont suspendus aux fils fixés aux extrémités du fléau espacées de $2L$. De combien diffèrent les masses des charges posées sur les plateaux si le fléau s'écarte d'un angle α par rapport à l'horizontale ?

◇ **2.8.22.** L'axe du fléau d'une balance à bras égaux ayant un rayon r est introduit dans l'entaille d'un montant. Un poids de masse m se trouve sur un des deux plateaux, une charge sur l'autre : le fléau reste en position horizontale. La masse du fléau avec les plateaux

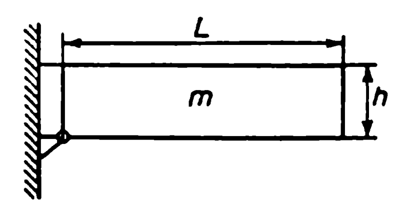
est égale à M et la longueur du fléau à $2L$. De combien peut différer la masse de la charge de celle du poids si le coefficient de frottement entre l'axe et le montant est égal à μ?

◇ **2.8.23.** Une lourde tige est courbée en son milieu sous un angle droit et suspendue librement par l'une de ses extrémités. Quel angle avec la verticale fait la moitié supérieure de la tige?

◇ **2.8.24.** Une poutre homogène de masse m a une longueur L et une hauteur h. Le coin gauche inférieur de la poutre est lié à un mur



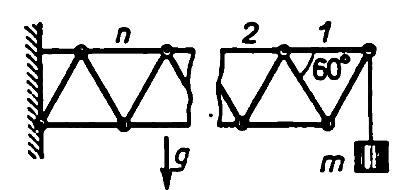
Pour le problème 2.8.23



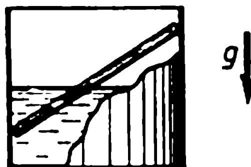
Pour le problème 2.8.24

par une charnière et le coin gauche supérieur est fixé au mur par un câble horizontal. La poutre est horizontale. Déterminer la force de tension du câble et la force de pression exercée par la poutre sur l'axe de la charnière.

◇ **2.8.25*.** Une charge de masse m est suspendue à un système de tiges identiques reliées par des charnières, comme indiqué sur le



Pour le problème 2.8.25



Pour le problème 2.8.26

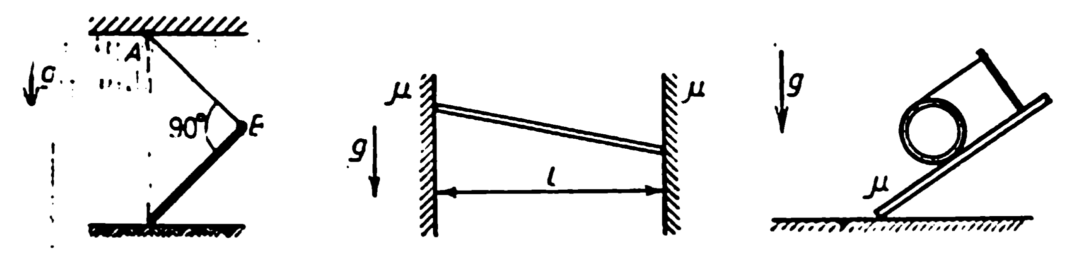
dessin. Déterminer la force de traction de la n-ième tige horizontale supérieure.

◇ **2.8.26.** Quelle force de pression exerce sur les parois d'un verre cylindrique un bâtonnet de masse m à moitié immergé dans l'eau? L'angle d'inclinaison du bâtonnet par rapport à l'horizontale est égal à α. On négligera les frottements.

◇ **2.8.27.** Quel doit être le coefficient de frottement d'une tige homogène sur le plancher pour qu'elle puisse occuper la position indiquée sur le dessin. La longueur du fil AB est égale à celle de la tige.

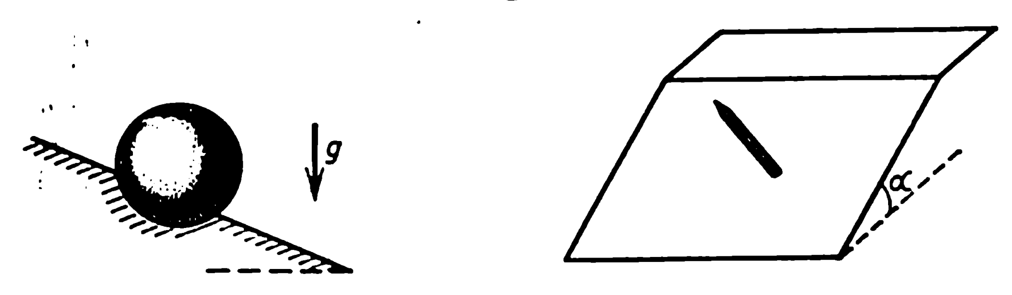
◇ **2.8.28.** La distance entre les parois verticales est égale à l. Quelle doit être la longueur d'une tige placée en biais entre les parois pour qu'elle ne descende pas si le coefficient de frottement entre la tige et les parois est égal à μ?

◇ **2.8.29.** Un fil dont un bout est fixé à un montant au point supérieur d'un plan incliné est enroulé sur un cylindre. Pour quel angle d'inclinaison du plan le cylindre ne descend-il pas de ce plan si le coefficient de frottement du cylindre sur le plan est égal à μ?



Pour le problème 2.8.27 Pour le problème 2.8.28 Pour le problème 2.8.29

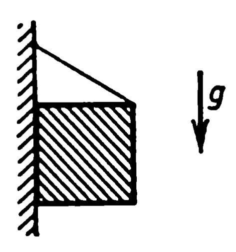
◇ **2.8.30.** La profondeur d'un trou pratiqué dans une planche dans lequel est introduite une boule est deux fois plus petite que le rayon de la boule. Quel doit être l'angle d'inclinaison de la planche par rapport à l'horizontale pour que la boule tombe de ce trou?



Pour le problème 2.8.30 Pour le problème 2.8.31

◇ **2.8.31*.** Sur un pupitre ayant un angle de pente $\alpha > 30°$ on met un crayon hexaédrique de façon qu'il ne roule pas et ne glisse pas vers le bas. Quel doit être l'angle minimal entre le crayon et le bord horizontal du pupitre pour que ceci soit possible?

◇ **2.8.32.** Un cube homogène est suspendu à un mur vertical à l'aide d'une corde attachée au milieu de son arête. Pour quelles valeurs de

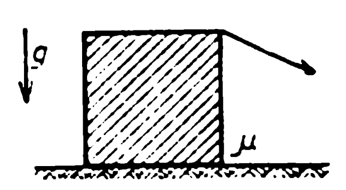


Pour le problème 2.8.32

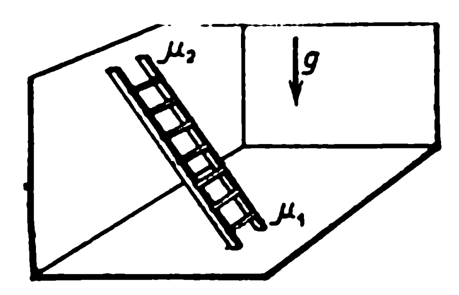
l'angle entre la corde et le mur le cube est-il en contact avec le mur par toute la face si le coefficient de frottement du cube sur le plan est égal à μ?

◇ 2.8.33*. Un cube de masse *m* repose sur une surface horizontale. Avec quelle force minimale et sous quel angle par rapport à l'horizontale faut-il tirer ce cube par l'arête supérieure pour qu'il commence à se renverser sans glisser, sachant que le coefficient de frottement du cube sur le plan est égal à μ?

◇ 2.8.34. Un escalier s'appuie sur un mur vertical et un plancher. Pour quelles valeurs de l'angle entre l'escalier et le plancher peut-il



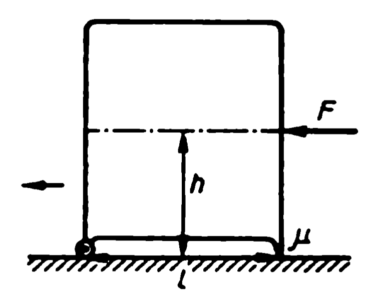
Pour le problème 2.8.33



Pour le problème 2.8.34

rester debout si les coefficients de frottement de l'escalier sur le plancher et le mur sont respectivement égaux à μ_1 et μ_2?

◇ 2.8.35*. Le centre de masse d'un réfrigérateur se trouve à une hauteur *h* du plancher au milieu entre les appuis espacés de *l*. Les appuis postérieurs sont des roues ayant un frottement négligeable

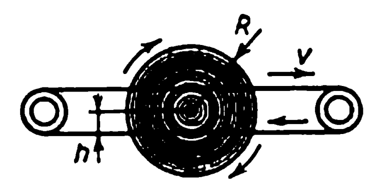


Pour le problème 2.8.35

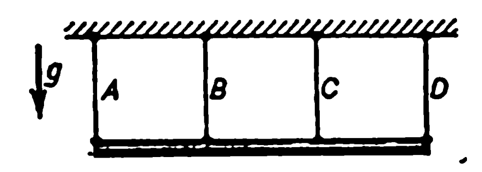
dans les axes, les appuis antérieurs sont des saillies immobiles dont le coefficient de frottement sur le plancher est égal à μ. Si l'on applique une force horizontale *F* au réfrigérateur au niveau de son centre de masse, le réfrigérateur commence à se déplacer en arrière, du côté des roues. Quelle force horizontale faut-il appliquer au même niveau dans le sens opposé pour déplacer le réfrigérateur en avant?

2.8.36. Une douille légère sur laquelle est fixée de façon radiale une tige légère de longueur *l* est calée sur un axe horizontal tournant de rayon *R*. Une lourde charge est fixée à l'extrémité de la tige. Déterminer l'angle de déviation de la tige par rapport à la direction radiale lors de la rotation de la douille avec l'axe si le coefficient de frottement entre la douille et l'axe est μ.

◇ **2.8.37***. Une roue de rayon R peut tourner librement autour de son axe. A la surface latérale de la roue à une distance h de l'axe de rotation sont appliquées des courroies de commande se déplaçant



Pour le problème 2.8.37

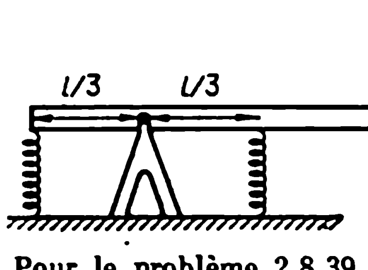


Pour le problème 2.8.38

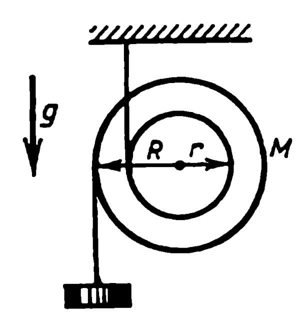
à une vitesse v. Déterminer la vitesse angulaire uniforme de la roue si son contact avec une courroie de commande n'a lieu que sur la jante.

◇ **2.8.38.** Une poutre homogène de longueur l est suspendue à quatre câbles identiques fixés à une distance $l/3$ l'un de l'autre. Le câble A est enlevé. Pour diminuer le danger de rupture des câbles on invite à évacuer encore le câble D. Cette proposition est-elle raisonnable?

◇ **2.8.39.** Une poutre homogène de longueur l et de masse m a un axe de rotation à une distance $l/3$ de son extrémité. Un ressort fixé



Pour le problème 2.8.39



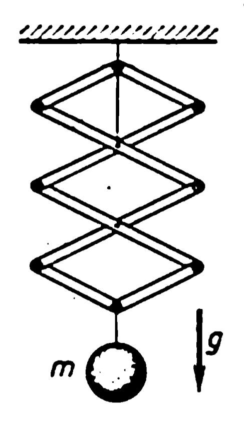
Pour le problème 2.8.40

au plancher est attaché à une extrémité de la poutre et un autre ressort, identique au premier, est attaché lui aussi, de façon symétrique, de l'autre côté de l'axe. La position de la poutre étant horizontale, les deux ressorts ne sont pas déformés. Trouver les forces avec lesquelles la poutre agit sur l'axe et les ressorts. Les déformations des ressorts sont petites et la poutre est donc presque horizontale.

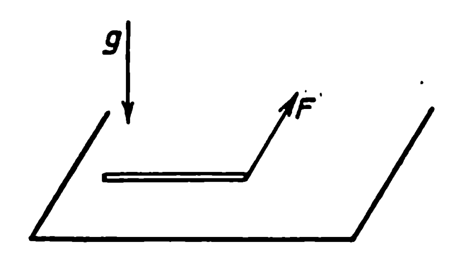
◇ **2.8.40.** Une bobine est suspendue à un fil enroulé suivant son petit rayon r. Suivant le grand rayon R de la bobine est également enroulé un fil au bout duquel est suspendue une charge. Quelle est la masse de la charge si le système se trouve à l'état d'équilibre? La masse de la bobine est M.

◇ **2.8.41.** Trouver la force de tension du fil qui lie les axes des articulations du losange supérieur d'une suspension articulée. La masse de la charge est m.

2.8.42*. Une tôle de plomb repose sur le toit d'une maison ayant un angle de pente φ. Durant le jour la température de l'air s'élève pour atteindre la valeur maximale t_2, puis diminue jusqu'à la valeur minimale t_1 à laquelle la longueur de la tôle est égale à l. Trouver les points de la tôle qui restent fixes lors du chauffage; lors du refroidissement. De quelle distance descend la tôle au cours de N




Pour le problème 2.8.41



Pour le problème 2.8.44

jours de beau temps fixe? Le coefficient de frottement de la tôle sur le toit $\mu > \operatorname{tg} \varphi$. Le coefficient de température de dilatation linéaire du plomb est α.

2.8.43. Une fourmi décide d'emporter un brin de paille vers sa fourmilière. Comment doit-elle agir si la force avec laquelle elle peut tirer le brin de paille est quelque peu inférieure à la force maximale de frottement de repos?

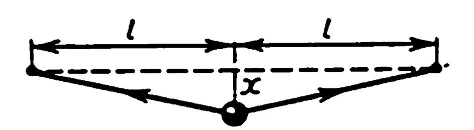
◇ 2.8.44*. Une mince barre homogène de masse m repose sur un plan horizontal. Quelle force horizontale minimale faut-il appliquer à l'extrémité de la barre perpendiculairement à celle-ci pour la déplacer si le coefficient de frottement entre la barre et le plan est égal à μ?

CHAPITRE 3

OSCILLATIONS ET ONDES

§ 3.1. Petits écarts par rapport à l'équilibre

◇ **3.1.1.** Une boule est fixée au milieu d'une corde tendue de longueur $2l$. Quelle force totale est exercée par la corde sur la boule si le déplacement transversal de cette dernière par rapport à la position d'équilibre $x \ll l$ et si la force de tension de la corde F ne dépend pas du déplacement ? Pourquoi, lors de petits écarts, peut-on considérer



Pour le problème 3.1.1

la dépendance de la force agissant sur la boule par rapport à x comme linéaire ? Comment cette force est-elle dirigée par rapport au déplacement ? Trouver comment l'énergie potentielle de la boule dépend du petit déplacement x. Quelle est la vitesse de la boule lorsqu'elle passe par la position d'équilibre si son déplacement maximal est égal à x_0 ? La masse de la boule est égale à m.

3.1.2. Un poids de masse m est suspendu à un ressort de raideur k. Comment dépend la force sommaire qui agit sur le poids de son déplacement x par rapport à sa position d'équilibre ? Trouver la dépendance de l'énergie potentielle du poids par rapport au déplacement x.

3.1.3. a. Un corps de masse m suspendu à un ressort oscille de façon que la valeur maximale de la vitesse est égale à v_0 et l'écart maximal par rapport à la position d'équilibre est égal à x_0. Déterminer la raideur du ressort.

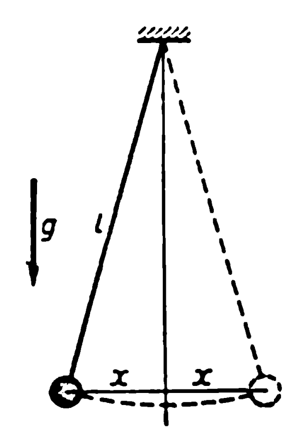
b. La vitesse d'un corps de masse m suspendu à un ressort et exécutant des oscillations dépend de la coordonnée du corps x selon la loi $v = v_0 \sqrt{1 - (x/x_0)^2}$. Trouver la dépendance de la force qui agit sur le corps et celle de l'énergie potentielle de ce corps par rapport à la coordonnée x. Le résultat obtenu dépend-il de la nature de la force qui oblige le corps à se déplacer selon la loi donnée ?

3.1.4. Pourquoi une lampe qui oscille rapidement sur un ressort semble s'allumer aux points extrêmes de sa trajectoire ?

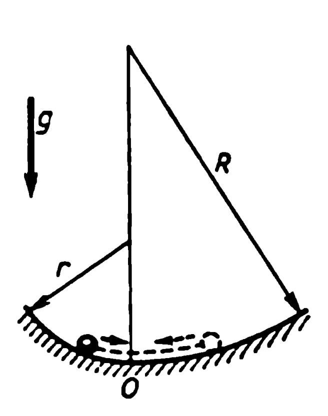
◇ **3.1.5.** La longueur du fil d'un pendule simple est l, la masse d'une bille est m. Déterminer la force qui s'exerce sur cette bille lorsqu'elle s'écarte de x par rapport à sa position d'équilibre, si $x \ll l$. Comment dépend de x l'énergie potentielle de la bille?

3.1.6. Déterminer la vitesse maximale de la bille d'un pendule simple de longueur l se déplaçant dans un même plan si l'amplitude de déplacement est égale à x_0 pour les petites oscillations du pendule.

◇ **3.1.7.** Une rigole horizontale est courbée, à gauche d'une ligne



Pour le problème 3.1.5



Pour le problème 3.1.7

inférieure, suivant une surface cylindrique de rayon r et, à droite, suivant une surface de rayon R. Déterminer le rapport des écarts maximaux à gauche et à droite pour les petites oscillations d'un corps dans cette rigole.

◇ **3.1.8*.** Deux billes de charges $\pm q$ rigidement liées par une tige impondérable de longueur l se trouvent dans un champ électrique



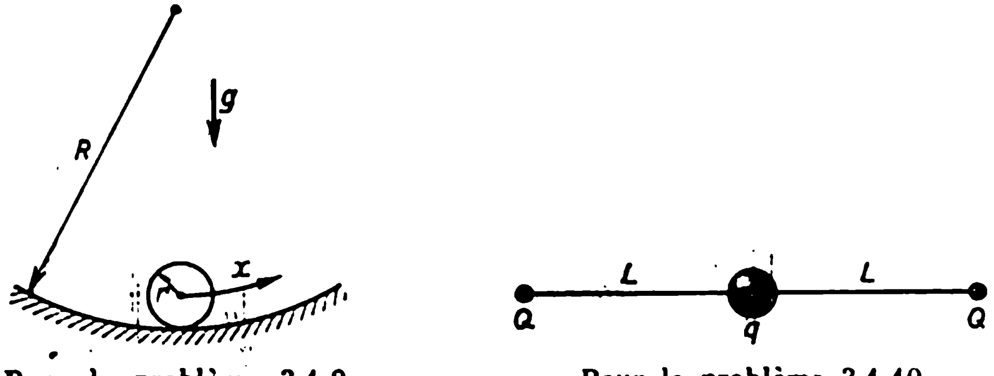
Pour le problème 3.1.8

qui agit sur elles avec une force $\pm qE$. Déterminer la masse de chaque bille si l'amplitude de leurs petites oscillations transversales est égale à x_0 et si leur vitesse maximale est v_0.

◇ **3.1.9.** Une bille de masse m et de rayon r glisse sur la sirface d'une cavité dont le rayon de courbure est R. Trouver la variation de l'énergie potentielle de la bille en fonction du petit déplacement x par rapport à la position d'équilibre.

◇ **3.1.10*.** Une perle de charge q peut se déplacer sans frottement sur un fil tendu de longueur $2L$ aux extrémités duquel sont fixées des charges Q. Trouver l'accroissement de l'énergie potentielle lors-

que la perle se déplace de x le long du fil à partir de son centre. S'assurer que pour de petits déplacements la dépendance de l'accroissement de l'énergie potentielle par rapport à x est quadratique. Trou-



Pour le problème 3.1.9 Pour le problème 3.1.10

ver de combien se déplace la perle de masse m si on lui communique une faible vitesse v à la position d'équilibre.

◇ **3.1.11.** Deux ressorts de raideur k liés comme indiqué sur le dessin ne sont pas déformés. Quelle doit être la masse d'une charge qu'il



Pour le problème 3.1.11 Pour le problème 3.1.12

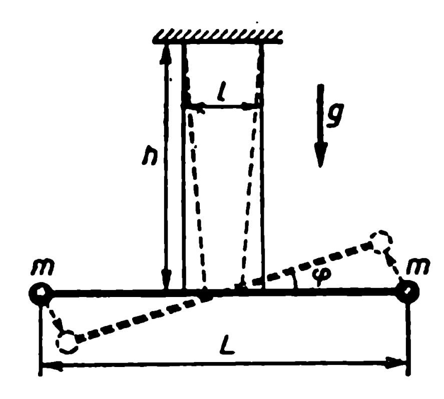
faut suspendre au point de jonction des ressorts pour qu'elle descende d'une petite distance x dans la position d'équilibre?

◇ **3.1.12.** a. Un petit corps chargé de masse m peut glisser sur une aiguille à tricoter verticale au point inférieur de laquelle est fixée une charge de même signe que la charge du corps. La position d'équilibre du corps se trouve à une distance R de cette charge. Comment dépend la force agissant sur le corps de son petit déplacement x par rapport à la position d'équilibre?

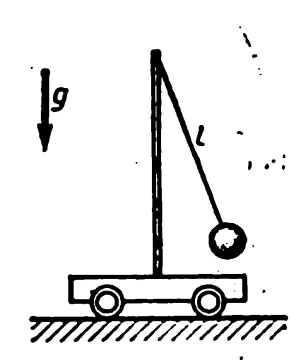
b. La masse d'un corps augmentée de trois fois, les charges restent inchangées. A quelle distance de l'extrémité inférieure de l'aiguille se trouve maintenant la position d'équilibre du corps? Comment varie la force agissant sur le corps en fonction de son petit déplacement par rapport à la position d'équilibre?

3.1.13. On met une petite charge de masse Δm sur un corps de masse m dans le problème 3.1.12 a et on abandonne le système. Trouver la vitesse maximale du corps avec la charge.

◇ **3.1.14*.** Une tige impondérable de longueur L portant à ses extrémités des charges de masse m est suspendue à des fils de longueur h qui se trouvent à une distance $l < L$ l'un de l'autre. La tige est horizontale. Montrer que lors de la rotation de la tige autour de son axe de symétrie vertical d'un petit angle φ le moment des forces



Pour le problème 3.1.14



Pour le problème 3.1.15

agissant sur les charges est proportionnel à φ et la variation de l'énergie potentielle des charges est proportionnelle à φ^2. Trouver la vitesse angulaire maximale de la tige si on la lâche après avoir tourné d'un angle φ_0.

◇ **3.1.15.** L'amplitude des petites oscillations d'un pendule simple placé sur un chariot est égale à x_0 et l'amplitude des oscillations du chariot est y_0. La longueur du fil du pendule est l. Déterminer la vitesse maximale du pendule et du chariot. On négligera les frottements.

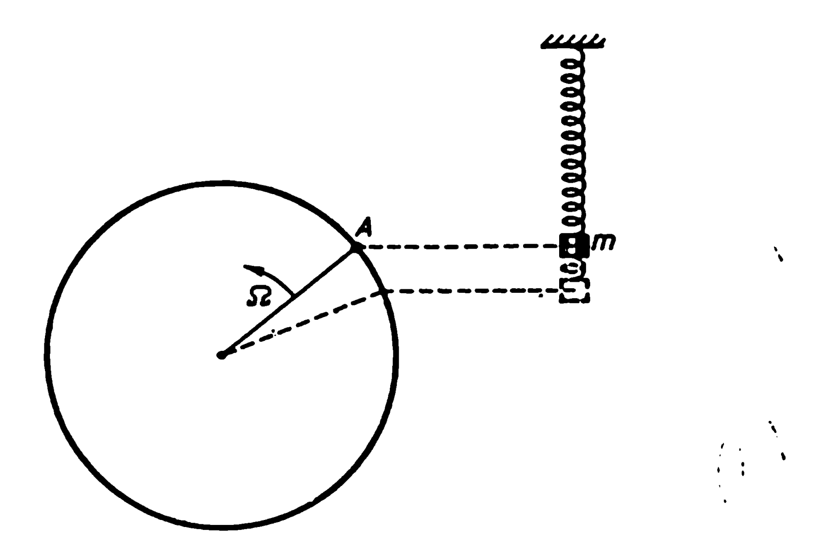
3.1.16. Déterminer dans quelles limites varie la force de tension du fil d'un pendule simple dont les oscillations ont une amplitude x_0 de beaucoup inférieure à la longueur du fil l en sachant que la masse du pendule est m.

3.1.17. La force de pression normale d'un petit corps varie de N à $N + \Delta$, $\Delta \ll N$, lors de ses petites oscillations près de la position d'équilibre dans un creux de rayon R. Déterminer l'amplitude des oscillations de ce corps.

§ 3.2. Période et fréquence des oscillations libres

◇ **3.2.1.** a. Un poids de masse m suspendu à un ressort et exécutant des oscillations est disposé près d'une roue tournant à une vitesse angulaire Ω, le point A de la roue se trouvant toujours au même niveau que le centre de masse du poids. Où se trouve la position d'équi-

libre du poids? Quelle force agit sur le poids si son déplacement par rapport à la position d'équilibre est égal à x? Au bout de quel temps



Pour le problème 3.2.1

minimal T se répètent les valeurs de la vitesse et du déplacement du poids? Comment varient les valeurs de la vitesse et du déplacement au bout du temps $T/2$?

b. En utilisant les résultats du problème précédent, comparer le mouvement oscillatoire rectiligne d'un poids de masse m sous l'action d'une force $F = -kx$ avec le mouvement de rotation. Déterminer la vitesse angulaire de la roue, les valeurs de k et m étant connues. A quelle distance de l'axe de la roue se trouve le point A si l'écart maximal du poids par rapport à la position d'équilibre est égal à x_0?

3.2.2. Une charge immobile suspendue à un ressort fait s'allonger ce dernier d'une longueur Δl en se trouvant dans la position d'équilibre. Quelle est la période d'oscillations verticales de la charge?

3.2.3. Un poids oscille suivant la verticale sur un cordon en caoutchouc. De combien de fois varie la période d'oscillations verticales de ce poids s'il est suspendu à un même cordon mais plié en deux?

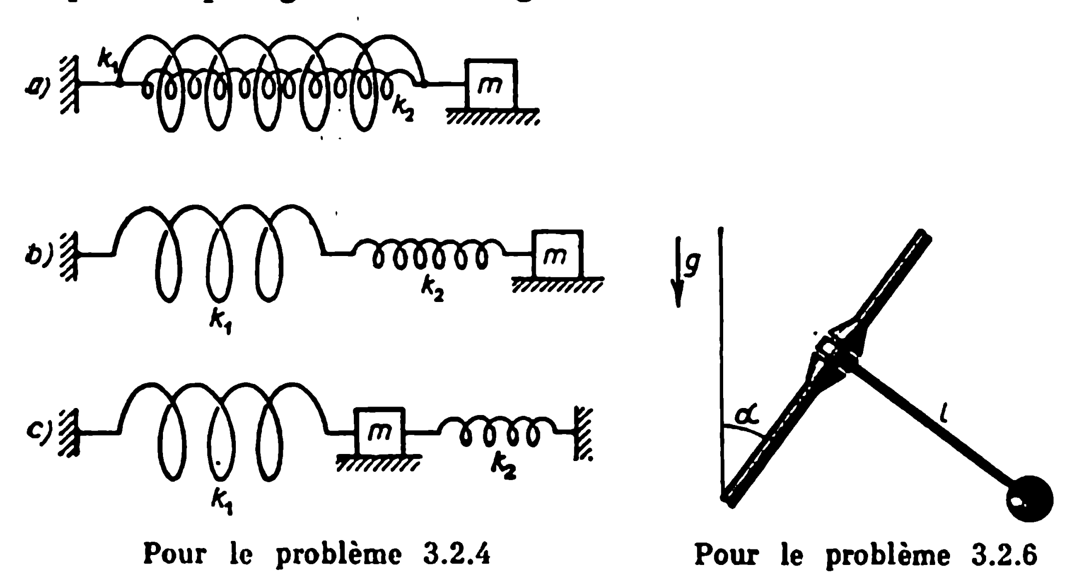
◇ **3.2.4.** Trouver la période d'oscillations des systèmes d'oscillateurs représentés sur le dessin. La période d'oscillations de l'oscillateur représenté sur le dessin *c*) dépend-elle de la distance entre les murs? k_1 et k_2 sont les raideurs des ressorts, m est la masse du corps.

3.2.5. Trouver la longueur d'un pendule simple dont la période d'oscillations [1]) est égale à 1 s.

---

[1]) Ici et dans ce qui suit on ne considère que les petites oscillations, s'il n'y a pas de mention spéciale.

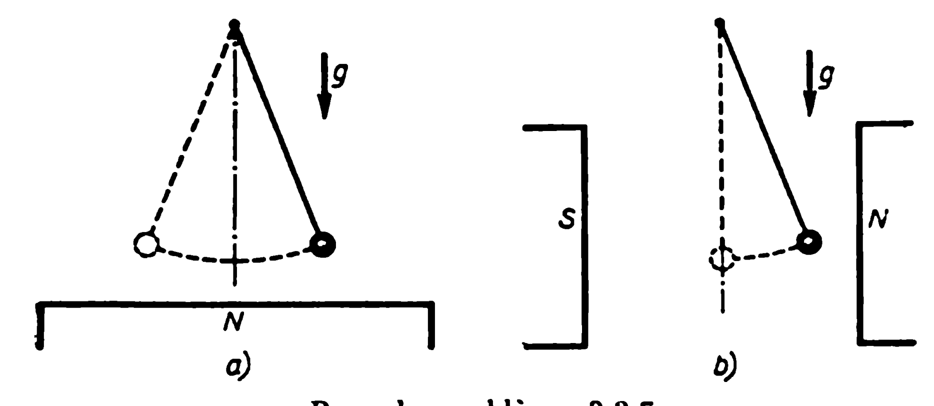
◇ **3.2.6.** Le pendule est une tige légère et rigide de longueur l dont l'extrémité porte un poids. Pour rendre la période d'oscillations du pendule plus grande sans augmenter excessivement les dimensions



Pour le problème 3.2.4 Pour le problème 3.2.6

du pendule lui-même, son axe est mis sous un angle α par rapport à la verticale. Déterminer la période d'oscillations.

◇ **3.2.7.** a. Le pendule simple qui est une bille de fer de masse m suspendue à un long fil a une période T_0. En présence d'un aimant



Pour le problème 3.2.7

disposé un peu au-dessous de la bille, la période d'oscillations devient égale à T. Déterminer la force magnétique qui agit sur la bille.

b. La bille de fer d'un pendule est placée entre les pôles d'un aimant de façon qu'elle soit soumise à l'action d'une force magnétique horizontale. Trouver cette force et la nouvelle position d'équilibre de la bille si après le branchement d'un champ magnétique la période de ses oscillations devient égale à T.

3.2.8. Près d'un gisement de minerais la période d'oscillations d'un pendule varie de 0,1 %. La masse volumique du minerais dans

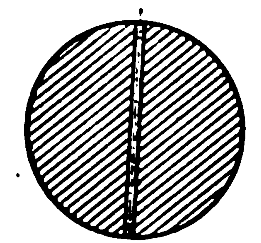
le gisement est égale à $8 \cdot 10^3$ kg/m³. Evaluer les dimensions du gisement si la masse volumique moyenne de la Terre est égale à $5{,}6 \times 10^3$ kg/m³ et son rayon est de 6400 km.

3.2.9. De combien retarde par jour une horloge à pendule montée à l'altitude de l'Everest (8,9 km)? De la tour RT d'Ostankino (0,5 km)?

3.2.10. Les mesures de la pulsation du mouvement vibratoire d'un corps de masse m fixé au milieu d'une corde tendue dont la longueur est égale à $2l$, donnent la valeur ω ($\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$, où T est la période d'oscillations). Trouver la force de tension de la corde.

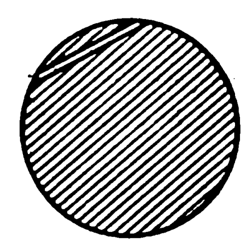
3.2.11. Trouver la pulsation des petites oscillations du système décrit dans le problème 3.1.10.

◇ **3.2.12.** Déterminer le temps de chute d'une pierre dans un tunnel droit creusé d'un pôle de la Terre à l'autre et passant par son centre.

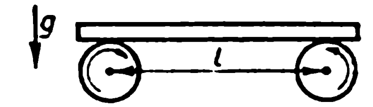




Pour le problème 3.2.12



Pour le problème 3.2.13



Pour le problème 3.2.14

La densité de la Terre est supposée constante et son rayon égal à 6400 km.

◇ **3.2.13.** On a creusé dans la Terre un tunnel droit ne passant pas par son centre. Déterminer le temps de mouvement d'un train dans ce tunnel avec les moteurs débrayés si l'on néglige l'influence qu'exerce la rotation de la Terre sur le mouvement du train et les frottements.

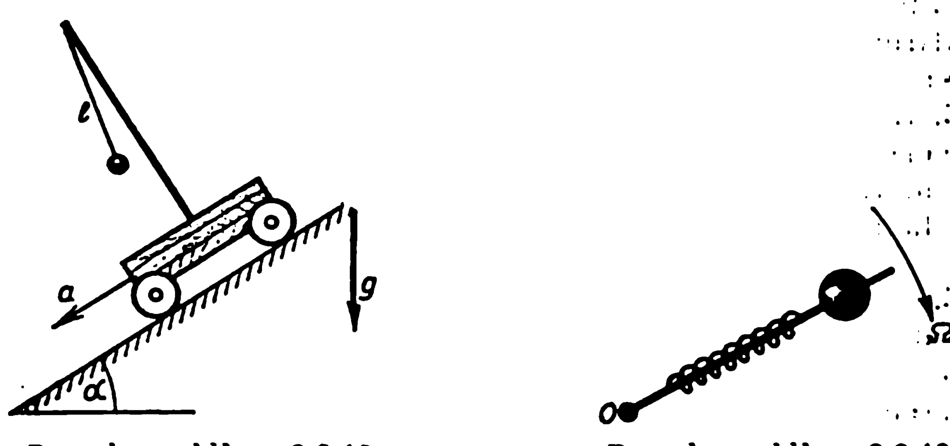
◇ **3.2.14.** Une planche de masse m repose sur deux rouleaux qui tournent à grande vitesse à la rencontre l'un de l'autre. La distance entre les axes des rouleaux est l, le coefficient de frottement lors du glissement de la planche sur le rouleau est μ. Trouver la pulsation des oscillations longitudinales de la planche.

3.2.15*. Un monte-charge met 40 s pour monter ou descendre dans un puits dont la profondeur est égale à 400 m. Il prend d'abord de la vitesse avec une accélération constante, puis ralentit avec une décélération de même module. De combien retarde par jour l'horloge à pendule du monte-charge par rapport à une horloge immobile? Le monte-charge effectue ce parcours 5 h par jour.

◇ **3.2.16*.** Un chariot lourd roule avec une accélération a sur un plan incliné qui fait un angle α avec l'horizontale. Trouver la période

d'oscillations d'un pendule de longueur l installé sur le chariot.

3.2.17*. Un vaisseau spatial tourne autour de son axe à une vitesse angulaire Ω. Comment dépend la période d'oscillations d'un

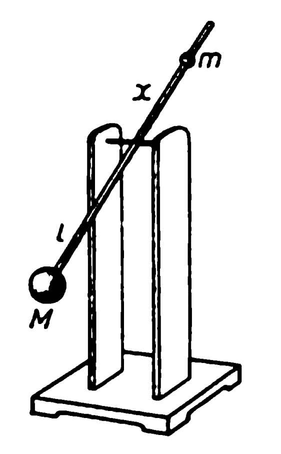


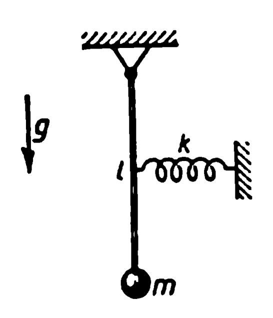
Pour le problème 3.2.16 Pour le problème 3.2.18

pendule de longueur l par rapport à la distance R du point de suspension à l'axe de rotation? Le plan d'oscillations passe par l'axe de rotation.

◇ **3.2.18.** Une bille de masse m emmanchée sur une tige tourne à une vitesse angulaire Ω autour de l'axe O auquel elle est reliée par un ressort de raideur k. Déterminer la pulsation d'oscillations de la bille le long du ressort en sachant que $\Omega^2 < k/m$.

◇ **3.2.19.** Le métronome est une tige légère dont l'extrémité inférieure porte un poids de masse M à une distance l de l'axe. Au-dessus



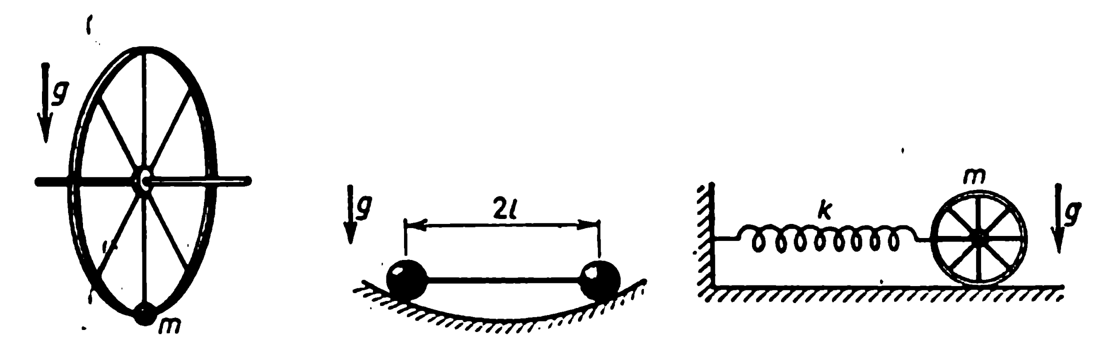


Pour le problème 3.2.19 Pour le problème 3.2.20

de l'axe un poids mobile de masse m peut être fixé sur la tige à des distances différentes x de l'axe, ce qui permet de choisir la pulsation requise d'oscillations du métronome. En considérant les masses comme ponctuelles, trouver comment la pulsation d'oscillations dépend de la distance x.

◇ 3.2.20. Comment varie la pulsation d'oscillations d'un pendule qui est un poids fixé sur une tige légère si au milieu de cette dernière on fixe un ressort horizontal de raideur k? Le dessin représente l'état d'équilibre.

◇ 3.2.21. Un poids de masse m est fixé à la jante d'une roue dont l'axe est disposé horizontalement. Trouver la masse de la roue en



Pour le problème 3.2.21 Pour le problème 3.2.22 Pour le problème 3.2.23

supposant qu'elle est distribuée uniformément sur la jante si la pulsation d'oscillations de la roue avec le poids autour de l'axe est égale à ω et son rayon est égal à R.

◇ 3.2.22. Deux masses ponctuelles reliées par une tige impondérable de longueur $2l$ se trouvent dans un trou sphérique de rayon R. Déterminer la pulsation d'oscillations lors du mouvement dans la direction: a) perpendiculaire au plan du dessin; b*) parallèle à ce plan.

◇ 3.2.23. Un ressort de raideur k est relié par une extrémité à l'axe d'une roue de masse m qui peut rouler sans glissement et par l'autre extrémité il est fixé à un mur. Quelle est la pulsation d'oscillations du système? La masse de la roue est distribuée uniformément sur la jante.

3.2.24. Trouver la pulsation d'oscillations d'un cerceau mince de rayon R suspendu à un clou. Le glissement est absent; les oscillations ont lieu dans le plan du cerceau.

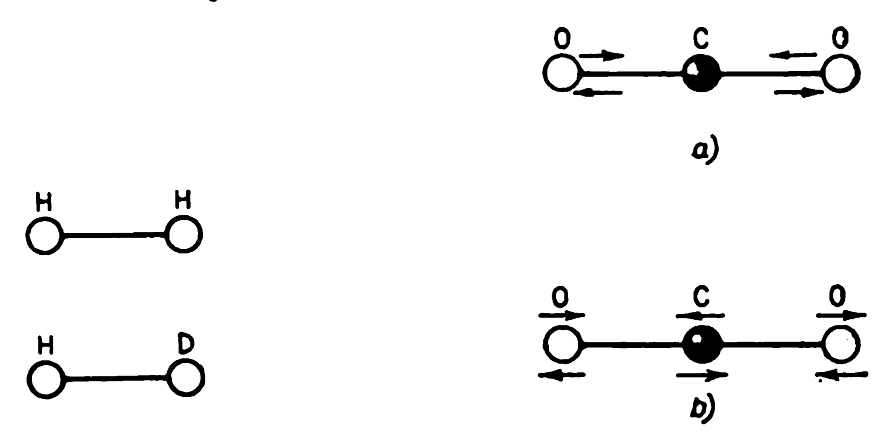
3.2.25. Deux corps de masses m_1 et m_2 sont liés par un ressort de raideur k. Quelle est la pulsation d'oscillations libres de ce système si la rotation est absente?

◇ 3.2.26. Trouver le rapport des pulsations d'oscillations de la molécule H_2 et de la molécule HD (D est l'atome de deutérium).

◇ 3.2.27*. Deux types d'oscillations linéaires de la molécule de gaz carbonique sont possibles: a) les noyaux d'oxygène se déplacent dans les sens opposés et le noyau de carbone reste sur place; b) les noyaux d'oxygène se déplacent à des vitesses identiques dans le sens opposé au sens du mouvement du noyau de carbone. Déterminer le rapport des pulsations de ces oscillations.

◇ **3.2.28.** Un chariot de masse M portant un pendule simple de longueur l et de masse m se trouve sur une surface horizontale lisse. Trouver la période d'oscillations du système.

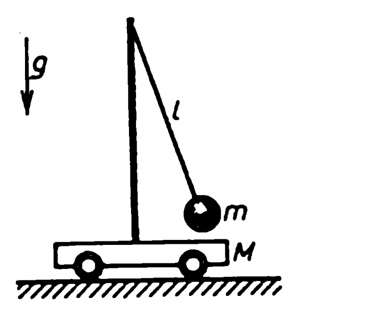
◇ **3.2.29.** Quatre billes identiques, chacune de masse m, reliées par des ressorts identiques de raideur k forment un carré. On communique simultanément aux quatre billes des vitesses de même module dirigées vers le centre du carré. Au bout de quel temps les ressorts seront-ils: a) les plus comprimés; b) les plus étendus?



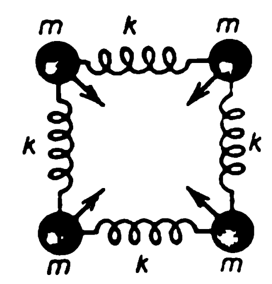
Pour le problème 3.2.26

Pour le problème 3.2.27

◇ **3.2.30.** Le moment d'inertie d'une cuvette suspendue à un fil par rapport à l'axe de torsion de ce fil est égal à I_0. La période des vibrations de torsion du système est égale à T_0. Un poids est mis dans la cuvette. La période des vibrations de torsion varie alors et devient égale à T. Quel est le moment d'inertie du poids par rapport au même axe de torsion? Le moment des forces qui apparaissent lors de la torsion du fil est proportionnel à l'angle de torsion.



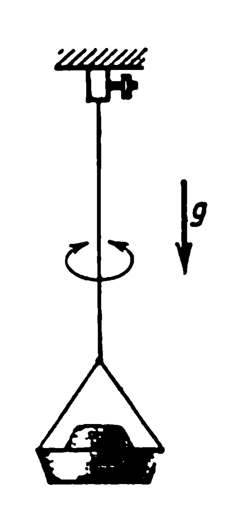
Pour le problème 3.2.28



Pour le problème 3.2.29

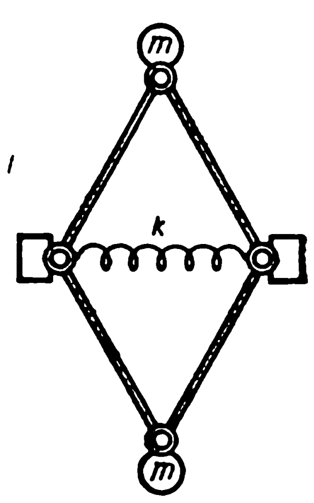
◇ **3.2.31*.** Des tiges légères sont liées par des charnières sous la forme d'un losange. Deux sommets opposés du losange sont liés par un ressort de raideur k et à deux autres sommets sont fixées des billes de même masse m. Trouver la pulsation d'oscillations du système si la longueur du ressort à l'état non déformé coïncide avec la longueur de la tige.

◇ **3.2.32*.** A un manchon de masse m emmanché sur une aiguille à tricoter horizontale lisse fixe est attaché un fil passant sur une poulie qui se trouve à une distance l de l'aiguille. Un poids de masse M





Pour le problème 3.2.30

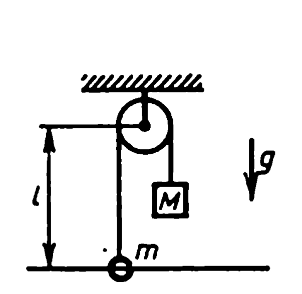


Pour le problème 3.2.31

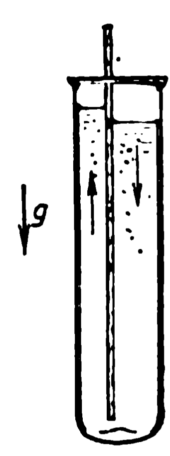
est attaché à l'autre extrémité du fil. Lors des oscillations du manchon on négligera la variation de la tension du fil due aux oscillations du poids. Trouver la pulsation d'oscillations du manchon et celle du poids.

3.2.33. Trouver la période des oscillations d'un liquide contenu dans un récipient en U de section constante. La longueur totale de la partie du récipient occupée par le liquide est égale à l.

◇ **3.2.34*.** Une cloison verticale divise un haut récipient en deux parties communicantes de sections différentes. Trouver la période



Pour le problème 3.2.32

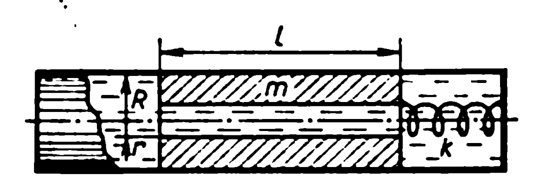


Pour le problème 3.2.34

des petites oscillations d'un liquide en admettant que sa surface libre dans chaque partie du récipient reste horizontale. La profondeur du liquide qui se trouve à l'état d'équilibre est égale à H.

3.2.35. Déterminer la pulsation des oscillations verticales d'un long aréomètre cylindrique immergé dans un liquide versé dans un godet cylindrique en sachant que le rayon du godet est de beaucoup inférieur à la profondeur H à laquelle l'aréomètre se trouve à l'état d'équilibre.

◇ **3.2.36*.** Dans un récipient cylindrique de rayon R se trouve un piston de longueur l lié par un ressort de raideur k à la paroi du récipient. Un canal de rayon r traverse le piston de part en part le



Pour le problème 3.2.36

long de son axe. Tout l'espace libre dans le récipient est rempli d'un liquide de masse volumique ρ. Trouver la pulsation d'oscillations du piston si $l \gg R$ et la masse du piston est égale à m.

3.2.37*. Après le chargement d'un bateau la période de ses oscillations suivant la verticale augmente de 7 à 7,5 s. Quelle est la masse de la charge? La section suivant la ligne d'eau $S = 500$ m². On considère que la nature de l'entraînement de l'eau en mouvement ne change pas lors du chargement.

§ 3.3. Mouvement harmonique

3.3.1. Un corps de masse m fixé à un ressort exécute des oscillations libres. Le déplacement du corps dépend du temps selon la loi $x = A \cos \omega t$. Comment varient avec le temps la vitesse et l'accélération? Comment varie la force qui agit sur le corps en fonction de son déplacement et en fonction du temps? Quelle est la raideur du ressort?

3.3.2. L'amplitude d'oscillations d'un pendule simple est égale à 5 mm, la longueur de son fil est égale à 1 m. Comment varie le déplacement de la bille avec le temps? Prendre pour origine des temps: a) le moment de passage par la position d'équilibre de gauche à droite; b) le moment de passage de la position extrême droite.

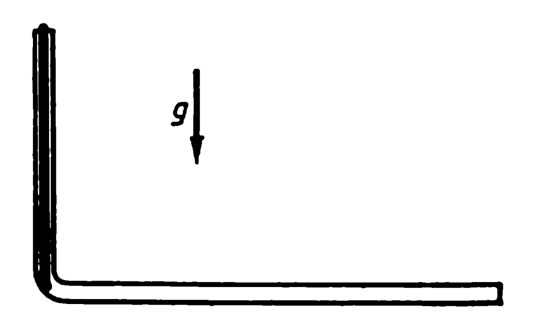
3.3.3. Un poids oscillant librement sur un ressort se déplace au cours d'un temps de 0,01 s d'une distance de 0,5 cm par rapport à la position d'équilibre jusqu'à une distance maximale égale à 1 cm. Quelle est la période de ses oscillations?

3.3.4. La pulsation des oscillations libres d'un corps est égale à ω. Au bout de combien de temps au minimum son énergie cinétique diminue-t-elle de moitié par rapport à sa valeur maximale?

3.3.5. Trouver la période des oscillations d'un pendule simple de longueur l si un clou est enfoncé sur le chemin du fil à une distance $l/2$ suivant la verticale descendante à partir du point de suspension.

3.3.6. Trouver la période des oscillations du corps dans le problème 3.1.7.

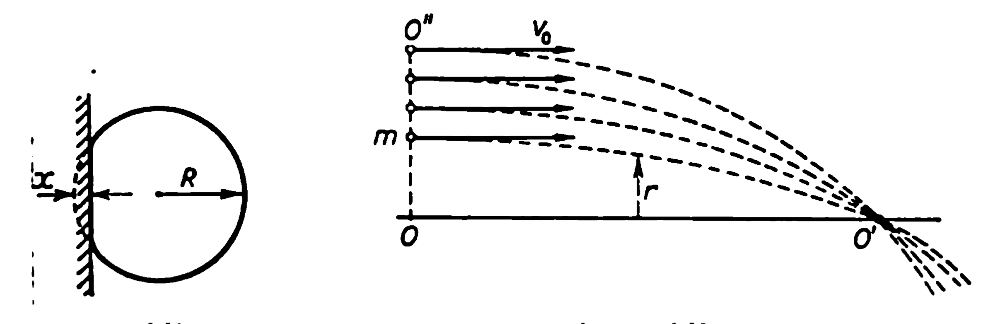
◇ **3.3.7*.** Une corde homogène lisse de longueur l est retenue dans le coude vertical d'un tuyau courbé de façon que son extrémité inférieure soit en contact avec la partie horizontale du tuyau. On



Pour le problème 3.3.7

lâche la corde. Au bout de combien de temps se trouvera-t-elle entièrement dans le coude horizontal ? On négligera les frottements. Comment varie ce temps si au début une partie de la corde se trouvait déjà dans le coude horizontal ?

◇ **3.3.8*.** Un ballon de baudruche rempli d'air se déforme en subissant un faible choc contre un mur, comme indiqué sur le dessin.



Pour le problème 3.3.8 Pour le problème 3.3.9

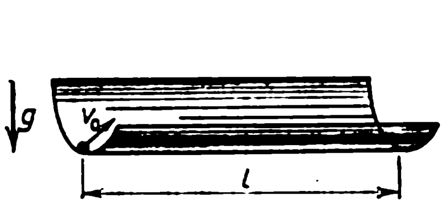
Dans ce cas la déformation maximale x du ballon est de beaucoup inférieure à son rayon R. En négligeant la variation de la surpression Δp de l'air contenu dans le ballon et l'élasticité de l'enveloppe, évaluer le temps de choc contre le mur. La masse du ballon est m.

◇ **3.3.9.** Démontrer qu'un faisceau de particules se focalise en certains points déterminés de l'axe OO' si la vitesse de chaque particule du faisceau dans la section OO'' est égale à v_0 et si la force qui agit sur une particule $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{r}$, où $\boldsymbol{r}$ est la distance entre la parti-

cule et l'axe du faisceau. A quelle distance de la section OO'' se focalisent les particules si la masse de chacune d'entre elles est égale à m?

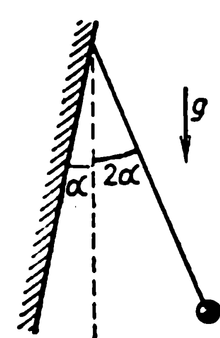
◇ **3.3.10.** Une petite bille s'échappe à une vitesse v_0 du point inférieur d'une goulotte cylindrique horizontale lisse de rayon R sous un petit angle par rapport à sa génératrice. Combien de fois coupera-t-elle la génératrice inférieure de la goulotte sur une longueur l?

◇ **3.3.11.** Un pendule de longueur l est suspendu à un mur incliné. Le pendule est écarté de la verticale d'un petit angle qui est deux fois plus grand que l'angle d'inclinaison du mur par rapport à la verticale et est abandonné à lui-même. Trouver la période d'oscillations du pendule si les chocs contre le mur sont parfaitement élastiques.



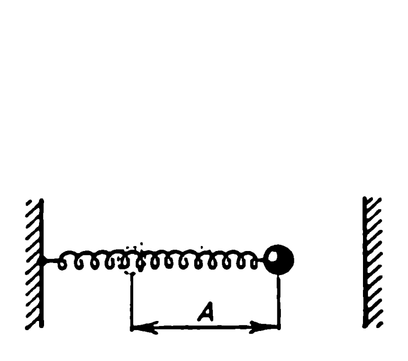


Pour le problème 3.3.10

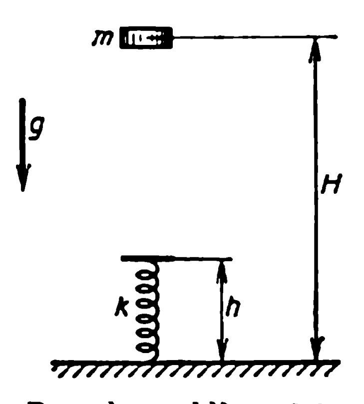


Pour le problème 3.3.11

◇ **3.3.12.** Une des extrémités d'un ressort est fixée à un mur et l'autre porte une bille qui oscille avec une amplitude A et une période T_0. A quelle distance de la position d'équilibre de la bille faut-il mettre une plaque pour que la période de ses oscillations devienne égale à T? Les chocs de la billle contre la plaque sont parfaitement élastiques.



Pour le problème 3.3.12

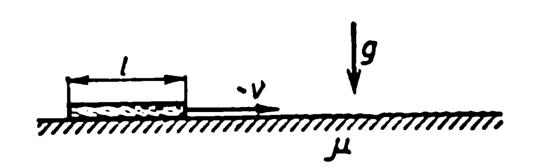


Pour le problème 3.3.13

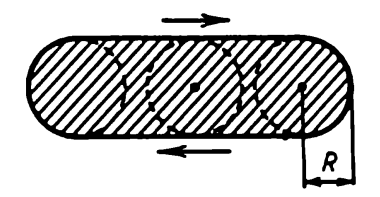
◇ **3.3.13.** Un poids de masse m tombe d'une hauteur H sur un ressort de raideur k et de longueur h dont l'extrémité inférieure est fixée à un plancher. Déterminer le temps de contact du poids avec le ressort si $mg < 2k(H - h)$.

◇ **3.3.14.** Une barre homogène mince de longueur l glisse sur un plan horizontal lisse à une vitesse v. La barre arrive sur une vaste partie rugueuse du plan. Au bout de combien de temps s'arrêtera la barre si le coefficient de frottement est égal à μ?

◇ **3.3.15*.** Un tireur essaie d'atteindre un disque de rayon R qui vibre harmoniquement si vite que le tireur ne peut le suivre. Alors il vise au centre de la région du mouvement du disque. Quelle



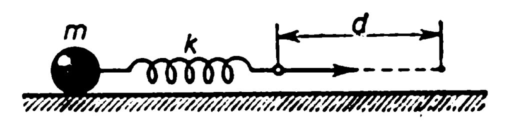
Pour le problème 3.3.14



Pour le problème 3.3.15

est la probabilité pour que le tireur atteigne le disque si l'amplitude des vibrations de ce dernier $A \gg R$? Si $A = 2R$? La probabilité d'atteindre le but augmente-t-elle si le tireur vise au point à une distance R du bord de la région?

◇ **3.3.16.** Un poids de masse m est fixé à une extrémité d'un ressort immobile initialement non déformé de raideur k. On tire sur l'extré-



Pour le problème 3.3.16

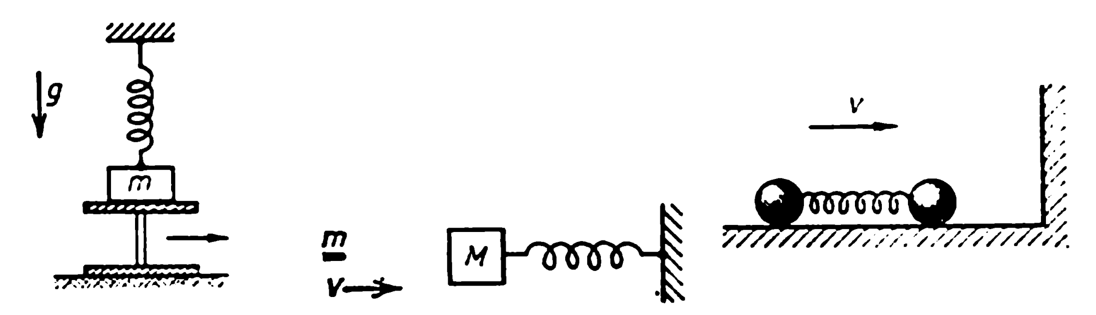
mité libre du ressort à une vitesse constante, comme indiqué sur le dessin, tant qu'elle ne se déplace à une distance d. Puis on l'arrête brusquement. Quelle doit être la vitesse de cette extrémité du ressort pour que le poids n'oscille pas après l'arrêt? Formuler un problème analogue pour un pendule simple.

3.3.17. Deux pendules identiques ont un point de suspension commun. On communique par choc à l'un des deux pendules une certaine vitesse, puis, au bout d'un temps τ, on communique, également par choc, la même vitesse à l'autre pendule. Au bout de combien de temps après la mise en mouvement du premier pendule les deux pendules se rencontrent-ils si leur période d'oscillations est égale à T et si $\tau < T/2$?

◇ **3.3.18.** Un corps de masse m suspendu à un ressort de raideur k repose sur un support. Le support est instantanément enlevé. Décrire le mouvement du corps si au début le ressort: a) n'est pas déformé; b) est comprimé et que sa déformation soit égale à l.

◇ **3.3.19.** Une balle de masse m vole à une vitesse v, pénètre dans un corps de masse M lié à un mur par un ressort de raideur k et y reste. En prenant le moment d'impact de la balle pour origine des temps, trouver la variation de la vitesse et de la coordonnée du corps en fonction du temps.

◇ **3.3.20.** Deux billes de même masse m sont liées par un ressort non déformé de raideur k et glissent ainsi sur un plan horizontal à une



Pour le problème 3.3.18 Pour le problème 3.3.19 Pour le problème 3.3.20

vitesse v. Les billes entrent en collision avec un mur élastique vertical. Décrire le mouvement ultérieur des billes. Vont-elles à nouveau se heurter contre le mur?

3.3.21*. Deux corps de masses m_1 et m_2 sont liés par un ressort initialement non déformé. Au corps de masse m_1 on communique, par choc, une vitesse v dirigée le long du ressort. Comment varient avec le temps les vitesses de ces corps si la pulsation des oscillations libres des corps est égale à ω?

3.3.22. Sur un corps lié à un mur par un ressort et se trouvant en équilibre commence à agir le long du ressort une force constante F. Quelle est la valeur maximale de la force de tension du ressort? Au bout de combien de temps après le début de l'action de la force F cette valeur maximale est-elle atteinte? La période des oscillations libres du corps est T.

3.3.23*. A la date t_0 la coordonnée d'un corps oscillant avec une pulsation ω est égale à x_0 et sa vitesse est égale à v_0. Démontrer que la variation de la coordonnée du corps en fonction du temps peut être représentée sous la forme

$$x = x_0 \cos \omega (t - t_0) + (v_0/\omega) \sin \omega (t - t_0).$$

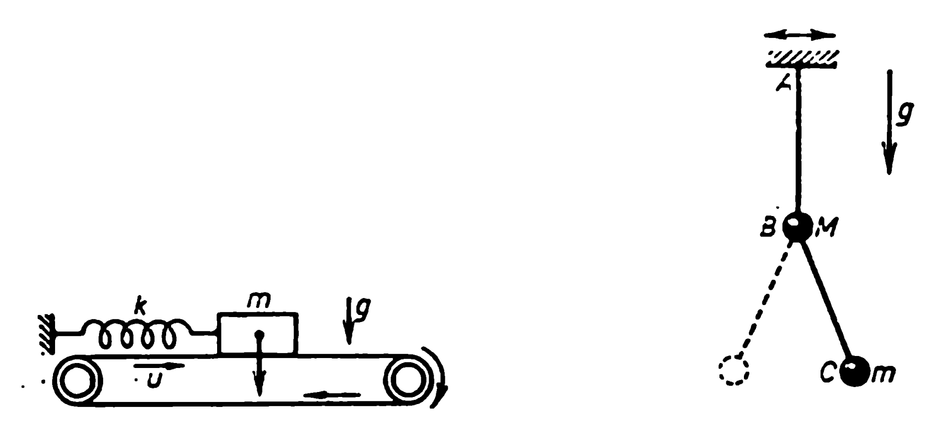
3.3.24*. Un corps de masse m est suspendu à un ressort et oscille selon la loi $x = A_0 \cos \omega t$. Dès la date t_0 une force constante F commence à agir sur ce corps le long du ressort. Déterminer l'amplitude d'oscillations par rapport à la nouvelle position d'équilibre. Pour quel t_0 cette amplitude est-elle maximale? Minimale?

◇ **3.3.25*.** Un poids de masse m est lié par un ressort de raideur k à un mur immobile et repose sur une bande transporteuse horizontale qui se déplace à une vitesse u. Supposons qu'à la date initiale le

ressort n'est pas déformé et que le poids se déplace avec la bande par suite du frottement. Déterminer l'amplitude des oscillations qui sont apparues.

3.3.26*. Supposons que dans les conditions du problème 3.3.25* la vitesse initiale du poids est nulle et que le coefficient de frottement est égal à μ. A quelle vitesse de la bande le mouvement du poids sera-t-il une oscillation harmonique? Comment varie l'amplitude des oscillations persistantes en fonction de la vitesse u de la bande?

3.3.27*. Un corps de masse M est lié par un ressort de raideur k à un mur immobile et repose sur un plan horizontal. Le corps est tiré à une distance l de sa position d'équilibre et lâché. Après n



Pour le problème 3.3.25 Pour le problème 3.3.28

oscillations le corps s'arrête. Quelle est la valeur du coefficient de frottement entre le corps et le plan si après l'arrêt du corps le ressort n'est pas déformé?

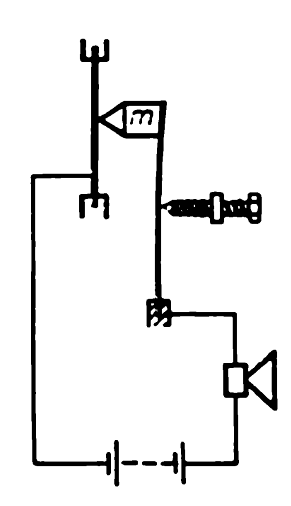
◇ **3.3.28.** A un pendule AB doté d'une bille de masse M est suspendu un pendule BC doté, lui, d'une bille de masse m. Le point A exécute des oscillations harmoniques de pulsation ω suivant l'horizontale. Trouver la longueur du fil BC en sachant que le fil AB reste toujours vertical.

3.3.29. Un corps de masse m oscille selon la loi $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Trouver la variation de la force qui agit sur le corps en fonction du temps. Quelle est sa valeur maximale? A quelles dates la force prend-elle la valeur de module maximal?

3.3.30. Une membrane horizontale subit des vibrations harmoniques suivant la verticale avec une pulsation ω et une amplitude A. Un petit poids repose sur cette membrane. Sous quelle condition vibre-t-il avec la membrane et sous quelle condition commence-t-il à sauter au-dessus d'elle? Où le poids se détache-t-il de la surface de la membrane, au-dessous ou au-dessus de sa position moyenne?

◇ **3.3.31.** Pour mesurer les petites amplitudes des vibrations d'une

membrane animée d'un mouvement harmonique de haute pulsation ω on utilise un « marteau » inséré dans un circuit électrique avec la membrane et l'écouteur. Ce marteau, de masse m, s'applique à la membrane avec une force qui est réglée par une vis micrométrique. Lorsque le contact du marteau avec la membrane est rompu, le



Pour le problème 3.3.31

courant est coupé dans le circuit et on entend un tremblement dans l'écouteur. Déterminer l'amplitude des vibrations si le tremblement commence au moment où la force avec laquelle le marteau s'applique à la membrane atteint la valeur F.

3.3.32. Un poids repose sur une plaque horizontale. La plaque commence à se déplacer vers le haut en exécutant suivant la verticale des oscillations harmoniques de pulsation ω et d'amplitude A. A quelle hauteur de la position initiale de la plaque saute le poids après qu'il quitte sa surface ?

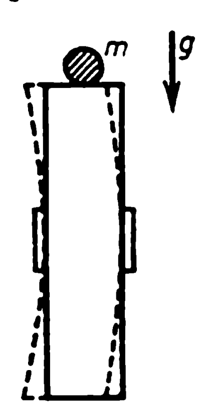
3.3.33*. Avec quelle amplitude doit osciller la plaque (voir le problème 3.3.32) pour avoir une résonance spécifique : la hauteur de montée d'un poids qui rebondit sur une plaque augmente après chaque choc ? Les chocs sont considérés comme parfaitement élastiques.

◇ **3.3.34*.** Une plaque de quartz piézo-électrique vibre avec une pulsation $\omega = 10^7$ s^{-1}. Sur un bout de cette plaque est mis un corps de masse comparable à celle de la plaque. Le coefficient de frottement entre le corps et la plaque $\mu = 1$. Evaluer pour quelle amplitude des vibrations la présence de ce corps influe sensiblement sur la pulsation du mouvement vibratoire de la plaque. Evaluer la vitesse maximale du corps dans un régime vibratoire stable dans le cas où l'amplitude des vibrations de la plaque $A = 10^{-6}$ cm.

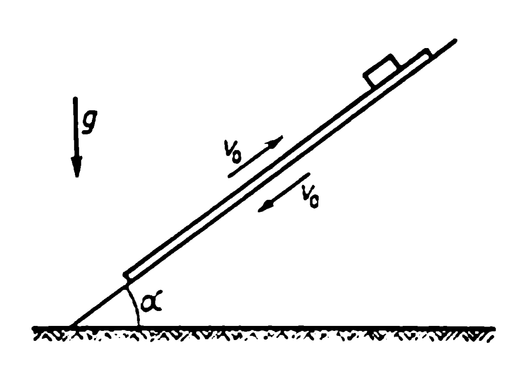
3.3.35. La surface des corps vibrant avec une fréquence ultrasonore apparaît glissante au toucher et les objets posés sur elle

« flottent » sous l'action d'un moindre effort appliqué. Expliquer ce phénomène.

◇ **3.3.36*.** Un plan incliné effectue des oscillations harmoniques de haute fréquence le long de sa surface. Comment est le mouvement



Pour le problème 3.3.34

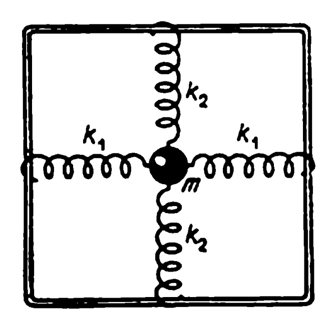


Pour le problème 3.3.36

stationnaire d'un corps qui repose sur cette surface ? Quelle est la vitesse moyenne de ce corps durant un grand laps de temps si $\operatorname{tg}\alpha \ll \mu$, où α est l'angle d'inclinaison du plan, μ le coefficient de frottement et v_0 l'amplitude de la vitesse du plan incliné ?

§ 3.4. Superposition des oscillations

◇ **3.4.1.** Quatre ressorts sont attachés par une de leurs extrémités à un cadre vertical immobile sur lequel ils peuvent glisser sans frottement et sont fixés par leurs autres extrémités à un corps de masse m.



Pour le problème 3.4.1

Quelle est la nature du mouvement du corps dans le cas général où $k_1 \neq k_2$? Dans quelles directions le mouvement rectiligne est-il possible et comment l'exciter ?

3.4.2. Supposons que dans les conditions du problème 3.4.1 $k_1 = k_2 = k/2$. S'assurer que dans le plan du cadre les oscillations rectilignes sont possibles dans n'importe quelle direction. De quelle

façon faut-il exciter les oscillations pour que le corps se déplace sur une trajectoire circulaire? Démontrer que la trajectoire de mouvement du corps est fermée quel que soit le mode d'excitation. Trouver la période de mouvement du corps.

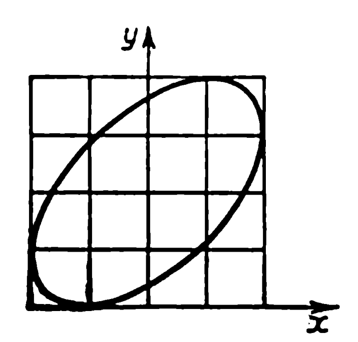
3.4.3. a. Un pendule simple exécute de petites oscillations dans un même plan. L'amplitude de ses oscillations est A, la pulsation est ω. Au moment de l'écart maximal on communique à la bille du pendule une faible vitesse v dirigée perpendiculairement au plan d'oscillations. Quelle trajectoire décrit alors la bille du pendule? Dans quelles limites varie la distance entre la bille et la position d'équilibre?

b*. Répondre à la première question dans le cas où la vitesse v est communiquée à la bille au moment où elle se trouve à une distance x par rapport à la position d'équilibre.

◇ **3.4.4.** Le mouvement du rayon électronique sur l'écran d'un oscillographe est décrit par les équations

$$x = A\cos(\omega t - \varphi), \quad y = A\cos(\omega t + \varphi).$$

Pour rendre les mesures plus commodes on place devant l'écran un



Pour le problème 3.4.4

réseau orthogonal. D'après le dessin déterminer le déphasage des deux oscillations.

3.4.5*. Dans les conditions du problème 3.4.4, déterminer pour quel déphasage on voit sur l'écran un segment; un cercle. En l'espace d'un temps $2\pi/\omega$ la trace que le rayon laisse sur l'écran n'a pas le temps de s'éteindre. Démontrer que dans le cas d'un φ constant arbitraire la trace que le rayon laisse sur l'écran est une ellipse de demi-axes situés sur les diagonales du carré. Trouver ces demi-axes.

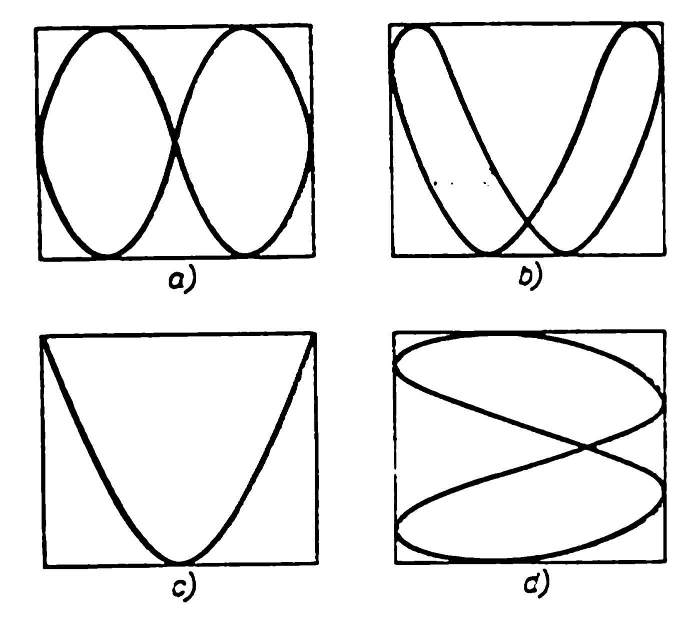
3.4.6. Lors de l'étude des mouvements harmoniques d'un oscillateur, la tension électrique proportionnelle au déplacement de l'oscillateur est appliquée aux plaques x de l'oscillographe et la tension proportionnelle à la vitesse, aux plaques y. Quelle image verrons-nous sur l'écran?

3.4.7. La déviation du rayon d'un oscillographe est décrite par les équations

$$x = A\cos[(\omega - \Omega/2)\,t], \quad y = A\cos[(\omega + \Omega/2)\,t],$$

où $\Omega \ll \omega$, la trace que le rayon laisse sur l'écran s'éteint au cours d'un temps beaucoup plus petit que $2\pi/\Omega$. Quelle image verrons-nous sur l'écran de l'oscillographe?

◇ **3.4.8.** On envoie des signaux harmoniques sur les plaques x et y de l'oscillographe, et sur l'écran on voit les images qui sont repré-



Pour le problème 3.4.8

sentées sur le dessin. Comment sont, entre elles, les périodes d'oscillations en x èt y dans les cas a) à d)?

3.4.9. Un point exécutant des oscillations harmoniques dans deux directions orthogonales x, y se déplace sur une trajectoire appelée figure de Lissajous. Démontrer que si les pulsations des mouvements oscillatoires sont entre elles comme des nombres entiers, cette figure est une courbe fermée. Comment doit être la figure de Lissajous à des pulsations égales?

3.4.10. Démontrer que si l'amplitude des oscillations harmoniques d'un point suivant l'axe des x est égale à A et suivant l'axe des y à B, la figure de Lissajous peut être inscrite dans un rectangle de côtés $2A$ sur l'axe des x et $2B$ sur l'axe des y. Supposons que la figure est en contact avec les côtés horizontaux de ce rectangle en $p = 3$ points et avec les côtés verticaux, en $q = 4$ points. Comment sont, entre elles, les pulsations de ces oscillations?

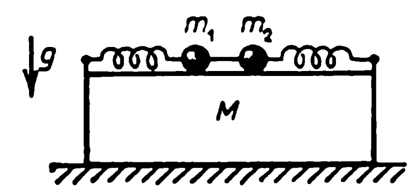
◇ **3.4.11*.** Deux billes de masses m_1 et m_2 fixées à des ressorts identiques peuvent osciller en glissant sans frottement sur une barre de masse M. La barre repose sur un plan horizontal. Les billes sont

liées par un fil dont la force de tension est F. Le fil est brûlé. Quel doit être le coefficient de frottement minimal entre le plan et la barre pour que cette dernière ne bouge pas?

3.4.12*. Les extrémités d'un ressort de raideur k se déplacent dans une direction longitudinale selon la loi harmonique suivante:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

la moyenne sur la période de la force de tension du ressort étant nulle. Comment varie cette force avec le temps? Déterminer l'énergie



Pour le problème 3.4.11

maximale du ressort ainsi que son énergie moyenne au cours d'un grand laps de temps. Pour quelle différence de phase $\varphi_2 - \varphi_1$ l'énergie moyenne du ressort est-elle maximale? minimale?

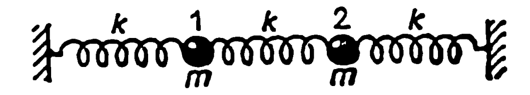
3.4.13*. Supposons que les extrémités du ressort (voir problème 3.4.12) sont déplacées avec une pulsation différente:

$$x_1 = A \cos \omega_1 t, \quad x_2 = A \cos \omega_2 t.$$

Comment varie dans ce cas la force de tension du ressort avec le temps? Construire le graphique de variation de la force de tension en fonction du temps dans le cas de pulsations voisines. Pourquoi peut-on parler ici de battements? Déterminer l'énergie moyenne du ressort durant un grand laps de temps pour le cas où les amplitudes et les pulsations sont inégales.

3.4.14. Une particule soumise à l'action d'une force $F = F_0 \cos \omega t$ oscille selon la loi $x = A \cos(\omega t - \varphi)$. Quelle est la puissance moyenne de cette force?

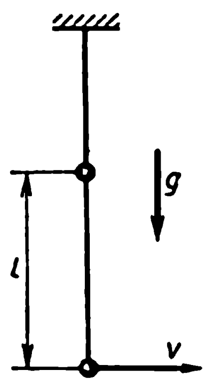
◇ **3.4.15.** a. A deux billes de masse m qui sont liées à la fois l'une à l'autre et aux murs par trois ressorts de raideur k on communi-



Pour le problème 3.4.15

que simultanément une vitesse de même module dirigée le long des ressorts. Trouver la pulsation des oscillations des billes si leurs vitesses sont de sens opposés. De même sens.

b. Les oscillations libres de systèmes complexes représentent la somme (superposition) de plusieurs oscillations harmoniques de pulsations différentes. Si à la première bille du problème 3.4.15a on communique une vitesse v dirigée le long du ressort, le mouvement ultérieur des billes sera la somme de deux mouvements: le mouvement des billes auxquelles on communique des vitesses $v/2$ et $-v/2$, et le mouvement des billes auxquelles on communique des vitesses $v/2$ et $v/2$. En profitant de ce fait, déterminer la vitesse des billes



Pour le problème 3.4.17



Pour le problème 3.4.18

à des instants postérieurs au début des oscillations. Quel est le déplacement maximal de la première bille? de la deuxième? Quel est l'allongement maximal du ressort moyen?

c. Résoudre le problème 3.4.15 b dans le cas où à la première bille on communique une vitesse $3v$ et à la deuxième, une vitesse v.

3.4.16*. A un atome d'oxygène faisant partie d'une molécule de gaz carbonique on communique une petite vitesse v dans la direction de l'atome de carbone. Déterminer de combien s'approche l'atome d'oxygène de l'atome de carbone. La masse de l'atome d'oxygène est égale à M, celle de l'atome de carbone à m et la rigidité de la liaison entre les atomes est égale à k.

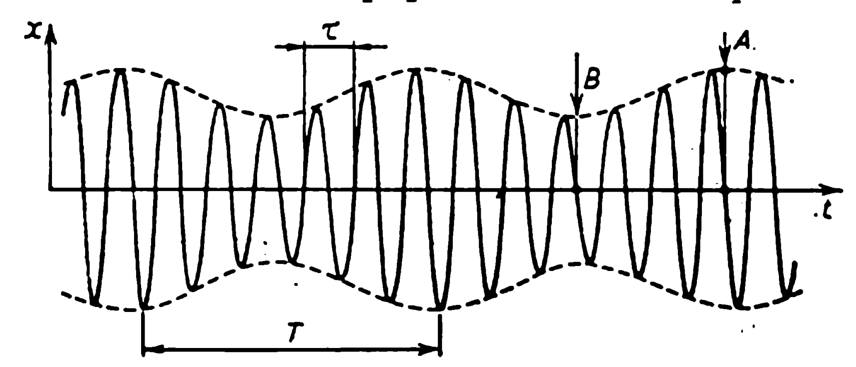
◇ **3.4.17*.** Les pulsations propres d'un pendule double sont égales à ω_1 et ω_2. La longueur du fil liant les billes du pendule est égale à l. A l'état d'équilibre, on communique une petite vitesse v à la bille inférieure. Déterminer l'écart maximal de la bille inférieure par rapport à la position d'équilibre et la longueur du fil liant la bille supérieure avec le plafond.

◇ **3.4.18.** Les petites oscillations des pendules liés par un ressort s'effectuent selon la loi

$$x_1 = B\cos(\omega_0 t + \varphi) + A\cos\omega t,$$
$$x_2 = B\cos(\omega_0 t + \varphi) - A\cos\omega t.$$

Déterminer la raideur du ressort liant les pendules. Dans la position d'équilibre les pendules sont verticaux, la masse de chaque bille est m.

◇ **3.4.19.** Le dessin représente le graphique de variation de la coordonnée en fonction du temps pour le mouvement qui est la somme



Pour le problème 3.4.19

de deux oscillations harmoniques. Déterminer d'après ce graphique les amplitudes et les pulsations de ces oscillations.

§ 3.5. Oscillations forcées et amorties

3.5.1. Un pendule de masse m subit des chocs de courte durée dont chacun lui communique une impulsion p_0. Construire le graphique de mouvement du pendule en sachant qu'au début il était au repos, que les oscillations ne s'amortissent pas et que les chocs se suivent à des intervalles de temps T_0 et $T_0/2$ (T_0 est la période des oscillations libres du pendule).

3.5.2. A une oscillation harmonique d'un corps de masse m on peut faire correspondre un mouvement d'un point sur un cercle dont le rayon coïncide avec l'amplitude d'oscillations A du corps et la vitesse angulaire avec la pulsation ω. La coordonnée x de ce point coïncide avec la coordonnée du corps et la coordonnée y multipliée par $m\omega$, avec l'impulsion p du corps. Les courbes décrivant le mouvement du corps en variables p, x sont appelées portrait de phase. Construire le portrait de phase pour le pendule du problème 3.5.1.

3.5.3*. Dans les conditions du problème 3.5.1, à la date 0 le pendule avait une vitesse v_0 et une coordonnée x_0. Quelle est l'amplitude des oscillations après n chocs si le premier d'entre eux a lieu à la date 0? Construire le portrait de phase.

3.5.4. Une amie est assise sur une balançoire que vous mettez en mouvement en donnant de brefs coups. Comment faut-il faire pour que le balancement soit le plus réussi possible?

3.5.5. Une longue planche élastique est jetée dans un ruisseau. Un garçon se tient immobile dessus: elle fléchit de 0,1 m. Puis il marche, et ce à une vitesse de 3,6 km/h : la planche commence à oscil-

ler de telle façon qu'il tombe dans l'eau. Quelle peut être la longueur d'un pas de ce garçon?

3.5.6. Des camions arrivent dans un silo sur une route en terre battue d'un côté du silo, se déchargent et repartent à une même vitesse, mais de l'autre côté. D'un côté du silo la route est plus accidentée que de l'autre. Comment déterminer d'après l'état de la route de quel côté du silo se trouve l'entrée et de quel autre la sortie?

3.5.7. Une vedette se déplaçant sur la mer commence à se balancer fortement, bien que les vagues soient relativement peu hautes. Le capitaine change de cap et de vitesse. Les chocs des vagues contre la vedette deviennent alors deux fois plus fréquents, mais néanmoins l'amplitude des oscillations de l'embarcation diminue considérablement. Expliquer ce phénomène.

3.5.8. En tirant au lance-pierres sur le pont un très grand nombre de coups adaptés au rythme de ses propres oscillations, on pourrait penser que le pont se mettrait à balancer fortement. Or il est peu probable qu'on y parvienne. Pourquoi?

3.5.9. Pour de petites vitesses de mouvement d'un corps dans un millieu liquide ou gazeux la force de résistance est proportionnelle à la vitesse du corps et dirigée dans le sens opposé: $f = -bv$. Comment dépend la puissance dissipée lors du mouvement du corps par rapport à sa vitesse?

3.5.10*. Supposons que l'énergie cinétique d'un oscillateur $K = mv^2/2$ et son énergie potentielle $U = kx^2/2$. Montrer que la présence de « pertes » de puissance $N_p = bv^2$ de l'oscillateur est équivalente à la présence d'une force supplémentaire $f = -bv$ agissant sur l'oscillateur.

3.5.11. Décrire de façon qualitative le mouvement d'un oscillateur initialement au repos qui se trouve être sous l'influence d'un choc isolé et d'une série de chocs identiques se succédant à chaque période. Construire le portrait de phase de cet oscillateur. La force de résistance au mouvement est proportionnelle à sa vitesse.

3.5.12*. En présence d'une résistance, le système oscillant est appelé oscillateur avec amortissement et ses oscillations, en l'absence d'une force qui les entretient, sont appelées oscillations amorties. Montrer que les équations de mouvement de deux oscillateurs pour lesquels les forces de résistance au mouvement sont $f_1 = -b_1v_1$ et $f_2 = -b_2v_2$, ont pour $k_1/m_1 = k_2/m_2 = \omega_0^2$ et $b_1/m_1 = b_2/m_2 = 2\gamma$, une même solution lorsque les coordonnées et les vitesses initiales sont identiques (ω_0 est la pulsation des oscillations libres en l'absence de frottement, γ le coefficient d'amortissement, k_1, k_2 sont les rigidités et m_1, m_2 les masses des oscillateurs).

3.5.13. Montrer que si les oscillations amorties d'un oscillateur s'effectuent selon la loi $x_1 = x_1(t)$ et $v_1 = v_1(t)$, les oscillations de ce même oscillateur, avec les conditions initiales $x_2(0) = nx_1(0)$, $v_2(0) = nv_1(0)$, sont régies par la loi $x_2 = nx_1(t)$, $v_2 = nv_1(t)$.

3.5.14. L'amortissement d'un oscillateur peut être si grand que son mouvement cesse d'être oscillatoire. Evaluer, en ordre de grandeur, pour quel rapport entre γ et ω_0 ceci a lieu (voir problème 3.5.12*).

3.5.15. Supposons que l'amortissement soit assez faible de sorte qu'un oscillateur qui part de la position d'équilibre initiale à une vitesse v revient à la position d'équilibre au bout d'un temps T à une vitesse v/n, $n > 1$. Qu'est-ce qu'on peut dire à propos de la vitesse de l'oscillateur au bout d'un temps $2T$, $3T$?

3.5.16. Au cours d'un temps τ l'amplitude des oscillations amorties diminue de moitié. Comment varie l'énergie mécanique d'un oscillateur pendant ce temps? Au bout de combien de temps son énergie diminue-t-elle de moitié?

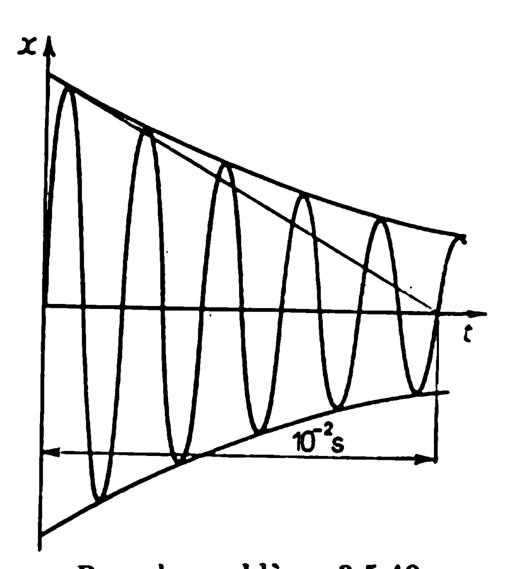
3.5.17. Sur les plaques horizontales d'un oscillographe on envoie un signal proportionnel à la déviation d'un oscillateur effectuant des oscillations faiblement amorties et sur les plaques verticales, un signal proportionnel à sa vitesse. Représenter la trace que laisse le rayon sur l'écran de l'oscillographe.

3.5.18. Si à la date $t = 0$ un oscillateur qui oscille avec amortissement se trouve dans la position d'équilibre et que sa vitesse soit égale à v_0, sa coordonnée à une date $t \neq 0$ est définie par la formule

$$x = \frac{v_0}{\omega} \exp(-\gamma t) \sin \omega t, \quad \text{où} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}, \quad \gamma < \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

k, m et γ étant respectivement la rigidité, la masse et le coefficient d'amortissement de l'oscillateur. Démontrer que les propriétés de l'oscillateur décrites dans les problèmes 3.5.12* et 3.5.15 ne sont pas en contradiction avec cette assertion.

◇ **3.5.19.** D'après la forme de la dépendance de x par rapport à t qui est obtenue sur l'écran d'un oscillographe pour des oscillations



Pour le problème 3.5.19

amorties, déterminer les valeurs de γ et ω. Pourquoi pour $\gamma \ll \omega_0$ peut-on admettre que $\omega \approx \omega_0$?

3.5.20. a. Deux écarts maximaux successifs de même sens d'un pendule battant la seconde diffèrent l'un de l'autre de 1 %. Quel est le coefficient d'amortissement de ce pendule?

b. La bille de ce pendule est remplacée par une bille de même rayon mais de masse quatre fois plus grande. Comment cela se répercute-t-il sur l'amortissement des oscillations?

3.5.21*. a. On appelle facteur de qualité d'un oscillateur le rapport de son énergie initiale à l'énergie perdue durant le temps de variation de phase de 1 rad. Exprimer le facteur de qualité en fonction du coefficient d'amortissement γ et de la pulsation des oscillations libres ω_0 ($\gamma \ll \omega_0$). Comment le facteur de qualité Q est-il lié au nombre d'oscillations durant lesquelles l'énergie de l'oscillateur diminue de e fois?

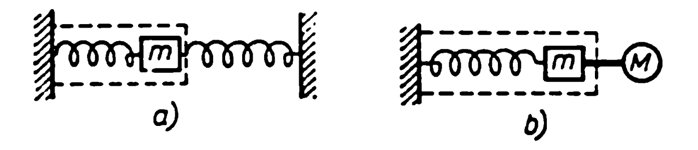
b. Un monocristal de saphir se trouvant dans le vide à basse température et convenablement suspendu possède un facteur de qualité $Q = 10^8$ à 10^9. La pulsation du mouvement oscillatoire du monocristal $\omega_0 = 10^4$ s^{-1}. Evaluer de combien de fois varie l'amplitude des oscillations du cristal par jour.

3.5.22*. Chaque fois qu'un oscillateur passe dans une même direction par la position d'équilibre, on lui communique par choc une impulsion supplémentaire p dans la direction de la vitesse. Comment sera le mouvement de l'oscillateur et quelle sera sa vitesse maximale? Les caractéristiques de l'oscillateur sont connues. Considérer deux cas limites: $2\pi\gamma/\omega \gg 1$ et $2\pi\gamma/\omega \ll 1$.

3.5.23. Donner un exemple du système où l'action d'une de ses parties sur une autre est décrite par une force variant harmoniquement avec le temps.

3.5.24. Une particule de masse m est soumise à l'action d'une force $F = F_0 \sin \omega t$ qui la fait osciller autour de la position d'équilibre. Imaginer que cette force est développée par un ressort fixé à un mur immobile et trouver dans ce cas l'amplitude des oscillations de la particule.

◇ **3.5.25*.** Les systèmes représentés sur le dessin sont les sièges d'oscillations libres sans frottement. Montrer que la force agissant

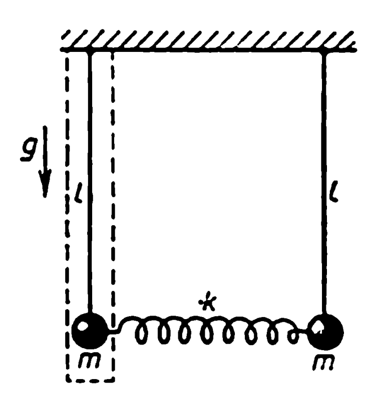


Pour le problème 3.5.25

sur l'oscillateur représenté par un trait interrompu est de nature harmonique.

3.5.26. a. Un corps de masse m lié par des ressorts à deux murs oscille avec une pulsation ω (voir le dessin pour le problème 3.5.25*). Déterminer l'amplitude des oscillations du corps en sachant que la raideur du ressort de gauche est égale à k et que le ressort de droite exerce sur le corps une force $F_0 \sin \omega t$.

b. Un corps de masse m lié à gauche à un mur par un ressort de raideur k et attaché rigidement à droite à un autre corps oscille avec une pulsation ω (voir le dessin pour le problème 3.5.25*).



Pour le problème 3.5.27

Déterminer l'amplitude des oscillations de ce corps en sachant que le second corps exerce sur un corps de masse m une force $F_0 \cos \omega t$.

◇ **3.5.27*.** Si l'on écarte de façon égale les poids des pendules d'un seul côté et qu'on les lâche, le système devient le siège d'oscillations de pulsation $\omega_0 = \sqrt{g/l}$. Si l'on les écarte à une même distance mais dans des sens opposés, on verra apparaître des oscillations de pulsation $\omega = \sqrt{g/l + 2k/m}$. Dans le cas général, le mouvement des poids est le résultat de la superposition de ces oscillations

$$x_1 = B \cos (\omega_0 t + \varphi) + A \cos \omega t,$$

$$x_2 = B \cos (\omega_0 t + \varphi) - A \cos \omega t.$$

En considérant maintenant une force $F_0 \cos \omega t$ exercée par un ressort sur le poids de gauche comme sollicitante, déterminer la grandeur A en fonction des paramètres F_0, m, ω_0 et ω. Le terme $B \cos (\omega_0 t + \varphi)$ est une oscillation libre d'un oscillateur marqué par un trait interrompu. Par quoi est déterminé le choix des paramètres B et φ?

3.5.28*. Le résultat du problème 3.5.27* est très important: dans le cas général le mouvement d'un oscillateur en présence d'une force sollicitante est une somme des oscillations libres et forcées. Sous quelles conditions initiales ne se produisent que des oscillations forcées?

3.5.29*. Pourquoi, pour une dépendance linéaire de la force sollicitante par rapport à l'élongation et à la vitesse d'un oscillateur, son mouvement général représente-t-il une somme d'oscillations libres et forcées?

3.5.30. Pourquoi, lors des oscillations forcées d'un oscillateur avec une fréquence inférieure à sa fréquence propre, les directions du déplacement et de la force sollicitante sont de même sens, et pour une fréquence supérieure à la fréquence propre, elles sont opposées?

3.5.31. Pour des fréquences de la force sollicitante qui sont petites devant la fréquence propre d'un oscillateur, son élongation peut être considérée comme égale à $F(t)/k$, où $F(t)$ est la force sollicitante, k la rigidité du système oscillant. Pour de grandes fréquences de la force sollicitante l'accélération de l'oscillateur peut être considérée comme égale à $F(t)/m$, où m est la masse de l'oscillateur. Expliquer ce fait.

3.5.32*. A la date $t = 0$ une force sollicitante $F = F_0 \cos \omega t$ commence à agir sur un oscillateur qui est au repos dans la position d'équilibre. La masse de l'oscillateur est m, sa pulsation propre est ω_0. Trouver la dépendance de la coordonnée de l'oscillateur par rapport au temps et construire son graphique pour $|\omega - \omega_0| \ll \omega$. En construisant le graphique, utiliser l'identité

$$\cos \alpha - \cos \beta \equiv 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

3.5.33*. La solution du problème 3.5.32* montre que l'intensification des oscillations s'accompagne de battements. Pour $\omega \to \omega_0$ l'amplitude des battements croît indéfiniment mais en revanche leur période et donc le temps d'accroissement augmentent aussi indéfiniment. Supposons que le temps écoulé depuis le début de l'action d'une force sollicitante est de beaucoup inférieur à $2\pi/|\omega - \omega_0|$. Utiliser l'approximation $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$ $(\varepsilon \ll 1)$ et déterminer la nature de l'intensification d'oscillations dans ce cas.

3.5.34*. On peut éclaircir la nature de l'intensification des oscillations pour $\omega = \omega_0$ en passant à la limite $\omega \to \omega_0$ dans la formule de la coordonnée $x(t)$ (voir la réponse au problème 3.5.32*). Comment expliquer que l'amplitude des oscillations croît, dans ce cas, proportionnellement au temps?

3.5.35*. Supposons que les oscillations ont un faible amortissement: le coefficient d'amortissement $\gamma \ll \omega_0$. Comment se répercute-t-il sur l'intensification des oscillations d'un oscillateur à partir de l'état de repos dans la position d'équilibre pour $|\omega - \omega_0| \ll \gamma$ et pour $\omega = \omega_0$? Pourquoi, dans ces cas-là, est-il opportun de parler de l'établissement des oscillations forcées? Quel est le temps caractéristique de cet établissement?

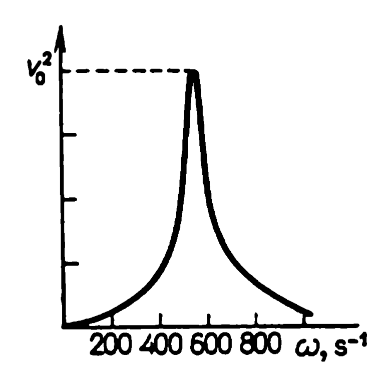
3.5.36. a. Quelle doit être la force sollicitante pour qu'un oscillateur de masse m avec le coefficient d'amortissement γ commence

à exécuter des oscillations harmoniques de pulsation propre ω_0 selon la loi $x = A \cos(\omega_0 t - \varphi)$?

b. L'amplitude d'une force sollicitante est égale à F_0, sa pulsation $\omega = \omega_0$. Déterminer l'amplitude des oscillations forcées. De combien de fois est-elle plus grande que la déviation d'un oscillateur soumis à l'action d'une force constante F_0?

3.5.37. Un oscillateur se meut selon la loi $x = x_0 \sin \omega t$ et la force sollicitante agissant sur lui $F = F_0 \cos \omega t$. Quel est le coefficient d'amortissement de l'oscillateur? La masse de l'oscillateur est m.

◇ **3.5.38.** Le dessin représente la variation du carré de l'amplitude de la vitesse des oscillations forcées en fonction de la pulsation de la



Pour le problème 3.5.38

force sollicitante dont l'amplitude est constante. Déterminer la pulsation propre de l'oscillateur, son coefficient d'amortissement et le facteur de qualité.

3.5.39. Pour la détection par résonance de petites forces sollicitantes on peut utiliser un monocristal de saphir avec un facteur de qualité $Q = 10^9$ et dont les oscillations propres sont de pulsation $\omega_0 = 10^4$ s^{-1}. Combien de temps (en ordre de grandeur) faut-il attendre pour que des oscillations s'établissent dans le monocristal?

3.5.40. L'aiguille d'un tourne-disque se déplace dans le sillon sinusoïdal d'un disque. La pulsation des oscillations propres de l'aiguille est ω_0. Quelle doit être la vitesse de l'aiguille par rapport au disque pour qu'elle commence à sauter du sillon? La distance séparant deux courbures voisines du sillon est λ.

3.5.41*. Des particules, chacune de masse m, sont émises par une source à la date $t = 0$ avec une vitesse initiale presque nulle. Immédiatement après leur sortie elles sont soumises à une force $F = F_0 \sin \omega t$. Déterminer la vitesse des particules au bout d'un temps t après la sortie. Quelle est la vitesse moyenne de ces particules? A quelle distance de la source est atteinte la vitesse maximale? Répondre à ces questions pour des particules émises à la date $t = \pi/\omega$, $\pi/2\omega$.

3.5.42*. Dès la date $t = 0$ une particule de masse m est soumise à une force $F_x = F_0 \sin \omega t$ agissant suivant la direction de l'axe des x et à une force $F_y = F_0 \cos \omega t$ agissant suivant la direction de l'axe des y. Trouver la trajectoire de la particule si à la date initiale elle est au repos. Quelle est la vitesse moyenne de la particule sur un laps de temps assez grand ? Quelle vitesse initiale doit avoir la particule pour se déplacer sur un cercle en présence de ces forces? Quel est le rayon de ce cercle ?

§ 3.6. Déformations et contraintes. Vitesse des ondes

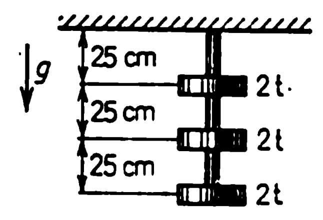
3.6.1. Une longue chaîne de billes liées par des ressorts de raideur k est tirée à l'une de ses extrémités avec une force F. L'autre extrémité est fixée. Déterminer l'allongement total des ressorts et le déplacement de la N-ième bille en état d'équilibre.

3.6.2. Un fil d'une longueur de 1 m est allongé de 0,1 mm en étant étiré à ses extrémités. Comment varie la distance entre les atomes « voisins » si la distance interatomique moyenne dans un matériau non déformé est égale à 10^{-10} m?

3.6.3. On appelle module de Young E d'un matériau la rigidité d'un cube de volume unitaire sous un effort appliqué perpendiculairement à l'une de ses faces. Quelle est la rigidité de la tige de longueur L et de section S lors de l'extension et de la compression longitudinales? On suppose que la tige est fixée par l'une de ses extrémités. Par quelle force appliquée à l'autre extrémité peut-on l'allonger de ΔL?

3.6.4. Evaluer la rigidité de la liaison interatomique dans une substance avec le module de Young E et la distance interatomique moyenne a.

◇ **3.6.5.** Trois poids, pesant 2 t chacun, sont fixés à une distance de 25 cm l'un de l'autre sur une tige en acier de section égale à 0,5 cm²



Pour le problème 3.6.5

et de longueur égale à 75 cm. Le poids inférieur est suspendu à l'extrémité de la tige. Dessiner les graphiques de l'allongement (déformation) relatif et du déplacement des parties de la tige. Le module de

Young de l'acier est égal à $2 \cdot 10^{11}$ Pa. De combien la tige tout entière sera-t-elle allongée?

3.6.6. En posant des rails pour le tramway on soude ceux-ci dans les joints. Quelles contraintes y apparaissent lorsque la température varie de —30 °C en hiver à 30 °C en été et si les rails ont été posés par 10 °C? Le coefficient de température de dilatation linéaire de l'acier est égal à $1{,}25 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

3.6.7. Les parties d'un mur des deux côtés d'une fissure sont réunies par une bande en acier incandescente qui, en se refroidissant, les serre l'une contre l'autre. Supposons que la largeur de la fissure est égale à 1 cm, la longueur de la bande à 2 m et sa section à 2 cm². Avec quelle force sont serrées les parties du mur si la bande est préalablement chauffée à 500 °C?

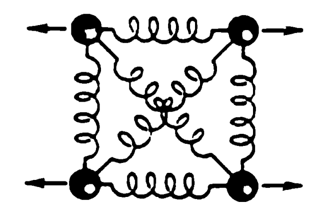
3.6.8. Une colonne de la cathédrale de Saint-Isaak à Léningrad a une hauteur de 30 m. De combien est-elle comprimée sous l'action de son propre poids? La masse volumique du granite est égale à $2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m³ et son module de Young est égal à 10^{11} Pa.

3.6.9. Une tige de masse m, de longueur l et de section S est tirée à l'une de ses extrémités dans une direction longitudinale avec une accélération a. Le module de Young du matériau de la tige est E. Les vibrations dans la tige sont absentes. Quel est l'allongement de la tige?

3.6.10. L'allongement relatif d'une tige est égal à ε. Trouver l'énergie de la déformation élastique par unité de volume si le module de Young du matériau de la tige est égal à E. Exprimer la grandeur obtenue en fonction de la force agissant sur l'unité d'aire de la section et en fonction de la contrainte normale σ.

3.6.11*. Quel travail minimal faut-il produire pour plier en bague une tige de section carrée $a \times a$? Le module de Young du matériau est E, la longueur de la tige $l \gg a$.

◇ **3.6.12*.** Sous l'action de forces longitudinales travaillant à l'extension ou à la compression d'un corps élastique on voit varier non



Pour le problème 3.6.12

seulement les dimensions longitudinales du corps, mais aussi les dimensions transversales. Examiner le modèle d'une maille cristalline où les liaisons atomiques sont représentées par des ressorts. La raideur des ressorts diagonaux est k, celle des autres ressorts est k_0.

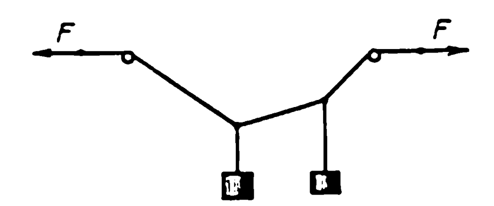
Déterminer le rapport de la compression des ressorts transversaux à l'allongement des ressorts longitudinaux pour les petites déformations.

3.6.13*. Lors de l'extension longitudinale d'un échantillon la diminution relative de ses dimensions transversales $-\varepsilon'$ est proportionnelle à l'allongement relatif de l'échantillon $\varepsilon = -\Delta l/l$. Le rapport $\nu = -\varepsilon'/\varepsilon$ est appelé coefficient de Poisson ν. Déterminer le coefficient de Poisson pour l'échantillon correspondant au modèle du problème 3.6.12*.

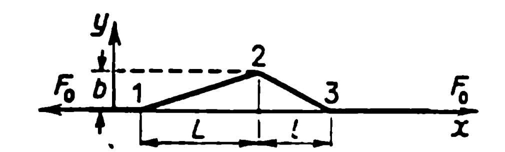
3.6.14. Le coefficient de Poisson pour l'acier $\nu = 0{,}3$. Le volume d'une tige en acier augmente-t-il ou diminue-t-il lors d'une traction? Le volume d'un cordon en caoutchouc ne varie presque pas à la traction. Quel est le coefficient de Poisson pour le caoutchouc?

3.6.15. La compressibilité d'une substance montre de quelle fraction du volume initial diminue le volume d'un corps lors de l'augmentation unitaire de la pression sur sa surface. En considérant la compression triaxiale d'un cube de substance comme la somme de trois compressions unilatérales, exprimer la compressibilité en fonction du module de Young E et du coefficient de Poisson ν.

3.6.16. La compressibilité de l'eau est égale à $5 \cdot 10^{-5}$ atm^{-1}. Evaluer la variation de la profondeur d'un océan dans le cas où l'eau serait devenue incompressible. La profondeur moyenne de



Pour le problème 3.6.17



Pour le problème 3.6.18

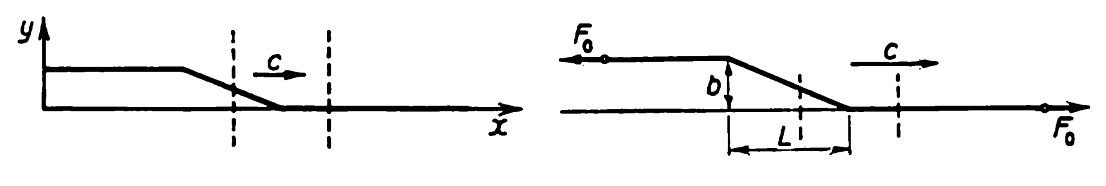
l'océan est de 3 à 4 km. Dans l'océan il y a des dépressions dont la profondeur est d'environ 10 km. De combien la masse volumique de l'eau est-elle à cette profondeur plus grande qu'à la surface? Quelle énergie élastique est emmagasinée dans une unité de volume d'eau?

◇ **3.6.17.** Un fil impondérable passe sur deux clous. Deux poids sont suspendus à ce fil. La force de tension des parties horizontales du fil est égale à F. Comment, d'après le profil de ce fil, peut-on trouver la masse des poids et la force de réaction exercée par les clous?

◇ **3.6.18.** Des forces longitudinales F_0 sont appliquées aux extrémités d'une corde. Lors du déplacement transversal de certaines parties de celle-ci apparaît le profil qui est représenté sur le dessin. Construire le graphique de variation de la composante transversale de la force de tension de la corde en fonction de la coordonnée. Quel-

les sont les forces transversales qui peuvent maintenir la corde sous cette forme?

◇ **3.6.19.** Les différentes parties d'une corde se déplacent dans une direction transversale de façon que la région de flexion se déplace



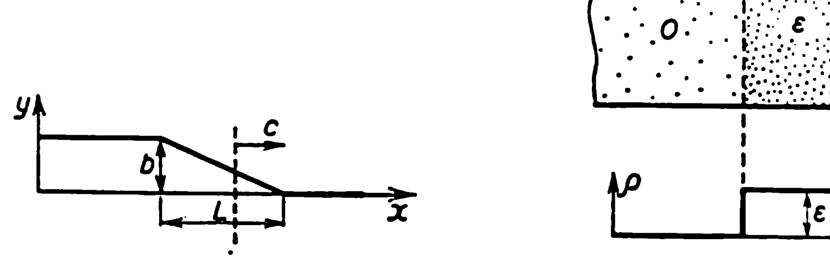
Pour le problème 3.6.19 Pour le problème 3.6.20

vers la droite à une vitesse c sans changer de pente. Comment sont liées la déformation ε de la corde dans la région de flexion et la vitesse u des parties de la corde?

◇ **3.6.20.** a. Expliquer pourquoi augmente l'impulsion de la partie de la corde indiquée sur le dessin. Déterminer la vitesse de variation de cette impulsion en fonction de la masse de l'unité de longueur de la corde ρ, de la déformation dans la région de flexion $\varepsilon \ll 1$ et de la vitesse de déplacement de la région de flexion c.

b. Quelle est la somme des forces qui agissent sur la partie de la corde qui est mise en valeur sur le dessin si la force de tension de celle-ci est égale à F_0? Exprimer la vitesse de déplacement de la région de flexion de la corde en fonction de F_0 et ρ.

◇ **3.6.21.** a. D'après le graphique des déplacements longitudinaux de différentes parties d'une tige déterminer la déformation et l'énergie élastique par unité de volume de la tige dans la zone de perturba-



Pour le problème 3.6.21 Pour le problème 3.6.22

tion. En conservant sa forme, la perturbation se déplace vers la droite de la tige à une vitesse c. Quelle est la vitesse des particules de la tige dans la zone de perturbation? Le module de Young du matériau de la tige est E.

b. Dans un champ de déformation mobile (onde progressive) qui conserve sa forme lors du déplacement sur la tige, l'énergie cinéti-

que des particules est égale à l'énergie élastique. Déterminer la vitesse de l'onde à l'aide du module de Young E et de la masse volumique ρ du matériau de la tige.

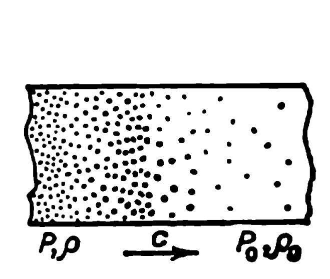
◇ **3.6.22.** a. Le champ de déformatin longitudinale ε se déplace sur une tige à une vitesse c vers la droite. L'aire de section de la tige est S, la masse volumique du matériau est ρ. Quelle est la vitesse de variation de l'impulsion des particules de la tige dans la région se trouvant à droite de la section relevée?

b. L'impulsion transportée en l'unité de temps par unité d'aire de la section droite est appelée densité de flux d'impulsion. Pourquoi cette densité de flux d'impulsion doit-elle être égale à la contrainte normale σ dans cette section? En exprimant σ en fonction de la déformation, déterminer c en fonction de E et ρ.

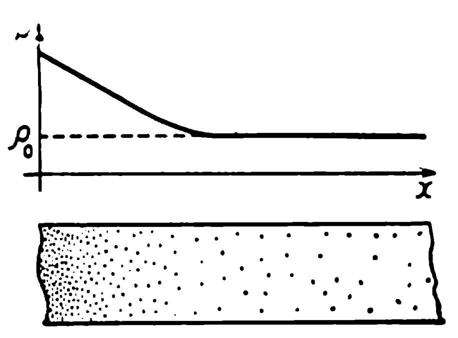
3.6.23. Le module de Young de l'acier est égal à $2\cdot10^{11}$ Pa, sa masse volumique est égale à $7{,}8\cdot10^{3}$ kg/m³. Quelle est la vitesse des ondes longitudinales dans une tige en acier? La vitesse des ondes longitudinales est plus grande dans l'acier en tôle que dans l'acier en tiges fines. Pourqoui?

3.6.24. La compressibilité du mercure, de l'eau et de l'air est respectivement égale à $3\cdot10^{-6}$, $5\cdot10^{-5}$ et 0,71 atm^{-1} et leurs masses volumiques sont respectivement égales à $13{,}6\cdot10^{3}$, $1\cdot10^{3}$ et 1,2 kg/m³. Déterminer la vitesse du son dans ces milieux.

◇ **3.6.25.** Dans un gaz on voit se propager une onde de choc dans laquelle la pression P et la masse volumique ρ du gaz dépassent de



Pour le problème 3.6.25



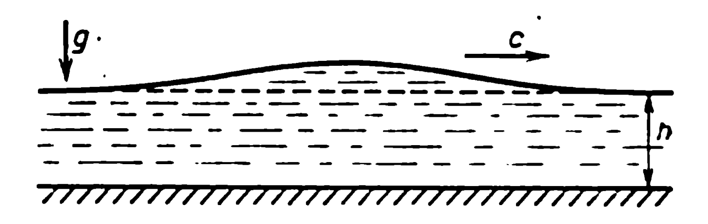
Pour le problème 3.6.26

beaucoup la pression P_0 et la masse volumique ρ_0 du gaz non perturbé. D'après ces données trouver la vitesse de l'onde de choc.

◇ **3.6.26*.** Dans une onde progressive la masse volumique ρ d'un gaz diminue régulièrement jusqu'à la valeur ρ_0 de la masse volumique du gaz non perturbé. La pression du gaz est $P \sim \rho^{\gamma}$ $(\gamma > 1)$. Expliquer comment, à partir de cette onde, se développe l'onde de choc de compression. Pourquoi les ondes de choc de détente ne se forment-elles pas?

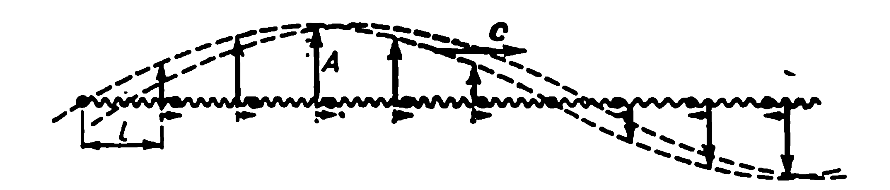
◇ **3.6.27*.** Déterminer la vitesse des ondes en « eau peu profonde », i.e. des ondes dont la longueur est beaucoup plus grande que la

profondeur h d'un bassin. La variation du niveau d'eau due à la perturbation est petite devant h.



Pour le problème 3.6.27

◇ **3.6.28*.** Une onde sinusoïdale longitudinale de pulsation ω se déplace sur une chaîne de billes, chacune de masse m, liées par des ressorts de longueur l et de raideur $k = m\omega_0^2$. Les déplacements



Pour le problème 3.6.28

longitudinaux de ces billes sont portés sur le dessin suivant la verticale à l'échelle agrandie. L'amplitude des déplacements A est beaucoup plus petite que l. Trouver la vitesse de propagation de cette onde. Obtenir la vitesse de cette onde à la limite des basses fréquences ($\omega \ll \omega_0$) au moyen de l et k et, ensuite, à l'aide du module de Young E et de la masse volumique ρ de la substance en considérant les billes comme analogues aux atomes de substance. Evaluer ω_0 pour le fer.

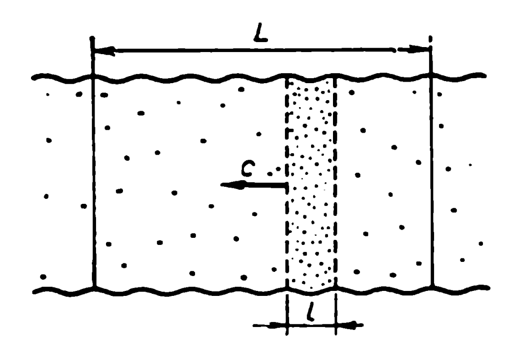
§ 3.7. Propagation des ondes

3.7.1. Le milieu d'une tige de section S et de masse volumique ρ se déplace d'une distance b vers la droite après le passage d'une onde courte de compression longitudinale. La vitesse de l'onde est c. Déterminer l'impulsion de cette onde.

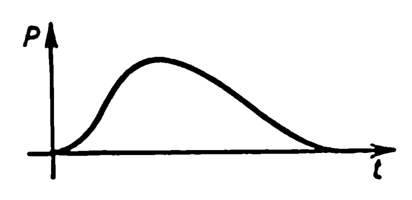
◇ **3.7.2.** a. Une onde plane de compression dont l'amplitude est $\Delta\rho$ se déplace dans un milieu élastique de masse volumique ρ à une vitesse c. Quelle est la densité de flux d'impulsion dans la zone de compression ?

b. L'étendue de la couche d'un milieu dans le sens de propagation de l'onde est L et celle de l'onde elle-même est l. A quelle vitesse se déplace le centre de masse de cette couche ? De combien se déplace-t-il après le passage de l'onde dans toute la couche ?

◇ 3.7.3. Une onde se propage à une vitesse c dans un tuyau rempli de gaz. Lors du passage de l'onde un capteur immobile indique la



Pour le problème 3.7.2



Pour le problème 3.7.3

pression égale à $P(t)$. Trouver la variation de la pression régnant dans le tuyau en fonction de la distance au capteur à la date t_0.

3.7.4. La vitesse des particules d'une tige dans une onde de compression se déplaçant sur cette tige vers la droite à une vitesse c est déterminée à la date initiale par la dépendance $u = u(x)$, où x est la distance de l'extrémité gauche de la tige à la particule. Trouver la variation, avec le temps, de la densité de flux d'impulsion à travers la section de la tige à une distance x_0 de son extrémité gauche.

3.7.5. De l'eau coule dans une conduite à une vitesse de 2 m/s. Elle est coupée par une vanne rigide. Déterminer la force qui s'exerce sur la vanne lors de l'arrêt de l'eau si la vitesse du son dans l'eau est égale à 1,4 km/s. L'aire de la section droite de la conduite est égale à 5 cm^2.

3.7.6. Une force longitudinale F agit sur l'extrémité d'une tige semi-infinie au repos au cours d'un temps τ. Trouver la vitesse des particules de la tige et la déformation de cette dernière dans la région où l'onde est apparue si la section droite de cette tige est égale à S, le module de Young de son matériau est E et la masse volumique est ρ. Quelle est la masse volumique de la tige dans la région d'onde? Trouver l'impulsion et l'énergie des particules déplacées de la tige au bout d'un temps de 0,5 τ et 1,5 τ depuis le début de l'action de la force.

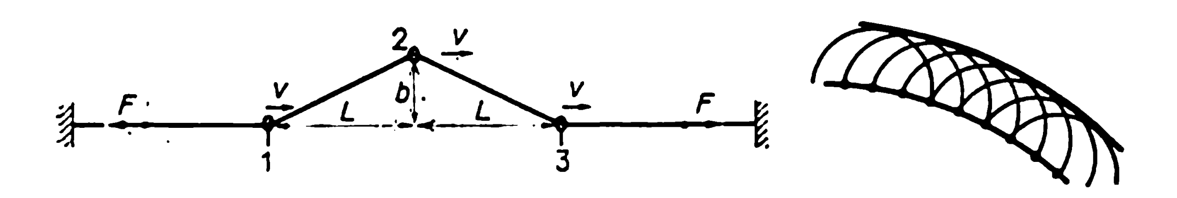
3.7.7. Une force égale à 10^7 N s'exerce sur le bout d'un projectile cylindrique en acier d'une section de 10^2 cm^2 et d'une longueur égale à 0,5 m durant $5 \cdot 10^{-5}$ s. Déterminer le travail de cette force et le rapport de l'énergie cinétique du projectile à ce travail après la disparition des oscillations dans le projectile.

3.7.8. Une corde composée de deux parties de densités linéaires ρ_1 et ρ_2 est tendue par des forces longitudinales $F_\parallel$. Au point de jonction des parties on tire sur la corde avec une force transversale $F_\perp$. Comment varie avec le temps la forme de la corde?

◇ **3.7.9.** Trois anneaux lisses sont emmanchés sur une corde tendue avec une force F et dont la densité linéaire est égale à ρ. Les anneaux se déplacent sur la corde à une vitesse v en la déformant. La région de flexion créée par les anneaux se déplace sur la corde à la même vitesse sans changer sa forme. Quelles sont les forces exercées sur la corde par les anneaux ? Que se passe-t-il lorsque v s'approche de $\sqrt{F/\rho}$?

3.7.10. La vitesse de l'onde de « flexion » d'un pneumatique est de 160 à 200 km/h. Que se passe-t-il lorsque la vitesse d'une voiture s'approche de cette valeur?

3.7.11. Dans sa leçon « Sur les ondes de sillage » lord Kelvin raconte: « . . . la découverte fut en réalité faite par un cheval qui tirait chaque jour un bateau dans un canal entre Glasgow et Andros-



Pour le problème 3.7.9   Pour le problème 3.7.12

san. Un jour le cheval s'effraya et s'emporta; en homme observateur, le cocher remarqua que lorsque le cheval eut atteint une vitesse déterminée, il devint manifestement plus facile de tirer le bateau et derrière celui-ci il n'y eut pas de sillage ». Expliquer ce phénomène.

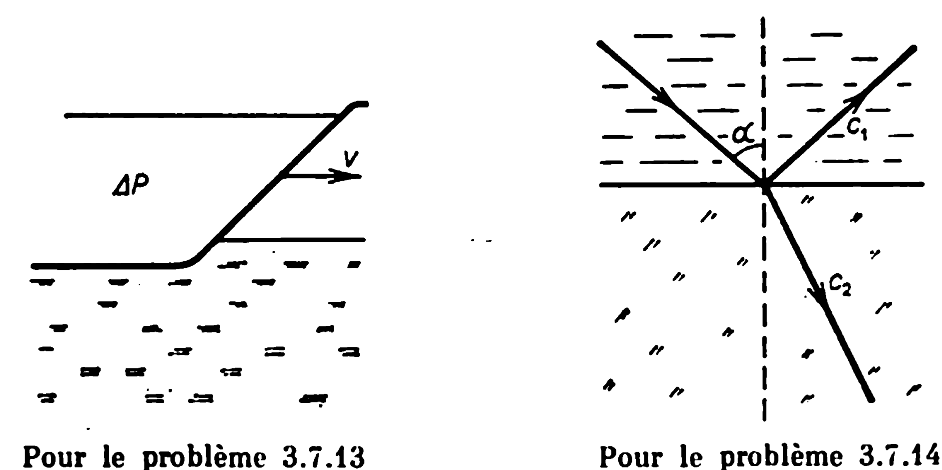
◇ **3.7.12.** Selon le principe de Huygens, chaque partie d'un front d'onde est une source d'ondes sphériques secondaires. Une enveloppe d'ondes secondaires donne un nouveau front d'onde. En partant de ce principe, montrer que dans un milieu homogène un front plan d'onde sonore se déplace avec la vitesse du son. Comment se propage un front cylindrique? Sphérique?

◇ **3.7.13.** Une région de haute pression à la frontière des milieux se propage vers la droite à une vitesse v qui est supérieure à la vitesse du son c dans un milieu. Comment est le front d'onde dans ce milieu? Quelle est la direction de sa propagation?

◇ **3.7.14.** Une onde plane tombe à la frontière de séparation plane de deux milieux à la vitesse du son c_1 sous un angle α par rapport à la normale. Trouver la direction de propagation des ondes réfléchie et réfractée si la vitesse de propagation des ondes dans le second milieu est égale à c_2.

3.7.15. Lorsqu'un avion vole à une vitesse subsonique, on entend au sol le bruit de ses moteurs. Si la vitesse de l'avion est supersonique, on entend d'abord une forte explosion et ensuite le bruit des moteurs. A quoi se phénomène est-il lié ?

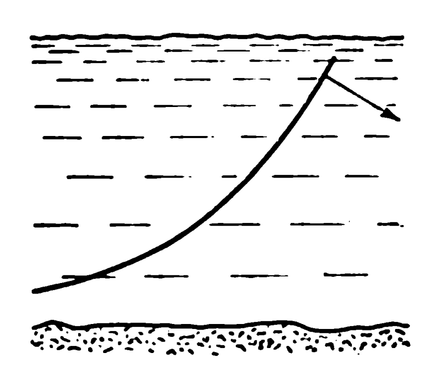
3.7.16. Lorsqu'une onde sonore plane tombe en pente douce à la frontière de séparation de deux milieux à partir d'une milieu où la vitesse du son est plus grande, dans le second milieu il ne se forme pas d'onde réfractée. Ce phénomène s'appelle réflexion interne totale. Trouver l'angle de réflexion interne totale si la vitesse du son dans ces milieux est respectivement égale à c_1 et c_2 ($c_1 < c_2$).



Pour le problème 3.7.13 Pour le problème 3.7.14

3.7.17. Un courant d'air se déplace au-dessus d'une surface d'eau. Comment cela influe-t-il sur la direction de propagation des ondes sonores réfléchie et réfractée ?

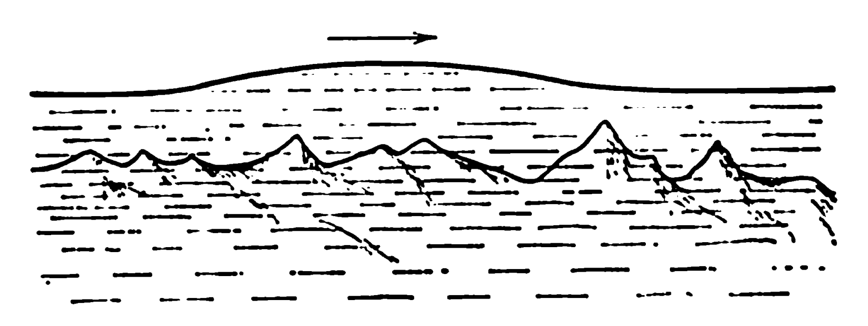
◇ **3.7.18.** a. La vitesse d'une onde en « eau peu profonde » diminue à mesure que la profondeur devient moins importante. En s'approchant d'un bord qui descend progressivement dans l'eau le front droit de cette onde s'incurve près de ce bord en répétant ses contours. Pourquoi ?



Pour le problème 3.7.18

b. Représenter qualitativement la façon dont varie un front d'onde droit en rencontrant sur son trajet un banc de sable rond et en pente douce.

◇ **3.7.19.** Lors des tremblements de terre on voit apparaître dans les océans des perturbations étendues du plan d'eau, i.e. des tsunamis.



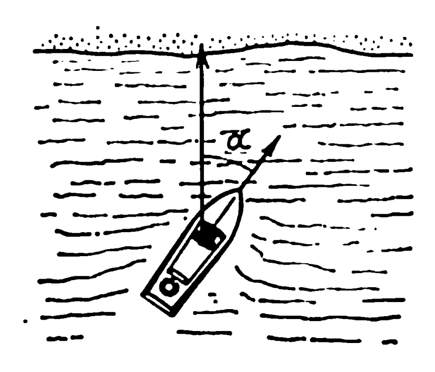
Pour le problème 3.7.19

Ils se propagent très loin le long des chaînes de montagnes sous-marines sans perdre leur capacité destructive. Expliquer ce phénomène.

3.7.20*. Pourquoi un signal sonore qui se propage au vent est-il mieux entendu que sous le vent ? La vitesse du vent diminue notablement lorsqu'on s'approche de la surface terrestre.

3.7.21. La fréquence des oscillations propres d'un diapason est égale à ν_0. Quelle sera la fréquence du son que nous entendons si nous approchons le diapason sonore de l'oreille à une vitesse v ?

◇ **3.7.22.** Des vagues vont et viennent sur un rivage avec une fréquence ν_0. Quelle est la fréquence avec laquelle ces vagues se



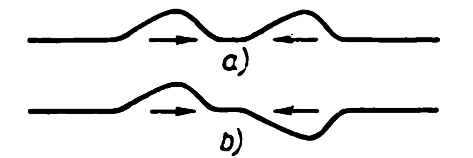
Pour le problème 3.7.22

heurtent-elles contre une vedette se déplaçant à une vitesse v depuis le rivage? Vers le rivage? La vitesse de ces vagues sur l'eau est c. Considérer le mouvement de la vedette sous un angle α par rapport à la direction de propagation des vagues.

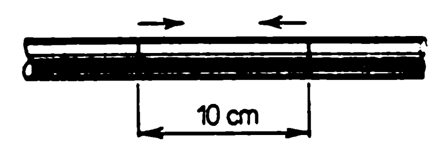
§ 3.8. Superposition et réflexion des ondes

◇ **3.8.1.** Deux ondes de sens contraires et de forme identique portant chacune une énergie E se propagent sur une corde. Quelle est l'énergie cinétique et potentielle à l'instant où les bases des ondes représentées sur le dessin coïncident ?

◇ **3.8.2.** Un morceau de tige en acier, dont la longueur est égale à 10 cm, est comprimé d'un millième de sa longueur et lâché. Quelles ondes progressives apparaissent dans la tige ? Dessiner le graphique



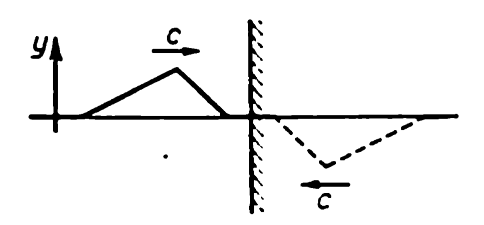
Pour le problème 3.8.1



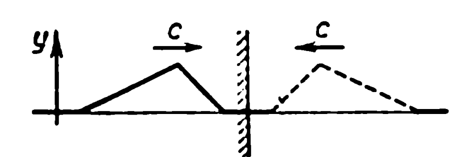
Pour le problème 3.8.2

de distribution de la déformation de la tige ainsi que le graphique de la vitesse des particules dans cette tige suivant sa longueur au bout de $5 \cdot 10^{-6}$ s après que cette partie de la tige ait été lâchée.

◇ **3.8.3.** Lorsqu'une onde tombe normalement sur une paroi rigide on voit apparaître une perturbation pour laquelle le déplacement et la vitesse d'un milieu près de la paroi sont nuls. Si l'on s'imagine qu'à l'onde incidente se superpose une onde de déplacements renver-



Pour le problème 3.8.3



Pour le problème 3.8.5

sée allant symétriquement de derrière la paroi, on obtient une perturbation avec un déplacement nul et des propriétés requises près de la paroi. Pour l'onde incidente représentée sur le dessin construire la distribution du déplacement et de la vitesse du milieu lorsque l'onde « entre dans la paroi » de 1/6, 1/2, 2/3 de sa longueur.

3.8.4. Comment dépend du temps la pression exercée sur un mur par une onde sonore sinusoïdale incidente ayant une pulsation ω et une amplitude de déplacement A ? La masse volumique d'un milieu est ρ, la vitesse du son est c. A quelles distances du mur se trouvent les nœuds et les ventres de vitesse ? Les nœuds et les ventres de pression ?

◇ **3.8.5.** Un milieu n'est pas déformé à une frontière libre. Utiliser le procédé de résolution du problème 3.8.3 et trouver la perturbation

qui apparaît dans le milieu lorsqu'une onde tombe à sa frontière libre.

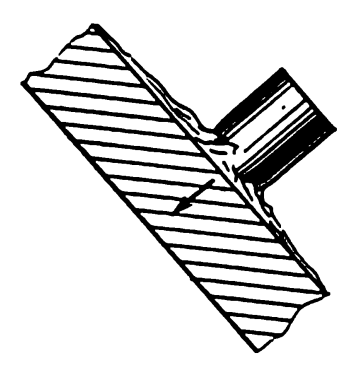
3.8.6. Dès la date 0 la vitesse de l'extrémité non fixée d'une tige commence à varier selon la loi $v = v_0 \sin \omega t$ grâce à l'arrivée d'une onde de déplacement longitudinal. Quelle est l'amplitude du déplacement ? A quelles distances de l'extrémité de la tige se forment les nœuds et les ventres de vitesse ? Les nœuds et les ventres de pression ?

◇ **3.8.7.** Sur la face extérieure du verre d'un hublot d'un vaisseau spatial il y a des destructions dues aux chocs des micrométéorites. Des destructions analogues existent aussi sur la face intérieure. Expliquer leur apparition.

◇ **3.8.8*.** Dans la lutte contre les chars on utilise des projectiles « à plastic ». Lorsqu'un tel projectile atteint un char, le plastic se répand sur le blindage, puis explose. L'onde provoquée par cette



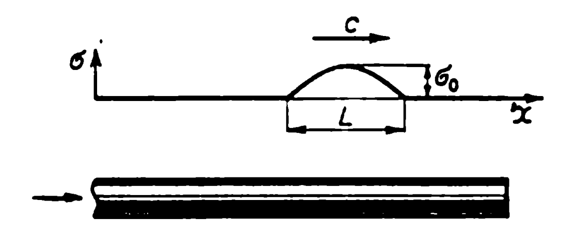
Pour le problème 3.8.7



Pour le problème 3.8.8

explosion passe à travers le blindage et détache du côté intérieur une couche qui est projetée à grande vitesse. Trouver cette vitesse et l'épaisseur de la couche qui a été détachée du blindage si lors de l'explosion la pression sur le blindage est $P = 5\cdot10^4$ atm et agit au cours du temps $\tau = 4\cdot10^{-6}$ s. La vitesse du son dans le blindage $c = 5$ km/s, la masse volumique du blindage $\rho = 8\cdot10^3$ kg/m³.

◇ **3.8.9*.** La limite de rupture de la céramique et des verres est beaucoup plus petite que leur résistance à la compression. En frap-

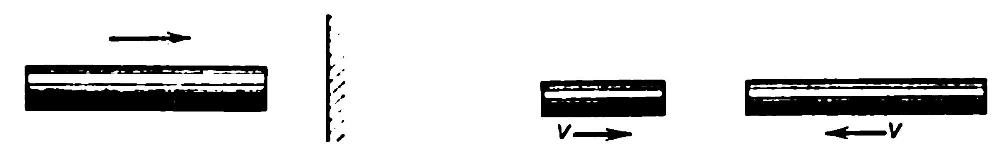


Pour le problème 3.8.9

pant sur l'extrémité gauche d'une tige de verre on voit apparaître une onde de compression, i.e. une « demi-onde » de la sinusoïde avec une

amplitude de contrainte σ_0 et une longueur L. Quelle partie de la tige se détache si la limite de rupture $\sigma < \sigma_0$? Considérer les cas où $\sigma_0 \gg \sigma$ et $\sigma_0 \approx \sigma$.

◇ **3.8.10.** Une tige en acier long de 1 m se heurte, par un des bouts, à un mur rigide immobile. Sa vitesse initiale est égale à 100 m/s.



Pour le problème 3.8.10 Pour le problème 3.8.11

Quelle pression exerce-t-elle sur le mur? Quelles ondes parcourent la tige? Quel est le temps de contact? Quelle est la vitesse finale de la tige?

◇ **3.8.11.** Deux tiges élastiques constituées d'un même matériau et étant de même section mais de longueurs différentes l et $L > l$ se dirigent l'une vers l'autre à une vitesse v. Déterminer la vitesse des centres de masse de ces tiges après leur collision.

3.8.12*. On assiste au choc bout à bout de deux tiges élastiques de même section. Après avoir considéré les ondes de compression dues à ce choc et leur réflexion sur les extrémités libres, démontrer que le résultat du choc est le même qu'en cas de choc frontal parfaitement élastique des corps si le rapport des longueurs de ces tiges est égal au rapport des vitesses du son qui se propage dans ces tiges.

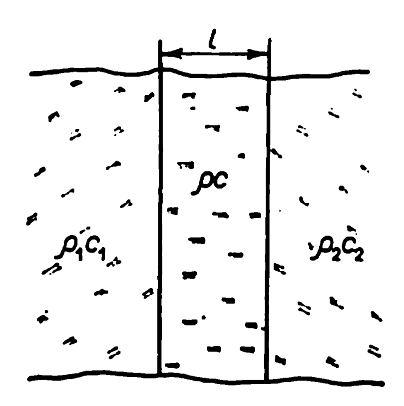
3.8.13*. Une tige élastique de longueur l_1 vole à une vitesse v. Elle entre en collision par un de ses bouts avec un des bouts d'une autre tige immobile de longueur l_2, $l_1/c_1 > l_2/c_2$, où c_1 et c_2 sont respectivement les vitesses du son dans l'une et l'autre tige. La section des tiges et la masse volumique de leur matériau sont identiques. Déterminer la vitesse des centres de masse des tiges après leur collision.

3.8.14. En passant à travers une frontière plane d'un milieu à un autre, une onde voit autant de fois sa longueur diminuer que sa vitesse de propagation dans le deuxième milieu. En utilisant ce fait, ainsi que la loi de la conservation de l'énergie et de l'impulsion, déterminer de combien de fois l'amplitude de l'onde réfléchie et celle de l'onde passant dans le deuxième milieu sont inférieures à l'amplitude de l'onde incidente. La masse volumique et le module d'élasticité des milieux sont respectivement égaux à ρ_1, E_1 et ρ_2, E_2.

3.8.15. On appelle coefficient de transmission d'onde le rapport de l'énergie d'une onde passante à celle d'une onde incidente. Trouver ce coefficient pour une onde sonore à la frontière des milieux eau-air.

◇ **3.8.16.** Pour augmenter le coefficient de transmission d'une onde reçue par un capteur piézo-électrique on relie ce dernier à un

milieu étudié par l'intermédiaire d'un joint spécial. La masse volumique et la vitesse du son dans le milieu étudié sont respectivement égales à ρ_1 et c_1, la masse volumique et la vitesse du son dans le joint et le cristal du capteur piézo-électrique sont respectivement égales à ρ, c et ρ_2, c_2. Admettons que $\rho_1 c_1/\rho c = \rho c/\rho_2 c_2 = 4$. Comparer les



Pour le problème 3.8.16

signaux qui arrivent au capteur quand celui-ci a un joint et quand il n'en a pas en ce qui concerne leur puissance si la durée du signal est inférieure au temps de son passage par le joint.

3.8.17. Un signal sonore dont la longueur est beaucoup plus petite que l tombe sur un mur plan d'épaisseur l perpendiculairement à sa surface. Par suite de ses multiples réflexions sur les frontières du mur on voit apparaître une suite de signaux secondaires (signaux d'écho) dont l'amplitude diminue en progression géométrique. La masse volumique du milieu où se trouve le mur et celle du mur lui-même sont respectivement ρ_1 et ρ_2. Les vitesses de propagation du son dans le milieu et dans le mur sont respectivement égales à c_1 et c_2. Déterminer le rapport de l'amplitude de deux signaux d'écho successifs dans un milieu derrière le mur, ainsi que la distance entre eux.

3.8.18*. Des signaux sonores identiques tombent successivement sur un mur (voir le problème 3.8.17). Quelle doit être la distance entre eux pour que l'amplitude du signal qui passe à travers le mur soit maximale? Déterminer le rapport de l'amplitude maximale de ce signal à l'amplitude du signal incident. Ce rapport varie-t-il si l'onde qui tombe sur le mur est sinusoïdale?

3.8.19. Une onde ultra-sonore se propage dans l'air dans un étroit couloir sans subir d'affaiblissement notable à une grande distance. Le couloir est séparé par un écran insonorisant d'une certaine épaisseur. La puissance de l'onde transmise diminue alors de plusieurs fois. Ensuite on remplace l'ancien écran par un autre d'épaisseur double. On constate qu'à travers cet écran l'ultra-son passe presque sans affaiblissement. Expliquer pourquoi? La fréquen-

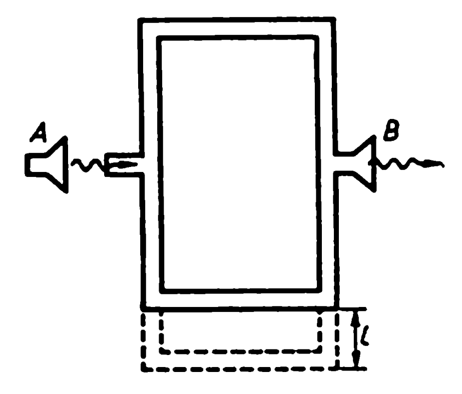
ce de l'onde est égale à 1 MHz, la vitesse du son dans le matériau dont est fait l'écran est égale à 5 km/s. Trouver l'épaisseur des écrans insonorisants.

3.8.20. A la surface de séparation des milieux le son subit une réflexion presque totale si $\rho_1 c_1 \gg \rho_0 c_0$. Or, on sait que des murs très fins n'assurent pas une bonne insonorisation. Pourquoi ?

§ 3.9. Son. Résonateurs acoustiques

3.9.1. La vitesse du son dans l'air est égale à $c = 330$ m/s. Déterminer la longueur de l'onde sonore ayant une fréquence $\nu = 50$ Hz.

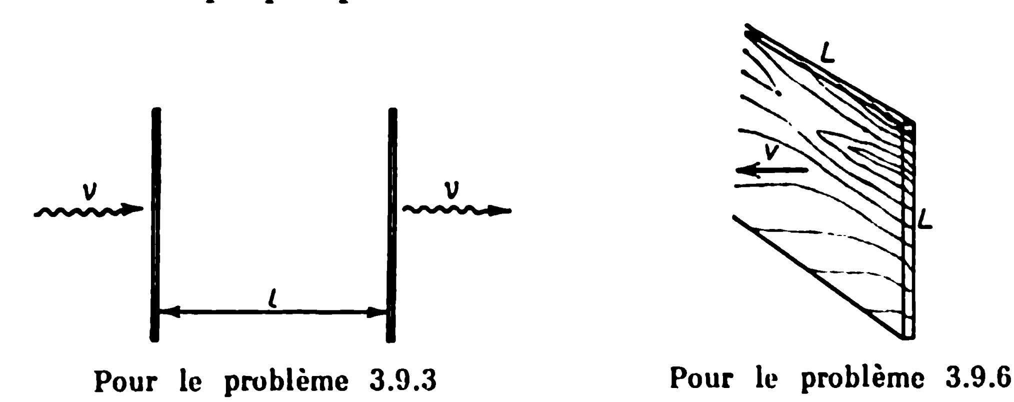
◇ **3.9.2.** Un appareil servant à la démonstration des interférences du son prossède d'abord deux conducteurs de son identiques: supé-



Pour le problème 3.9.2

rieur et inférieur. De quelle distance minimale l faut-il abaisser le conducteur de son inférieur pour diminuer au maximum le son du mégaphone B à la fréquence $\nu = 100$ Hz ?

◇ **3.9.3.** L'intensité d'une onde sonore de fréquence ν qui traverse deux minces plaques parallèles écartées l'une de l'autre d'une distan-



Pour le problème 3.9.3 Pour le problème 3.9.6

ce l atteint son maximum à une distance qui est multiple de l de la deuxième. Expliquer ce phénomène et déterminer la vitesse du son dans le milieu où se trouvent les plaques.

3.9.4. Déterminer l'amplitude de la vitesse, du déplacement et de la pression dans une onde sonore d'une fréquence de 1 kHz dans le domaine des sensations douloureuses (l'intensité de l'onde est égale à 1 W/m²) et près du seuil d'audibilité (l'intensité de l'onde vaut 10^{-12} W/m²).

3.9.5*. Quelle doit être l'intensité de l'ultra-son pour que dans de l'eau à pression atmosphérique commencent à apparaître des microcavités à vide?

◇ **3.9.6*.** Une plaque de dimensions $L \times L$ oscille selon la loi harmonique avec une pulsation $\omega \gg c/L$, où c est la vitesse du son dans l'air. Evaluer la force qui est exercée sur la plaque par l'air à l'instant où la vitesse de la plaque est égale à v. La masse volumique de l'air est ρ. Comment se déplace l'air si $\omega \ll c/L$? Pourquoi dans ce cas l'émission du son est-elle faible?

3.9.7. Une bille de rayon R exécute des oscillations radiales harmoniques (on dit qu'elle « respire ») avec une pulsation ω et une amplitude A dans un liquide dont la masse volumique est ρ. Avec quelle énergie moyenne par période est émise l'onde? Comment varie l'amplitude des oscillations de la pression du liquide à mesure que l'on s'éloigne de la bille si la vitesse de l'onde dans le liquide est égale à c? On admettra que $A \gg R$.

3.9.8*. a. Une force longitudinale extérieure $F = F_0 \cos \omega t$ agit sur une tige infinie en certaine section. Quelles ondes de la vitesse et de la déformation prennent naissance dans la tige? La section de la tige est S, la masse volumique de son matériau est ρ, la vitesse de l'onde dans la tige est c.

b. Une force longitudinale extérieure $F = F_0 \cos \omega t$ agit sur deux sections d'une tige infinie, qui sont disposées à une distance l l'une de l'autre. Quelles ondes apparaissent dans la tige? Pour quelles valeurs de l la puissance de l'onde dans la tige est-elle maximale? Minimale? Pourquoi l'énergie de l'onde résultante dans la tige n'est-elle pas égale à la somme des énergies des ondes émises séparément par chaque source?

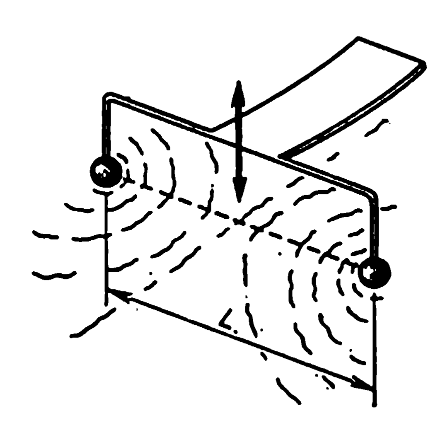
3.9.9*. Deux forces longitudinales extérieures agissent sur deux sections d'une tige infinie. La force de gauche varie selon la loi $F_1 = F_0 \cos \omega t$ et la force de droite, selon la loi $F_2 = F_0 \sin \omega t$. A quelle distance l entre les sources de la force l'onde progressive se propage-t-elle seulement de gauche à droite? Seulement de droite à gauche?

◇ **3.9.10.** Deux petites billes identiques sont fixées à un vibrateur de pulsation ω à une distance L l'une de l'autre. Elles excitent des ondes sur une surface d'eau. La distance entre les crêtes des ondes est λ. Trouver la vitesse des ondes sur l'eau.

3.9.11*. a. Une onde stationnaire dont la longueur d'onde est égale à λ se forme dans une tige libre de longueur L dont l'extrémité est sollicitée par une force harmonique de pulsation ω. Où se trou-

vent les nœuds de tensions de cette onde ? Quelle est l'amplitude de la force sollicitante si l'amplitude des tensions dans l'onde stationnaire est égale à σ_0 et la section de la tige est égale à S ?

b. Construire une courbe de résonance, i.e. le graphique de variation de la grandeur $\sigma_0 S/F_0$ en fonction de la pulsation ω de la force sollicitante. Déterminer les pulsations pour lesquelles la grandeur $\sigma_0 S/F_0$ croît indéfiniment. Peut-on affirmer que ces pulsations coïncident avec les pulsations propres des oscillations de la tige lorsqu'elle n'est pas soumise à des forces extérieures ?



Pour le problème 3.9.10

3.9.12. Trouver les fréquences propres des oscillations longitudinales d'une tige en acier de 1 m de longueur. Par quels points faut-il suspendre cette tige pour que l'amortissement des oscillations de troisième fréquence de résonance soit minimal ?

3.9.13. Comment varient les fréquences propres des oscillations d'une bille en acier lorsque son rayon augmente de deux fois ?

3.9.14*. De l'air se trouve entre deux parois rigides parallèles. Une des deux parois commence un mouvement harmonique transversal d'amplitude A_0 et de pulsation ω. La distance entre les parois $L \gg A_0$. Jusqu'à quelle amplitude de déplacement dans le ventre cette paroi met-elle de l'air en mouvement ? Evaluer le temps de mise en mouvement si la vitesse du son dans l'air est égale à c.

3.9.15. Déterminer la première fréquence de résonance des oscillations de l'air qui est compris entre deux bâtiments parallèles se trouvant à une distance $L = 20$ m l'un de l'autre. La hauteur des bâtiments est sensiblement supérieure à cette distance. La vitesse du son dans l'air $c = 330$ m/s.

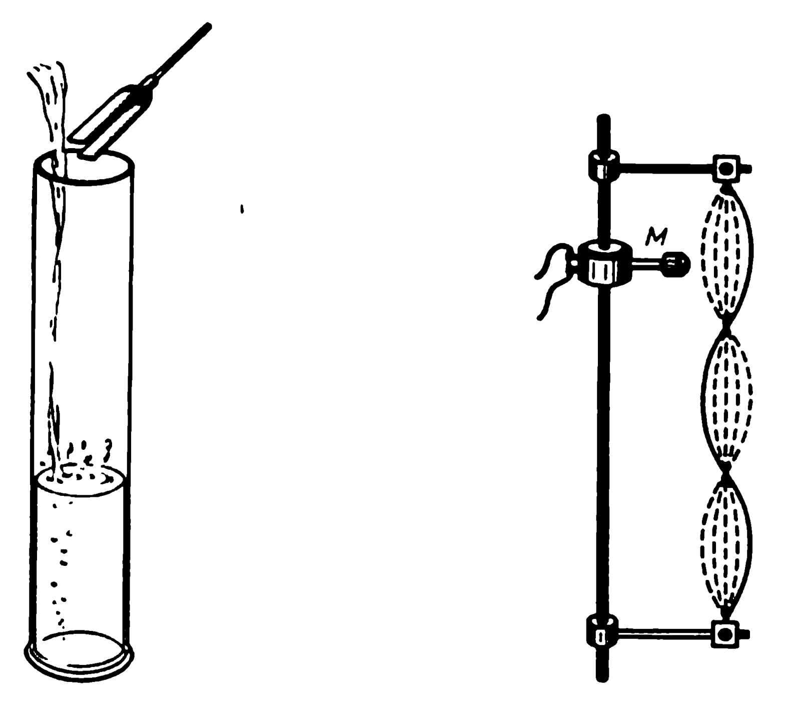
◇ **3.9.16.** Approchons un diapason vibrant d'un haut récipient cylindrique dans lequel on verse petit à petit de l'eau. Nous entendrons un son tantôt se renforçant, tantôt s'affaiblissant, puis se renforçant à nouveau. Comment l'expliquer ? Pourquoi sans récipient le diapason résonne-t-il faiblement ?

3.9.17. A quelle profondeur de l'océan peuvent s'intensifier des oscillations infra-sonores physiologiquement dangereuses d'une fréquence de 7 Hz?

3.9.18. La première fréquence de résonance d'un tuyau d'orgue ouvert des deux côtés est égale à 300 Hz. Quelle est la première fréquence de résonance de ce même tuyau d'orgue, mais fermé des deux côtés? Fermé d'un seul côté?

3.9.19. Pourquoi le corps creux du violon et du violoncelle est-il profilé? Comment dépend de ses dimensions le ton de résonnement?

3.9.20. La vitesse du son est beaucoup plus grande dans une chambre à dépression remplie d'un mélange d'hélium et d'oxygène



Pour le problème 3.9.16 Pour le problème 3.9.22

que dans l'air. Comment varie le résonnement de la voix des gens parlant dans la chambre à dépression? Le ton d'un diapason y change-t-il?

3.9.21. Avec quelle force faut-il tirer sur une corde de guitare de longueur $l = 60$ cm et de densité linéaire $\mu = 0{,}1$ g/cm pour qu'elle émette un son d'une fréquence $\nu = 100$ Hz à l'harmonique fondamental, i.e. à la première fréquence de résonance?

◇ **3.9.22.** On fait vibrer une corde en y laissant passer le courant alternatif de façon que la force magnétique qui est exercée par un petit aimant M varie harmoniquement. La fréquence du courant correspond au troisième harmonique de la corde. La longueur de la corde est l. Où faut-il placer l'aimant pour que l'amplitude des vibrations soit maximale?

3.9.23. Si l'on prend dans la main une tige résonnant à l'harmonique fondamental, le son cesse immédiatement. Expliquer ce phénomène. En quel endroit faut-il prendre la tige pour que cet effet soit le plus faible possible ? Le plus fort ?

3.9.24*. Dans des monocristaux de saphir à basse température et convenablement suspendus les pertes d'énergie dues aux vibrations dans le vide par période à l'harmonique fondamental font 10^{-8} de l'énergie des oscillations. De combien de fois augmentent ces pertes lorsque ces vibrations se passent dans l'air ? La masse volumique du saphir est égale à $3 \cdot 10^3$ kg/m³, la vitesse du son dans l'air à 330 m/s, la masse volumique de l'air à 1,3 kg/m³.

3.9.25*. L'académicien I. Obréimov commençait ainsi son explication sur l'audibilité unilatérale : ... Les pêcheurs ne supportent pas quand on s'approche d'eux en parlant. Ils ont raison. Les poissons entendent bien dans l'eau les conversations qui se passent à l'extérieur. Quant à nous, nous n'entendons pas leur communication. Ceci est lié à ce que lors du passage de l'air à l'eau et inversement l'énergie de l'écoulement sonique ... Continuer cette explication et l'appuyer par des estimations quantitatives en admettant que l'homme commence à réagir aux variations de la pression à partir d'une même amplitude environ que les poissons.

3.9.26*. Déterminer la masse d'un corps lié par un support élastique de rigidité k et de masse m à un plancher rigide si la première fréquence de résonance des oscillations longitudinales de ce système est égale à ω.

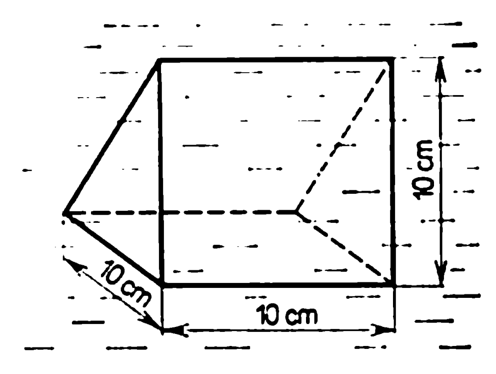
CHAPITRE 4

MÉCANIQUE DES FLUIDES

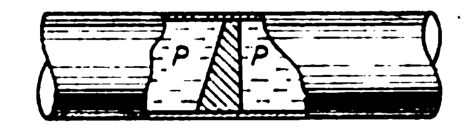
§ 4.1. Pression des fluides

4.1.1. Qu'appelle-t-on pression d'un fluide? Imaginer le procédé de mesure de la pression.

◇ **4.1.2.** Un prisme droit dont les dimensions sont indiquées sur le dessin se trouve dans un liquide. Trouver la somme des forces qui



Pour le problème 4.1.2



Pour le problème 4.1.4

agissent sur les faces avant et inférieure du prisme en sachant que la pression du liquide est égale à $2 \cdot 10^5$ Pa. Quelle est la somme des forces qui agissent sur le prisme?

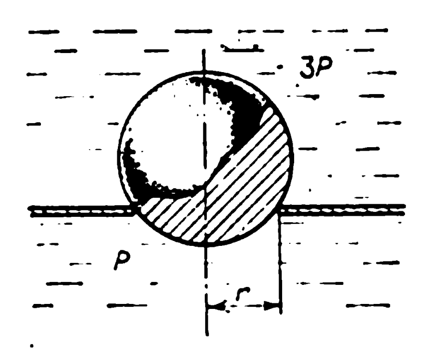
4.1.3*. La force résultante qu'exerce un liquide comprimé sur les trois faces d'un tétraèdre régulier est égale à F. La longueur d'une arête de ce tétraèdre est a. Déterminer la pression du liquide.

◇ **4.1.4.** Dans un tube se trouve un piston dont la section longitudinale est représentée sur le dessin. La pression du liquide des deux côtés du piston est la même. Le piston est-il en équilibre?

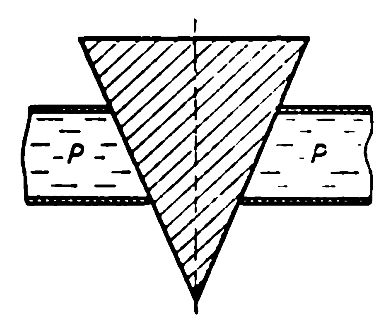
◇ **4.1.5.** Une boule couvre un orifice de rayon r pratiqué dans une paroi plane séparant des liquides dont les pressions sont égales à $3P$ et P. Avec quelle force la boule se serre-t-elle contre l'orifice?

◇ **4.1.6.** Un bouchon conique couvre à la fois les deux orifices pratiqués dans un récipient plan rempli de liquide sous pression P. Les rayons des orifices sont r et R. Déterminer la force exercée sur le bouchon par le liquide.

4.1.7*. Un ballon sphérique de rayon R dont les parois ont une épaisseur Δ éclate sous l'action d'une pression interne P. Déterminer la limite de rupture du matériau des parois.



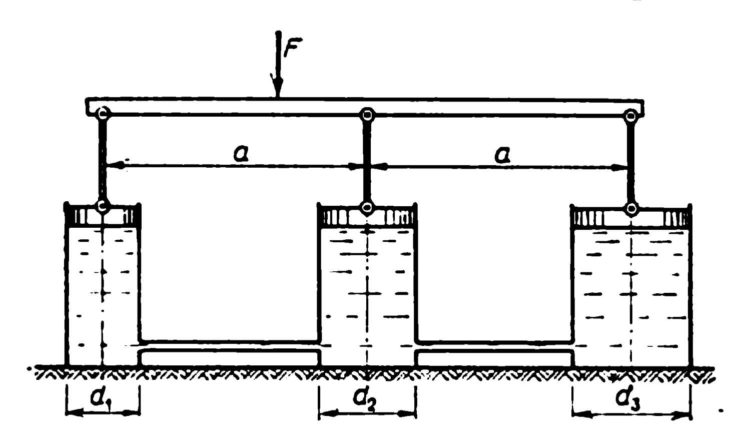
Pour le problème 4.1.5



Pour le problème 4.1.6

4.1.8*. On met une saucisse dans de l'eau bouillante, elle rompt en longueur et non pas en travers. Pourquoi ?

◇ **4.1.9.** Trois vases communicants remplis d'eau sont fermés par des pistons. Un bâton horizontal est articulé à ces pistons à l'aide de



Pour le problème 4.1.9

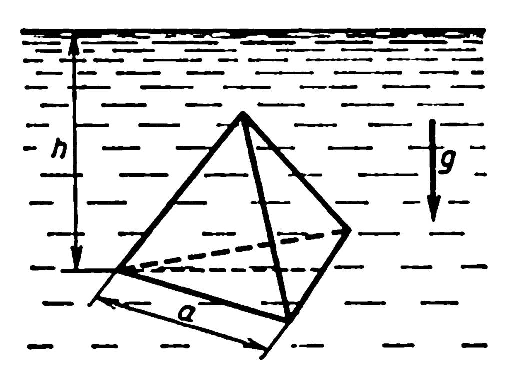
tiges verticales. En quel endroit faut-il appliquer au bâton une force F pour qu'il reste horizontal ? Les diamètres des vases et les distances entre eux sont indiqués sur le dessin.

4.1.10. Une presse hydraulique remplie d'eau possède des pistons dont les sections sont égales à 100 et 10 cm². Un homme pesant 80 kg se met debout sur le grand piston. A quelle hauteur s'élève alors le petit piston ?

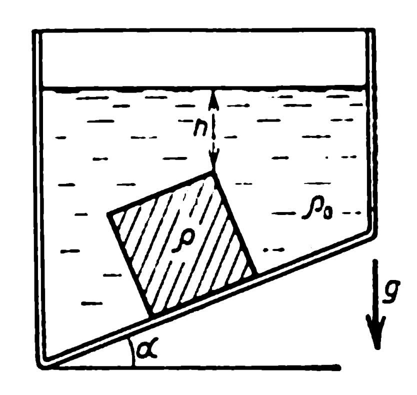
4.1.11. Un cube, dont l'arête est égale à 20 cm, est placé dans de l'eau. Sa face inférieure est éloignée de la surface d'eau d'une distance de 1 m. A quoi est égale la force exercée par l'eau sur la face inférieure du cube ? Sur la face supérieure ? Quelle force agit sur la face latérale du cube ? Trouver la somme vectorielle des forces exercées sur le corps par l'eau. La pression atmosphérique est égale à 10^5 Pa.

◇ **4.1.12*.** La face inférieure d'un tétraèdre régulier d'arête a complètement immergé dans un liquide de masse volumique ρ se trouve à une profondeur h. Déterminer la force exercée par le liquide sur la face latérale du tétraèdre si la pression atmosphérique est égale à P.

◇ **4.1.13*.** Un cube d'arête a fait en un matériau de masse volumique ρ est placé dans un récipient dont le fond fait un angle α avec



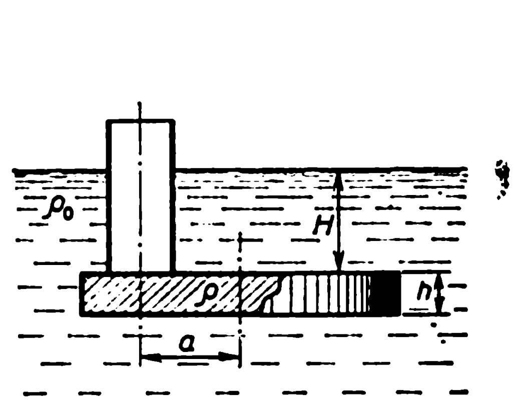
Pour le problème 4.1.12



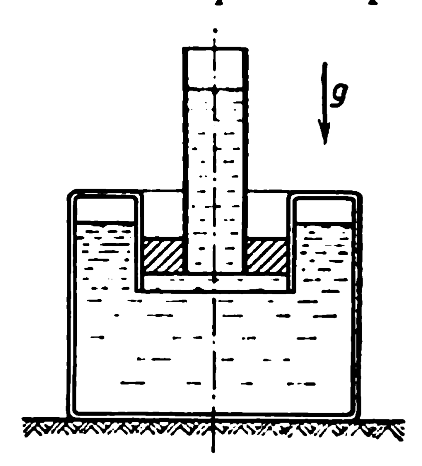
Pour le problème 4.1.13

l'horizontale. L'arête supérieure du cube se trouve à une profondeur h. Le liquide ne pénètre pas sous la base du cube. La pression atmosphérique est P, la masse volumique du liquide ρ_0. Trouver la force avec laquelle le cube agit sur le fond du récipient.

◇ **4.1.14.** Un tube de rayon r est fermé d'en bas par un disque métallique et immergé dans un liquide à une profondeur H. Le rayon du disque est R, sa hauteur h. L'axe du disque est séparé de



Pour le problème 4.1.14



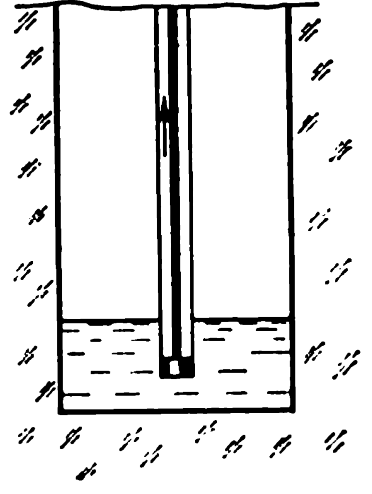
Pour le problème 4.1.15

l'axe du tube d'une distance a. La masse volumique du liquide est ρ_0, celle du métal ρ. Jusqu'à quelle hauteur faut-il verser du liquide dans le tube pour que le disque se détache de celui-ci ?

◇ **4.1.15.** Dans la partie supérieure d'un récipient rempli d'eau il y a un orifice cylindrique fermé étanchement par un piston mobile.

Un tube vertical est encastré dans celui-ci. Le rayon du piston est égal à 10 cm, le rayon du tube à 5 cm, la masse du piston avec le tube à 20 kg. Déterminer la hauteur de la colonne d'eau dans le tube, le système étant en équilibre.

◇ **4.1.16.** Un piston recouvrant un tube cylindrique d'un rayon intérieur de 10 cm peut se déplacer à l'aide d'une longue tige verticale. Le tube, avec le piston occupant la position extrême inférieure, est immergé dans un récipient cylindrique d'un rayon de 1 m à une profondeur de 0,5 m. A quelle hauteur du niveau d'eau initial dans le récipient peut-on élever celui du tube? La pression atmosphérique est égale à 10^5 Pa.

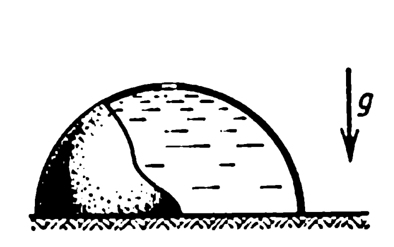


Pour le problème 4.1.16

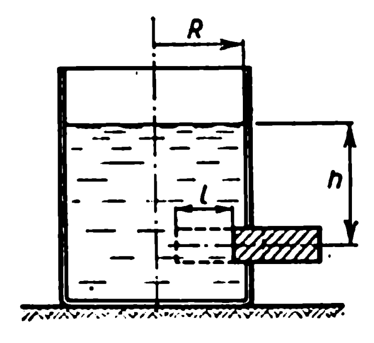
◇ **4.1.17*.** Dans une cloche hémisphérique dont les bords adhèrent bien à la surface d'une table on verse un liquide par un orifice de haut. Lorsque le liquide atteint l'orifice, il commence à soulever la cloche et à s'écouler par en dessous. Trouver la masse de la cloche en sachant que son rayon intérieur est égal à R et la masse volumique du liquide est égale à ρ.

4.1.18. Démontrer que dans deux vases communicants un liquide se trouvant dans le champ de pesanteur possède une énergie potentielle minimale lorsque les niveaux du liquide dans les deux vases se trouvent à une même hauteur.

◇ **4.1.19*.** Un orifice fermé par un bouchon est pratiqué dans la paroi latérale d'un récipient cylindrique de rayon R partiellement



Pour le problème 4.1.17



Pour le problème 4.1.19

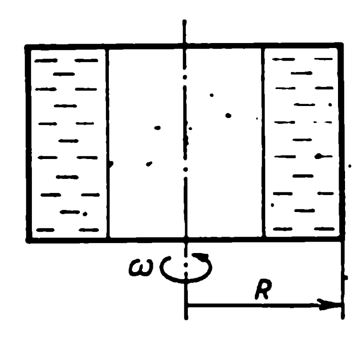
rempli de liquide de masse volumique ρ. Quel travail faut-il effectuer pour enfoncer le bouchon sur une longueur l? Le bouchon a la forme d'un cylindre de rayon r. Le centre de l'orifice se trouve à une profondeur h. Le récipient est assez haut pour que le liquide ne déborde pas. On négligera les frottements.

4.1.20*. Trouver la pression à une distance r du centre d'une planète liquide de rayon R si ce liquide a une masse volumique ρ. Quelle est la pression au centre de la planète? La constante de la gravitation est γ.

4.1.21. Une bulle de gaz se trouve dans un récipient rempli de liquide. Le champ de pesanteur est absent. Le récipient commence à se déplacer avec une accélération constante. Vers où commence à se déplacer la bulle?

4.1.22. Sous quel angle par rapport à l'horizontale se trouvera disposer la surface d'un liquide contenu dans un récipient qui glisse sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale, si le coefficient de frottement est égal à μ?

◇ **4.1.23***. Un cylindre fermé de rayon R, rempli aux trois quarts de son volume d'un liquide de masse volumique ρ, tourne dans l'ape-



Pour le problème 4.1.23

santeur avec le liquide à une vitesse angulaire ω autour de son axe. Comment varie la pression dans le liquide en fonction de la distance aux parois du cylindre?

4.1.24. Trouver la forme que prend la surface d'un liquide dans un godet cylindrique disposé verticalement qui tourne avec ce liquide autour de son axe à une vitesse angulaire ω.

§ 4.2. Flottaison. Loi d'Archimède

4.2.1. Déterminer la pression d'un liquide sur la surface inférieure d'une rondelle flottante de section S et de masse m si la pression atmosphérique est égale à P_0.

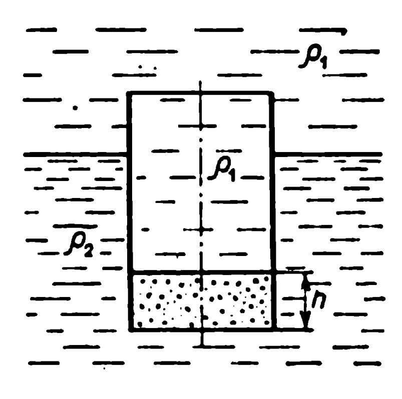
◇ **4.2.2**. Une rondelle de masse volumique ρ flotte à la surface de séparation de deux liquides de masses volumiques ρ_1 et ρ_2 ($\rho_1 < \rho < \rho_2$). La hauteur de la rondelle est H. Déterminer la profondeur de son immersion dans le second liquide.

◇ **4.2.3**. Un godet à parois minces de masse m flotte verticalement à la surface de séparation de deux liquides de masses volumiques ρ_1 et ρ_2. Déterminer la profondeur d'immersion du godet dans le

liquide inférieur si le fond du godet a une épaisseur h et une aire S et si le godet lui-même est rempli d'un liquide de masse volumique ρ_1.



Pour le problème 4.2.2



Pour le problème 4.2.3

4.2.4*. Un parallélépipède rectangle fait en un matériau de masse volumique ρ flotte dans un liquide de masse volumique ρ_0. La hauteur du parallélépipède est b, la largeur et la longueur sont égales à a. Pour quel rapport entre a et b sa position est-elle stable?

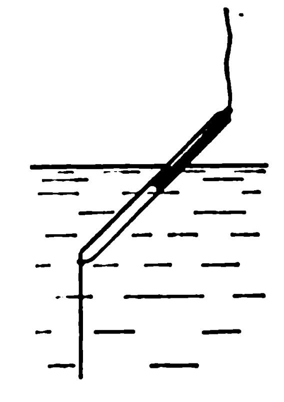
4.2.5. Un cube de bois d'une arête de 0,5 m flotte dans un lac en étant immergé dans l'eau aux deux tiers de son volume. Quel travail minimal faut-il effectuer pour l'immerger complètement dans l'eau?

4.2.6. Dans l'eau un morceau de fer pèse 9,8 N. Déterminer son volume. La masse volumique du fer est égale à $7{,}8\cdot10^3$ kg/m³.

4.2.7. Dans l'eau un corps pèse trois fois moins que dans l'air. Quelle est la masse volumique du corps?

4.2.8. Deux charges de même masse sont suspendues au fléau d'une balance. Si l'une des charges est placée dans un liquide de masse volumique ρ_1 et l'autre dans un liquide de masse volumique ρ_2, l'équilibre se conserve. Trouver le rapport des masses volumiques des deux charges.

4.2.9*. Un liquide de masse volumique ρ est versé dans des vases communicants de diamètres d_1 et d_2. De combien s'élève le niveau du liquide dans les deux vases si on met dans l'un des vases un corps de masse m constitué d'un matériau dont la masse volumique est inférieure à ρ?



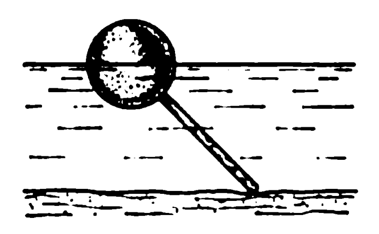
Pour le problème 4.2.10

◇ **4.2.10.** Déterminer la force de tension du fil inférieur près du flotteur représenté sur le dessin si ce flotteur est immergé aux deux tiers de sa longueur dans l'eau. La masse du flotteur est égale à 2g.

◇ **4.2.11.** Quelle force exerce un bâton lourd sur la fond d'un bassin si une bille creuse de rayon r rigidement liée à ce bâton est à moitié

immergée dans l'eau. La masse volumique du liquide est ρ, la longueur du bâton est l.

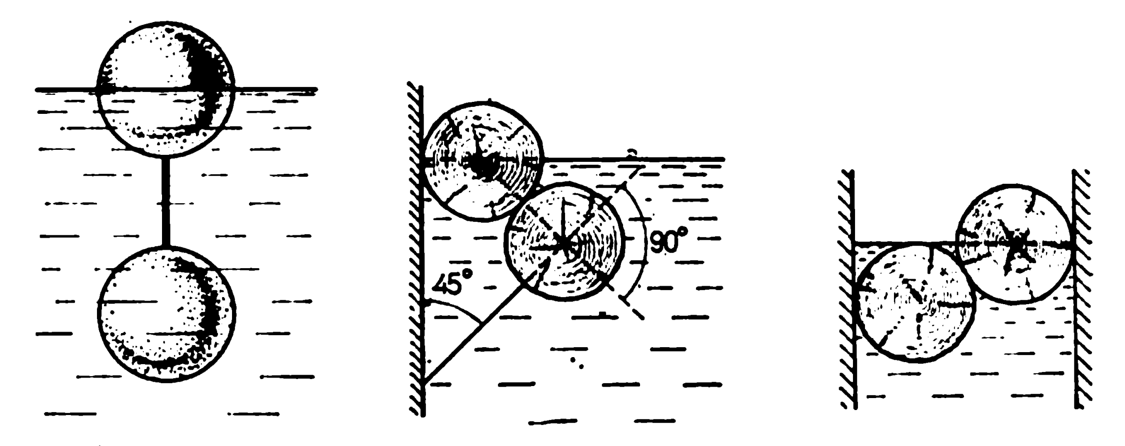
◇ **4.2.12.** Déterminer la force de tension d'un fil qui lie deux billes, chacune d'un volume de 10 cm³, si la bille supérieure flotte



Pour le problème 4.2.11

à moitié immergée dans l'eau. La bille inférieure est trois fois plus lourde que la bille supérieure.

◇ **4.2.13.** Deux rondins identiques sont disposés dans l'eau, comme cela est représenté sur le dessin. Le rondin inférieur est attaché à un



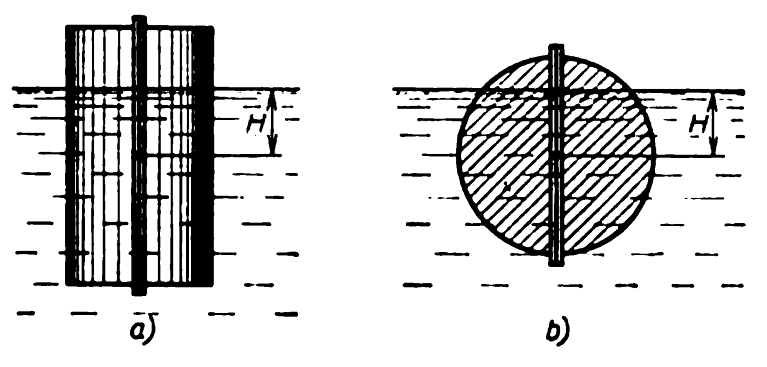
Pour le problème 4.2.12 Pour le problème 4.2.13 Pour le problème 4.2.14

mur vertical par des câbles faisant avec lui un angle de 45°. Le rondin supérieur est à moitié immergé dans l'eau. Déterminer la masse volumique du bois.

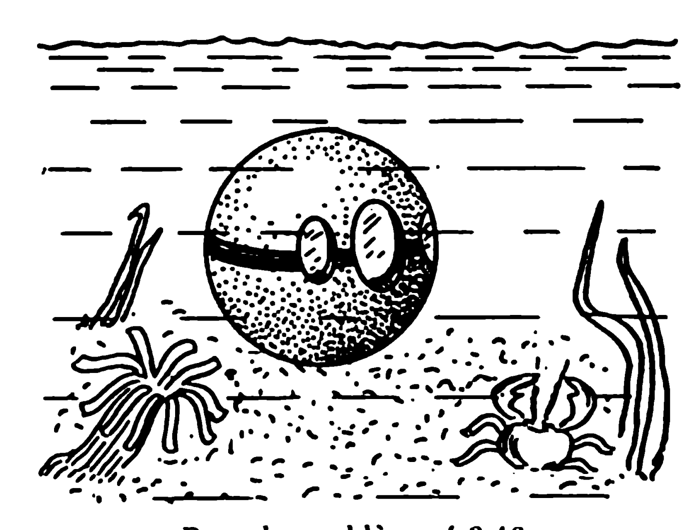
◇ **4.2.14.** Déterminer la force de pression de rondins de masse m sur les parois d'un canal. Le rondin supérieur est à moitié immergé dans l'eau et le rondin inférieur touche, par sa partie supérieure, la surface de l'eau. Les rondins sont identiques.

◇ **4.2.15*.** Comment varie la force serrant l'un contre l'autre deux demi-cylindres identiques d'un bathyscaphe flottant en fonction de la profondeur de son immersion H si celui-ci flotte à la surface d'un liquide, comme c'est représenté sur les dessins *a*) et *b*) ? Le rayon du bathyscaphe est R, sa longueur est L, la masse volumique du liquide est ρ.

◇ 4.2.16*. Démontrer que la force avec laquelle se serrent l'une contre l'autre les deux moitiés d'un bathyscaphe sphérique flottant



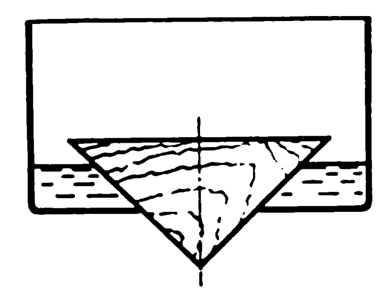
Pour le problème 4.2.15



Pour le problème 4.2.16

ne dépend pas de l'inclinaison du plan de contact des hémisphères de ce bathyscaphe, si ce dernier est complètement immergé dans l'eau.

◇ 4.2.17. Un bouchon conique d'une hauteur de 10 cm et d'un angle au sommet de 90° ferme l'orifice d'un rayon de 5 cm d'un

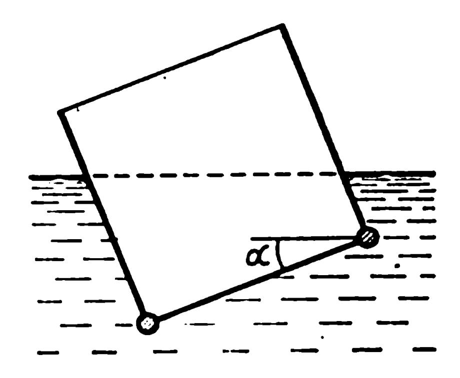


Pour le problème 4.2.17

récipient. Quelle doit être la masse de ce bouchon pour qu'il n'émerge pas lors du changement du niveau d'eau dans le récipient ?

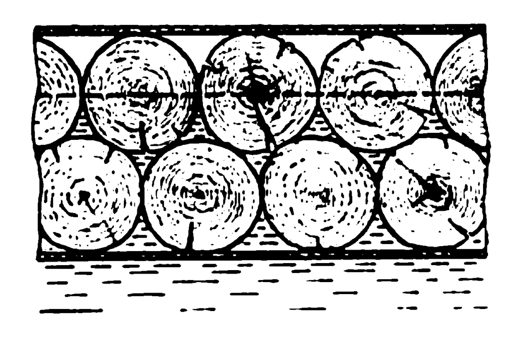
4.2.18*. Résoudre le problème 4.2.17 à condition que l'orifice de rayon r soit fermé par une boule de rayon R et que la masse volumique du liquide soit égale à ρ.

◇ **4.2.19*.** L'inclinaison d'une boîte cubique à moitié immergée dans un liquide est égale à α. Déterminer la masse de chacune des





Pour le problème 4.2.19

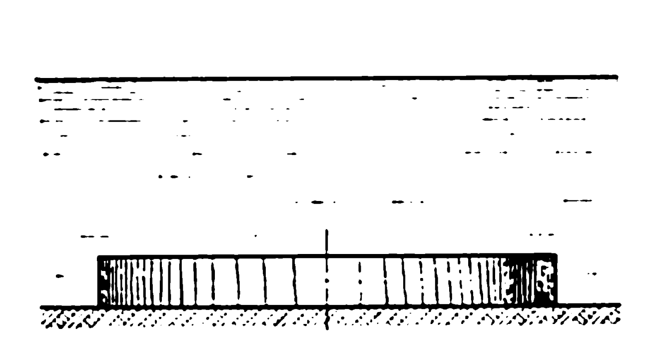


Pour le problème 4.2.20

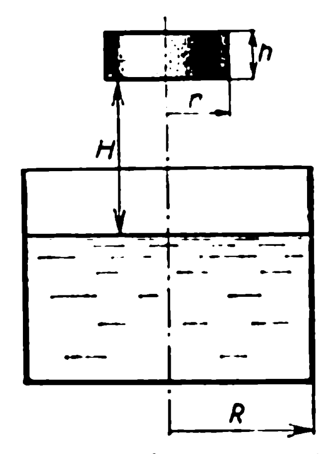
deux arêtes opposées de la boîte. On négligera la masse des autres parties de la boîte. La masse volumique du liquide est ρ, la longueur des arêtes de la boîte est a.

◇ **4.2.20*.** Déterminer la force de tension minimale de deux câbles qui lient entre elles deux couches de rondins formant ainsi un large radeau. La masse de chaque rondin est m. La couche supérieure des rondins est à moitié immergée dans l'eau.

◇ **4.2.21.** a. Un cylindre de bois d'un rayon de 1 m et d'une hauteur de 0,2 m immergé dans un bassin remonte à la surface depuis



Pour le problème 4.2.21a



Pour le problème 4.2.21b

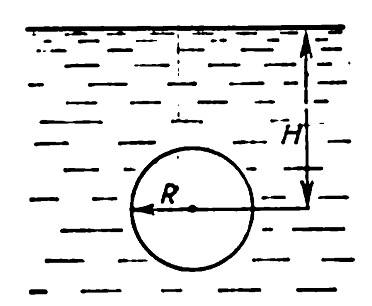
une profondeur de 1 m. La masse volumique du bois est égale à $0{,}8\cdot10^3$ kg/m³. Quelle quantité de chaleur est dégagée jusqu'au moment où les mouvements de l'eau et du cylindre cessent?

◇ b*. Un bouchon cylindrique de rayon r et de hauteur h tombe dans un cylindre de rayon R partiellement rempli de liquide. La

hauteur initiale de la surface inférieure du bouchon au-dessus du niveau du liquide est égale à H, la vitesse initiale est nulle. Quelle quantité de chaleur est dégagée jusqu'au moment où se terminent les mouvements du liquide et du bouchon? La masse volumique du bouchon est ρ, celle du liquide $\rho_0 > \rho$.

◇ **4.2.22.** Quelle quantité de chaleur se dégage dans un réservoir lorsque dans celui-ci émerge une bulle d'air de rayon $R = 0{,}1$ m se trouvant à une profondeur $H = 10$ m?

4.2.23. Quel travail minimal faut-il effectuer pour lever du fond de la mer une bathysphère d'un rayon de 2 m et d'une masse de



Pour le problème 4.2.22

35 t et l'embarquer sur un navire? La profondeur de la mer est égale à 100 m, la hauteur du bord du navire à 3 m, la masse volumique de l'eau de mer à 1,02 kg/m³.

4.2.24*. Un vaisseau spatial cylindrique de rayon R tourne autour de son axe à une vitesse angulaire ω. Une piscine de profondeur H se trouve dans le vaisseau dont la paroi latérale lui sert de fond.

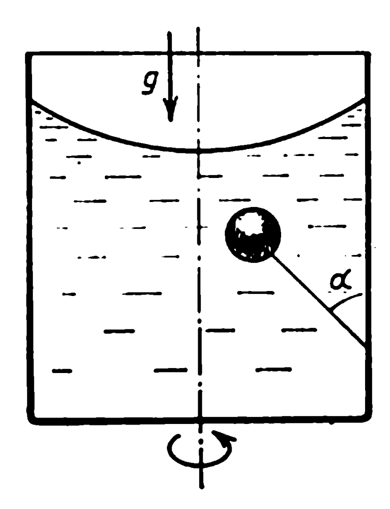
a. Un astronaute peut-il nager dans cette piscine? Décrire la particularité de cette piscine spatiale. Déterminer la masse volumique d'un petit bâton de longueur $l < H$ qui flotte dedans, si sa partie supérieure, de longueur Δ, émerge de l'eau.

b. Dans cette piscine on peut observer le phénomène intéressant suivant: deux boules de masses volumiques différentes, liées par un fil, se déplacent en fonction de la profondeur, soit vers la surface libre, soit vers une des parois du vaisseau, si la masse volumique d'une des boules est plus grande et celle de l'autre plus petite que la masse volumique de l'eau. Expliquer ce phénomène.

4.2.25*. Un récipient cylindrique de rayon R rempli d'un liquide de masse volumique ρ tourne autour de son axe à une vitesse angulaire ω. Dans ce récipient il y a une bille de rayon r et de masse volumique 2ρ. Trouver la force avec laquelle la bille exerce une pression sur la paroi latérale du récipient.

◇ **4.2.26.** Un récipient cylindrique vertical de rayon R partiellement rempli de liquide tourne, avec celui-ci, autour de son axe.

Un ballon d'air de rayon r est attaché à la paroi latérale du récipient par un fil de longueur l; pendant la rotation le fil fait avec la paroi un angle α. Déterminer la vitesse angulaire de rotation du récipient.



Pour le problème 4.2.26

4.2.27. Une molécule de liquide se compose de deux groupes d'atomes faiblement liés entre eux. Le volume de ces groupes est identique, leurs masses sont égales à m_1 et m_2. Lorsque le liquide est mis en rotation à une vitesse angulaire supérieure à ω dans une centrifugeuse de rayon R, les molécules commencent à se décomposer. Evaluer la force de liaison des groupes d'atomes dans la molécule.

§ 4.3. Mouvement d'un fluide parfait

4.3.1. La station de pompage d'une ville maintient une pression de 5 atm dans les conduites d'eau au niveau des rez-de-chaussée. Déterminer (en négligeant les frottements lors de l'écoulement du liquide) la vitesse d'un jet d'eau qui s'écoule d'un robinet au rez-de-chaussée, au premier et au deuxième étage si ceux des étages suivants se trouvent à 4 m de distance de ceux des étages précédents. A quel étage l'eau ne monte-t-elle déjà plus dans les conduites d'eau?

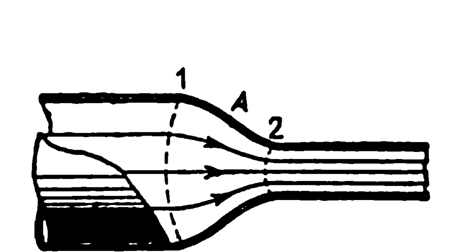
4.3.2. Un récipient contenant de l'eau est suspendu au plafond. La hauteur de l'eau dans le récipient est h. De combien varie la force de tension de la suspension si dans le fond du récipient on ouvre un petit orifice d'où s'écoule un jet de section S? La masse volumique de l'eau est ρ.

4.3.3. Une pompe doit amener un volume d'eau V par seconde à une hauteur h dans une conduite de section constante S. Quelle doit être la puissance de la pompe ? La masse volumique de l'eau est ρ.

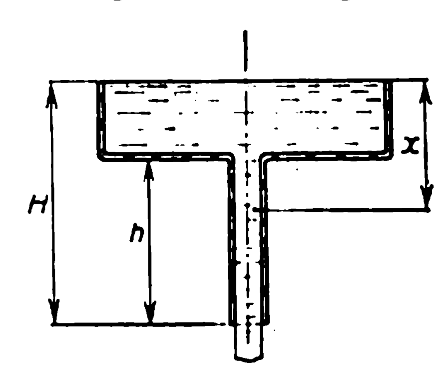
◇ 4.3.4. a. Le courant stationnaire d'un liquide se déplace dans une conduite de section variable et exerce une pression sur une

partie de conduite A disposée entre les sections *1* et *2* qui, selon la troisième loi de Newton, exerce elle-même une pression sur le liquide mais dans le sens opposé. Par conséquent, la force exercée sur le liquide par cette partie est dirigée dans le sens contraire du mouvement du liquide. Pourquoi le liquide se trouvant dans la région à droite de la section *2* est-il animé d'une vitesse plus grande que dans la région située à gauche de la section *1*?

b. Quelle force est exercée sur le liquide par la partie de conduite A ? Les aires des sections *1* et *2* sont respectivement égales à S_1



Pour le problème 4.3.4



Pour le problème 4.3.5

et S_2. La masse volumique du liquide est ρ. Dans la région située à droite de la section *2* la vitesse du liquide est égale à v et la pression y est nulle.

◇ **4.3.5.** Un liquide de masse volumique ρ s'écoule d'un large récipient à travers un étroit tube cylindrique dans son fond. Comment sont distribuées, suivant la verticale, la pression et la vitesse du liquide dans le récipient et dans le tube? La pression de l'air est P_0.

4.3.6. Un liquide de masse volumique ρ se déplace à une vitesse v dans un tube de section droite S recourbé sous un angle droit. Avec quelle force le liquide agit-il sur le tube si sa pression à la sortie de celui-ci est P? On négligera la force de pesanteur.

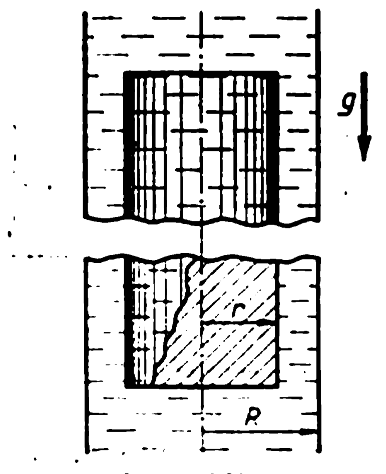
4.3.7. La pompe est un cylindre disposé de façon horizontale et muni d'un piston d'aire S et d'un orifice de sortie d'aire s situé sur l'axe du cylindre. Déterminer la vitesse d'écoulement d'un jet de liquide à partir de la pompe si le piston se déplace sous l'action d'une force F à une vitesse constante. La masse volumique du liquide est ρ.

4.3.8. Un large cours d'eau s'écoule sur un long plan incliné. A une distance l suivant le cours d'eau sa profondeur diminue de deux fois. A quelle distance cette profondeur diminue-t-elle de quatre fois?

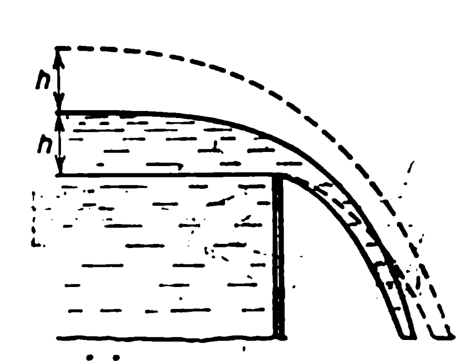
4.3.9. Une plaque de masse m est maintenue sur place en position horizontale grâce à N jets d'un liquide de masse volumique ρ

projetés verticalement vers le haut. L'aire de chaque orifice est S. La vitesse du liquide à la sortie des orifices est v. A quelle hauteur au-dessus des orifices est retenue la plaque si, en atteignant celle-ci, le liquide se disperse dans le plan horizontal?

◇ **4.3.10*.** Avec quelle accélération se déplace un long corps cylindrique de masse volumique ρ et de rayon r le long de l'axe d'un haut récipient cylindrique vertical de rayon R rempli d'un



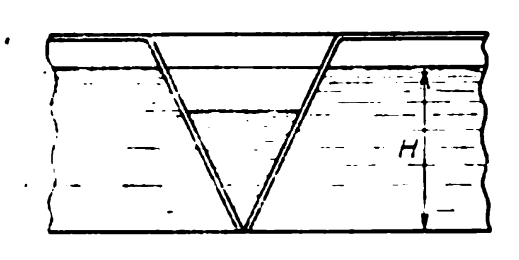
Pour le problème 4.3.10



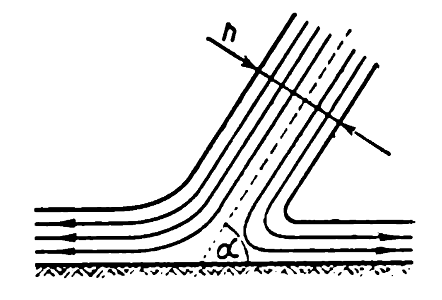
Pour le problème 4.3.11

liquide de masse volumique ρ_0? Quelle est la différence de pression sur les bases supérieure et inférieure du corps si sa longueur est égale à h?

◇ **4.3.11*.** De combien de fois augmente l'évacuation d'eau au-dessus d'un large barrage si la hauteur du niveau d'eau au-dessus du bord augmente de deux fois?



Pour le problème 4.3.12



Pour le problème 4.3.13

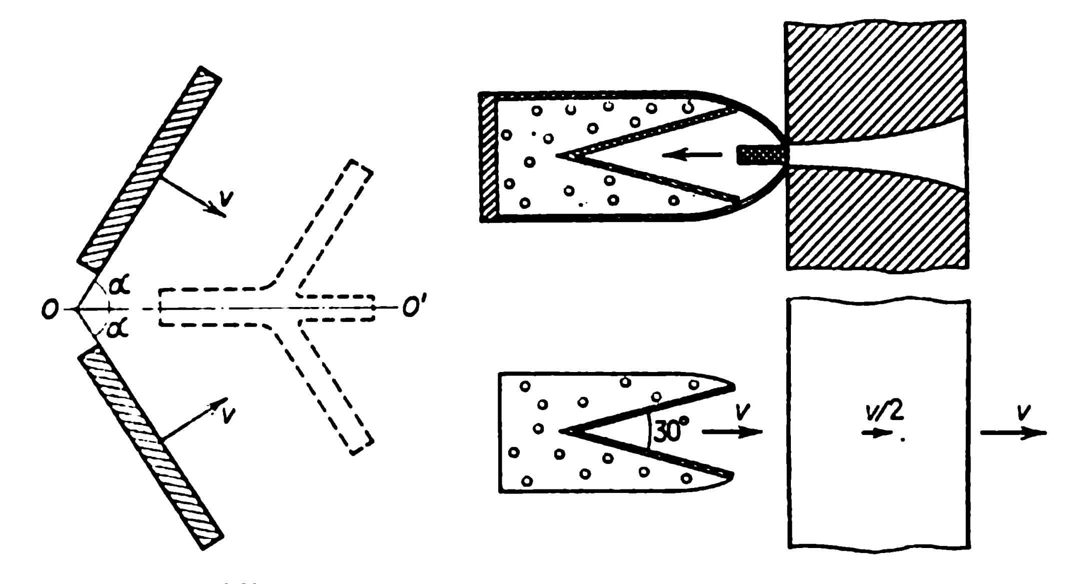
◇ **4.3.12*.** De l'eau s'écoule d'un large récipient par une entaille triangulaire pratiquée dans la paroi. De combien de fois diminue la vitesse d'abaissement du niveau d'eau lorsque la hauteur de celui-ci varie de H à h?

◇ **4.3.13.** Une large veine liquide d'épaisseur h tombe sur un plan sous un angle α à une vitesse v. En quels jets se décompose la veine incidente?

◇ **4.3.14*.** Deux larges plaques métalliques font un angle 2α entre elles et se déplacent à une vitesse v suivant la normale à leur surface. Trouver la vitesse des jets qui sont apparus lors de la collision des plaques en considérant le mouvement du métal comme mouvement d'un fluide parfait.

4.3.15*. Déterminer la forme que prend un jet stationnaire après la collision de deux jets de rayons R et r qui se déplacent l'un à la rencontre de l'autre à la même vitesse.

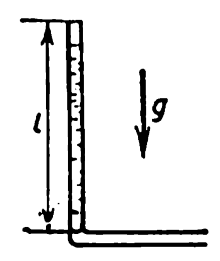
◇ **4.3.16*.** « ...En 1941 les Allemands ont inventé un obus antichar à charge creuse. Un détonateur se trouve sur le cône de l'obus.



Pour le problème 4.3.14 Pour le problème 4.3.16

Lors du choc il provoque une détonation et enflamme toute la charge. L'obus perce le blindage de part en part. En 1944 ces obus se sont retrouvés entre nos mains et celles de nos alliés. On a procédé à de larges expériences. On en a alors découvert les effets et les paradoxes supplémentaires. On a commencé à comprendre quels en étaient les éléments qui volaient et quels en étaient les autres qui perforaient. On avait d'abord supposé qu'il s'agissait d'un obus qui brûlait le blindage, que celui-ci était perforé par un jet de gaz chaud. Non, il s'est ensuite avéré que c'était le métal qui volait et ceci de la façon la plus inexplicable : devant la plaque à une vitesse de 8 km/s, à l'intérieur de la plaque à 4 km/s, derrière la plaque de nouveau à 8 km/s» (extrait du discours inaugural du président de la Section Sibérienne de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., l'académicien M. Lavrentiev, devant les étudiants de l'Ecole physico-mathématique d'été en 1971). Expliquer ce phénomène. Déterminer à quelle vitesse se déplace la paroi d'une cavité conique métallique recouvrant une charge si l'angle au sommet de la cavité est égal à 30°.

◇ **4.3.17*.** A une date initiale un liquide occupe une partie verticale de longueur l dans un tube fin en L. La masse volumique du liquide est égale à ρ. Trouver comment varie en fonction du temps la



Pour le problème 4.3.17

hauteur de son niveau. Trouver la distribution de la presion au moment où la hauteur de la colonne de liquide a diminué de moitié.

4.3.18*. De l'eau s'écoule de l'orifice pratiqué dans le fond d'un haut récipient. La section du récipient est S, la section du jet est s. Le niveau d'eau dans le récipient se déplace avec une accélération constante. Trouver cette accélération.

4.3.19. Un cylindre muni d'un piston contient de l'eau à l'intérieur de laquelle, à une date initiale, il y a une cavité de volume V. Le piston exerce sur l'eau une pression constante P. Quelle énergie acquiert l'eau au moment où la cavité disparaît?

4.3.20*. Une cavité sphérique de rayon R se forme dans un liquide de masse volumique ρ. La pression dans le liquide est P. Déterminer la vitesse de la frontière de la cavité au moment où son rayon diminue jusqu'à la valeur r.

4.3.21*. Evaluer la vitesse de l'arête de l'hélice d'une vedette à partir de laquelle on voit apparaître une cavité dans l'eau.

§ 4.4. Ecoulement d'un liquide visqueux

4.4.1. Un espace entre deux plans parallèles est rempli d'un liquide de viscosité η. Un des plans se déplace à une vitesse v_0, l'autre est au repos. Trouver la distribution de la vitesse du liquide entre deux plans et la force de frottement visqueux qui agit sur l'unité d'aire de chacun des plans. La distance entre les plans est h.

4.4.2. Trouver la distribution de la vitesse d'un liquide dont l'écoulement entre deux plans est permanent. La distance entre les plans est h, la viscosité du liquide η. Trouver le débit de liquide par unité de largeur de l'écoulement si la différence de pression par unité de longueur de l'écoulement (dans le sens du mouvement du liquide) est égale à P.

4.4.3*. a. Déterminer le débit de liquide par unité de largeur du courant qui s'écoule sur un plan incliné d'un angle α sur l'hori-

zontale. La viscosité et la masse volumique du liquide sont respectivement égales à η et ρ. L'épaisseur du courant est h.

b. Evaluer l'inclinaison du lit d'un canal d'une profondeur de 2 m dans lequel la vitesse moyenne de l'eau est égale à 1 m/s. La viscosité de l'eau est égale à 10^{-3} N·s/m².

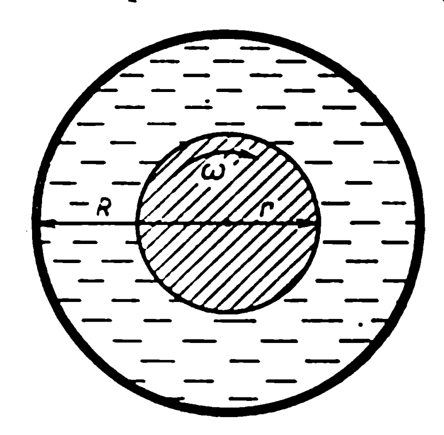
4.4.4*. Déterminer la vitesse uniforme d'une rondelle de masse m et de rayon R qui se déplace sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale dans le cas où entre la rondelle et le plan il y a une couche de graisse d'épaisseur Δ et de viscosité η.

4.4.5. Un liquide est transféré d'un récipient à un autre par un long tube de rayon R et de longueur l. La différence de pression aux extrémités du tube est P, la viscosité du liquide est η. Déterminer en fonction de la distance à la paroi du tube a) le gradient de vitesse du liquide; b*) la vitesse du liquide. Déterminer le volume de liquide qui s'écoule par ce tube dans une unité de temps.

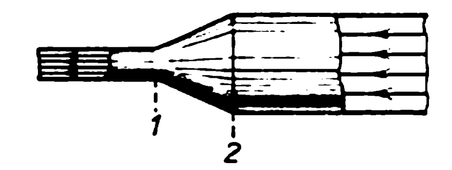
4.4.6. A partir d'un mince tube disposé verticalement et rempli d'un liquide visqueux, une moitié de celui-ci s'écoule au bout d'un temps T. Au bout de combien de temps s'écoule la partie de liquide qui reste?

4.4.7*. Un mince tube cylindrique de longueur l et de diamètre d est entièrement rempli d'un liquide de masse volumique ρ et de viscosité η. Déterminer le temps d'écoulement du liquide à partir du tube si son axe est incliné d'un angle α sur l'horizontale.

◇ **4.4.8.** Un espace entre un arbre de rayon r tournant autour de son axe et un tube immobile de rayon R, coaxial à l'arbre, est rempli d'un liquide de viscosité η. Le moment des forces qui agissent sur




Pour le problème 4.4.8



Pour le problème 4.4.9

l'unité de longueur de l'arbre est égal à M. Déterminer en fonction de la distance à l'axe de l'arbre: a) le gradient de vitesse angulaire du liquide et b*) la vitesse angulaire du liquide, ainsi que la vitesse angulaire de l'arbre.

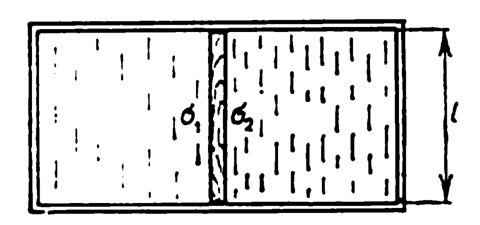
◇ **4.4.9.** L'écoulement stationnaire d'un liquide visqueux est maintenu dans un tuyau de section variable. Dans les sections *1* et *2*

la vitesse peut être considérée comme constante suivant la section. Les aires des sections *1* et *2* sont respectivement égales à S_1 et S_2 et les pressions du liquide y sont respectivement P_1 et P_2. La vitesse d'écoulement du liquide dans la section *1* est égale à v_1. Trouver la force avec laquelle le liquide agit sur la partie du tuyau comprise entre les sections *1* et *2*.

§ 4.5. Tension superficielle d'un liquide

4.5.1. Qu'appelle-t-on tension superficielle? Donner des exemples de manifestation des forces de tension superficielle.

4.5.2. Pourquoi dans la cabine d'un vaisseau spatial l'eau est-elle « suspendue » dans l'air sous forme de sphère? Plus les gouttes

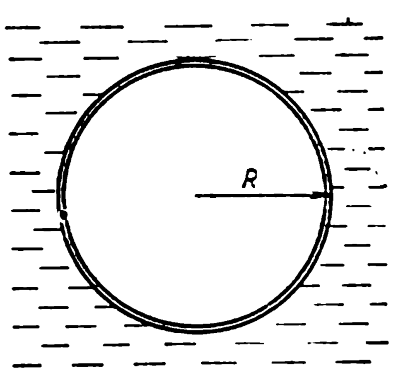


Pour le problème 4.5.4

de mercure sur un plancher sont petites, plus leur forme ressemble à une sphère. Pourquoi?

4.5.3. Evaluer la dimension maximale des gouttes d'eau qui peuvent être suspendues à un plancher. La tension superficielle de l'eau est égale à 0,073 N/m.

◇ 4.5.4. Des pellicules de deux liquides sont séparées par une lame de longueur l. Les tensions superficielles des liquides sont respective-



Pour le problème 4.5.5

ment égales à σ_1 et σ_2. Quelle force est exercée par les liquides sur la lame?

◇ 4.5.5. Trouver la tension superficielle d'un liquide si une boucle

en fil de caoutchouc de longueur l et de rigidité k posée sur une pellicule de ce liquide s'étend suivant un cercle de rayon R après que la pellicule ait été transpercée à l'intérieur de la boucle.

4.5.6. a. Quel travail faut-il effectuer pour étendre un liquide de volume V avec une tension superficielle σ en une pellicule dont l'épaisseur est égale à $\Delta \ll \sqrt[3]{V}$?

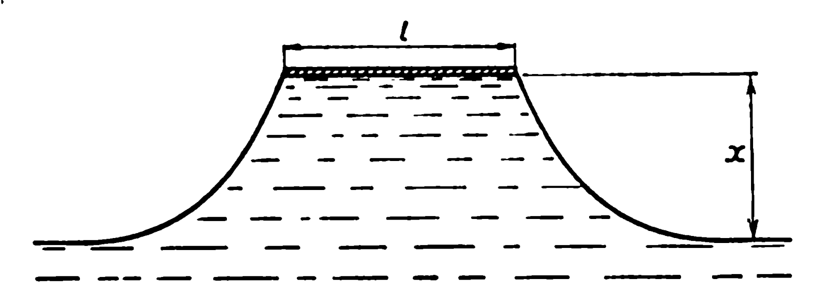
b*. Evaluer de combien de fois le travail d'extension de 1 g de mercure en une pellicule dont l'épaisseur est proche du diamètre de l'atome de mercure est inférieur à la chaleur de vaporisation massique du mercure qui est égale à 290 J/g. La tension superficielle et la masse volumique du mercure sont respectivement égales à 0,465 N/m et 13,6 g/cm^3.

4.5.7. Un cube en fer enduit de paraffine flotte sur de l'eau de façon que sa face supérieure se trouve au niveau d'eau. L'eau ne mouille pas la paraffine. Trouver la longueur de l'arête du cube.

4.5.8. Une rondelle de rayon r et de hauteur $2h$ non mouillable par un liquide flotte à la surface du liquide, immergée à une profondeur h. La masse volumique du liquide et de la rondelle est égale à ρ. La surface du liquide est en contact avec la surface latérale de la rondelle. Déterminer la tension superficielle du liquide.

4.5.9. Evaluer quelle doit être l'accélération de la pesanteur sur une planète pour qu'un homme ayant des chaussures à semelles non mouillables par l'eau puisse y marcher sur l'eau.

◊ **4.5.10*.** Une longue plaque de largeur l est mise en contact avec la surface d'un liquide. Puis on commence à la relever. Com-



Pour le problème 4.5.10

ment varie la force qui agit sur l'unité de longueur de la plaque en fonction de la hauteur d'élévation x? La masse volumique du liquide est ρ, sa tension superficielle σ. La masse de l'unité de longueur de la plaque est m.

4.5.11. Une plaque grande et mince ne coule pas si on la met avec précaution sur une surface d'eau. Déterminer la masse maximale de l'unité de son aire. La plaque n'est pas mouillable par l'eau.

◊ **4.5.12.** a. La somme des forces qui agissent sur le volume de liquide représenté sur le dessin est égale à zéro. En se servant de

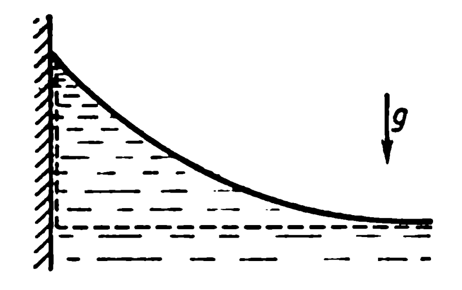
cela, déterminer la hauteur à laquelle monte le liquide sur une paroi verticale. L'angle de raccordement est θ. La tension superficielle et la masse volumique du liquide sont respectivement égales à σ et ρ.

b. A quelle hauteur monte l'eau sur la paroi verticale qu'elle mouille parfaitement?

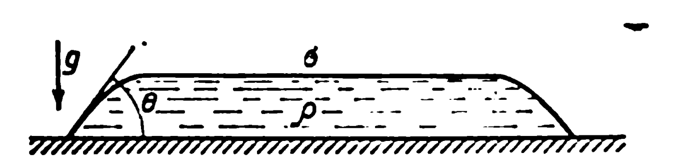
◇ **4.5.13.** a. Déterminer l'épaisseur de la couche d'un liquide répandu sur un plan horizontal. L'angle de mouillage est θ, la masse volumique du liquide ρ et la tension superficielle σ.

b. Déterminer l'épaisseur d'une couche de l'eau répandue sur un plan horizontal recouvert de paraffine.

4.5.14*. a. Une grande partie d'un liquide est recouverte d'une couche d'huile. La tension superficielle et la masse volumique du



Pour le problème 4.5.12



Pour le problème 4.5.13

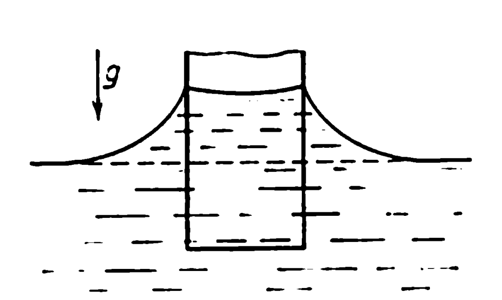
liquide sont respectivement σ_l et ρ_l, la tension superficielle et la masse volumique de l'huile sont σ_h et ρ_h, la tension superficielle de la frontière liquide-huile est $\sigma_{l.h}$. Déterminer l'épaisseur de la couche d'huile.

b. En 1977 le tanker « Argo-Merchant » d'un déplacement de 28 691 t heurta un récif, se cassa en deux en déversant la charge totale de son pétrole dans la mer. Des taches noires de pétrole se sont répandues sur des milliers de milles carrés. Déterminer l'aire totale de ces taches. La tension superficielle du pétrole est égale à 0,03 N/m, la masse volumique du pétrole à $0{,}8\cdot10^3$ kg/m^3, le pétrole n'est pas mouillable par l'eau. On admettra que la masse du pétrole est égale à 0,8 du déplacement du tanker.

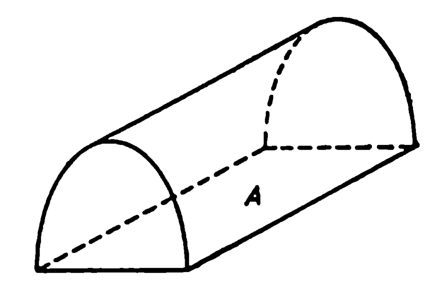
◇ **4.5.15*.** Démontrer que le volume de liquide qui s'élève au-dessus de son niveau général (sur le dessin ce volume est séparé par un trait interrompu) ne dépend que du périmètre de la section droite d'un bâton immergé dans ce liquide et ne dépend pas de la forme de cette section.

◇ **4.5.16.** a. Démontrer que la pression d'un liquide au-dessous de sa surface cylindrique de rayon R est égale à σ/R (σ est la tension superficielle du liquide). Pour le démontrer utiliser la condition d'équilibre du volume de liquide situé au-dessus du plan A.

b. Démontrer que la pression d'un liquide au-dessous de sa surface sphérique de rayon R est égale à $2\sigma/R$.

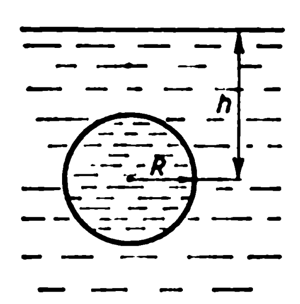


Pour le problème 4.5.15



Pour le problème 4.5.16

◇ **4.5.17.** Déterminer la pression maximale et minimale à l'intérieur d'une goutte sphérique liquide qui flotte dans un autre liquide. La distance entre le centre de la goutte et la surface du liquide est h,



Pour le problème 4.5.17

le rayon de la goutte R, la masse volumique des liquides ρ et la tension superficielle à la surface de séparation des liquides σ.

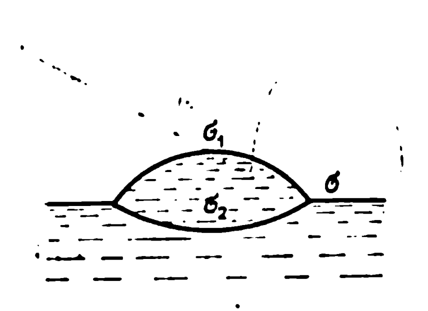
4.5.18. Un liquide mouille un mur vertical (voir le dessin pour le problème 4.5.12). Comment varie le rayon de courbure de la surface du liquide en fonction de la hauteur x à laquelle monte le liquide au-dessus de son niveau? La masse volumique du liquide est ρ, la tension superficielle σ.

4.5.19. Le rayon extérieur d'une bulle de savon est égal à R, l'épaisseur de sa paroi est égale à h. Trouver la pression de l'air à l'intérieur de la bulle. La pression de l'air en dehors de la bulle est égale à P_0, la tension superficielle de l'eau est σ.

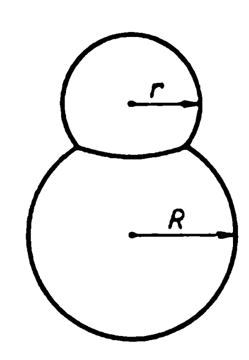
4.5.20. Evaluer combien d'eau on peut emporter dans un tamis. L'aire du tamis et celle de sa maille sont respectivement égales à 0,1 m^2 et 1 mm^2. Le tamis n'est pas mouillable par l'eau.

4.5.21*. Deux corps légers, mouillables ou non mouillables par l'eau, s'attirent l'un l'autre en flottant à la surface d'eau. Si l'un des deux est mouillable par l'eau et l'autre non, ils se repoussent. Expliquer ce phénomène.

◇ **4.5.22***. Une petite goutte de graisse flotte à la surface d'un liquide dont la tension superficielle est σ. La tension superficielle de la graisse à l'interface air-graisse est σ_1, à l'interface graisse-liquide σ_2. Déterminer l'épaisseur de la goutte si son rayon est égal à r.



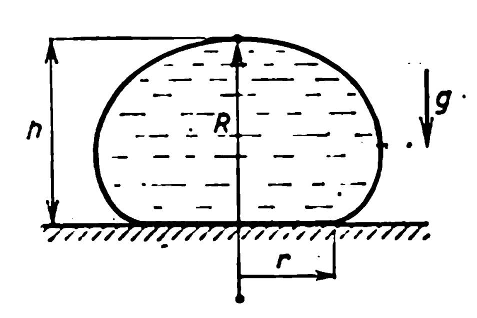
Pour le problème 4.5.22



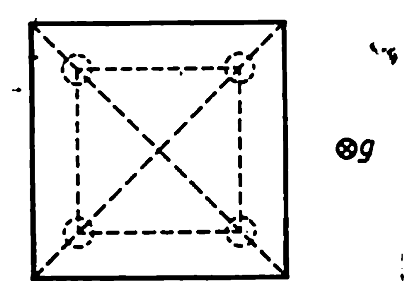
Pour le problème 4.5.23

◇ **4.5.23.** Une petite bulle de savon de rayon r se trouve posée sur une autre bulle de savon de rayon R. Quel est le rayon de courbure de la pellicule qui les sépare ? Quel angle font les pellicules aux endroits de contact ?

◇ **4.5.24***. Le rayon de courbure d'une goutte en son point supérieur est R. Quelle est sa masse si sa hauteur est h, le rayon de contact



Pour le problème 4.5.24



Pour le problème 4.5.25

de la goutte avec le plan horizontal sur lequel elle se trouve est égal à r ? La masse volumique du liquide est ρ, la tension superficielle σ, le plan n'est pas mouillable par le liquide.

◇ **4.5.25.** Sur quatre billes de mercure reposant sur un plan horizontal on pose avec précaution une plaque carrée comme le représente le dessin (vue de dessus). Le rayon des billes est égal à 1 mm, la masse de la plaque à 80 g, la tension superficielle du mercure à 0,465 N/m. Il n'y a pas de mouillage. A quelle distance du plan horizontal se trouve la surface inférieure de la plaque ?

4.5.26. Quel travail faut-il produire contre les forces de tension superficielle pour diviser une goutte sphérique de mercure d'un rayon de 3 mm en deux gouttes identiques ?

4.5.27*. Evaluer à quelle distance d'un robinet le rayon du filet d'eau diminue de 1,5 fois. La vitesse de l'eau s'écoulant du robinet est égale à 0,3 m/s, le rayon initial du filet d'eau à 2 mm.

§ 4.6. Effets capillaires

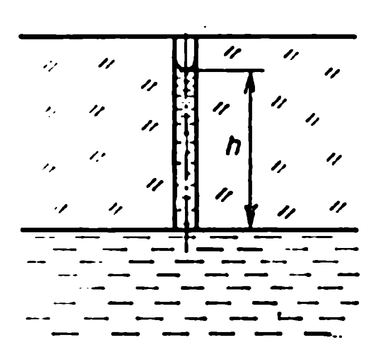
4.6.1. a. Pour ôter une tache de graisse de la surface d'un tissu il est recommandé de mouiller par un ouate imbibé d'essence les bords de la tache et non pas la tache elle-même. Pourquoi?

b. Pour que des bottines de ski s'impreignent mieux du cirage, comment faut-il les chauffer: de l'extérieur ou de l'intérieur?

4.6.2. Un tube capillaire de rayon R est immergé dans un liquide mouillant ayant une tension superficielle σ et une masse volumique ρ. Déterminer la hauteur à laquelle s'élève le liquide. Déterminer le travail produit par les forces de tension superficielle et l'énergie potentielle du liquide dans le tube capillaire. Pourquoi ces grandeurs ne coïncident-elles pas?

4.6.3. Déterminer le rayon maximal des tubes capillaires d'un bois à une hauteur de 10 m. Les tubes capillaires sont parfaitement mouillés par l'eau.

◇ **4.6.4*.** a. En utilisant le résultat du problème 4.4.5, déterminer le volume d'un liquide qui traverse par unité de temps un tube capillaire de rayon r lié au liquide si sa surface dans le tube capillaire se



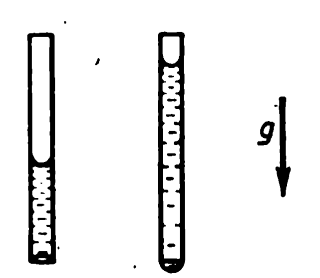
Pour le problème 4.6.4

trouve (par suite de l'évaporation) à une distance h de sa base. La viscosité du liquide est η, la tension superficielle σ, le liquide mouille parfaitement le tube capillaire. On négligera l'action de la force de pesanteur.

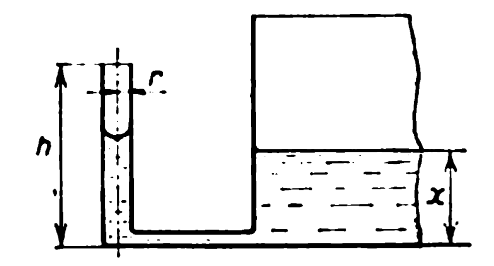
b. Evaluer le volume maximal de sang qui peut être amené aux tissus en 1 s par des tubes capillaires d'un rayon de 10 μm et d'une longueur de 1 mm, parfaitement mouillables par le sang, en sachant que le nombre de tubes capillaires est égal à 10^5, la viscosité du sang à $5 \cdot 10^{-3}$ N·s/m^2, la tension superficielle à $7 \cdot 10^{-2}$ N/m.

4.6.5. Quelle erreur relative commettons-nous en mesurant la pression atmosphérique d'après la hauteur de la colonne de mercure si le diamètre intérieur d'un tube barométrique, non mouillable par le mercure, est égal à 5 mm, la tension superficielle à 0,465 N/m et la masse volumique du mercure à 13,6 g/cm³?

◇ **4.6.6.** Des colonnes d'eau de longueurs de 2 et 4 cm se trouvent dans deux longs tubes capillaires ouverts des deux côtés et disposés



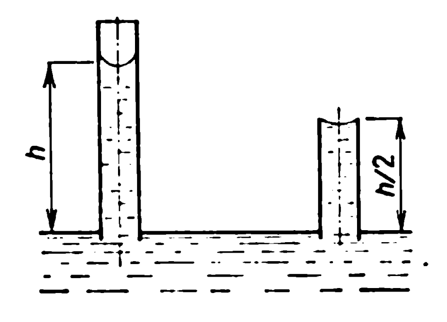

Pour le problème 4.6.6



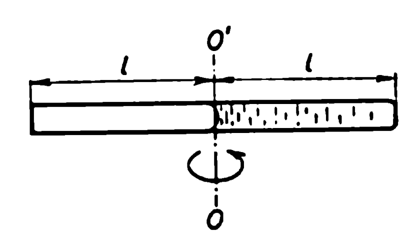
Pour le problème 4.6.7

verticalement. Trouver le rayon de courbure du ménisque inférieur dans chacun des tubes capillaires si leur diamètre intérieur est égal à 1 mm et si le mouillage est parfait.

◇ **4.6.7.** Un tube capillaire vertical de rayon r et de hauteur h est lié à un large récipient par un tube au niveau du fond du récipient. Comment varie la différence de niveau du liquide dans le récipient et dans le tube capillaire en fonction de la hauteur x de son niveau dans le récipient? Pour quelle valeur de x le liquide commence-t-il



Pour le problème 4.6.8



Pour le problème 4.6.9

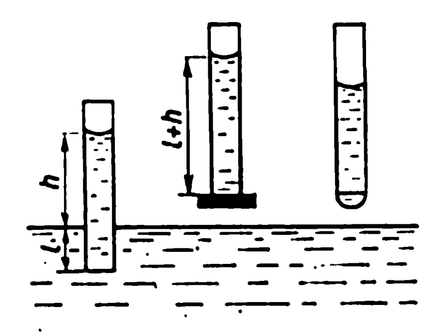
à se déverser du tube capillaire? La tension superficielle du liquide est σ, sa masse volumique est ρ. Le liquide mouille parfaitement le tube capillaire.

◇ **4.6.8.** Dans un long tube capillaire un liquide monte à une hauteur h. Déterminer le rayon de courbure du ménisque dans un tube capillaire court dont la longueur est $h/2$. Le rayon des deux tubes capillaires est r, l'angle de raccordement θ.

◇ **4.6.9*.** Un tube capillaire rempli à moitié d'un liquide tourne autour de l'axe OO'. La longueur du tube capillaire est $2l$, son

rayon r. La masse volumique du liquide est ρ et la tension superficielle σ. Le liquide mouille complètement le tube capillaire. A quelle vitesse angulaire du tube capillaire le liquide commence-t-il à s'en écouler?

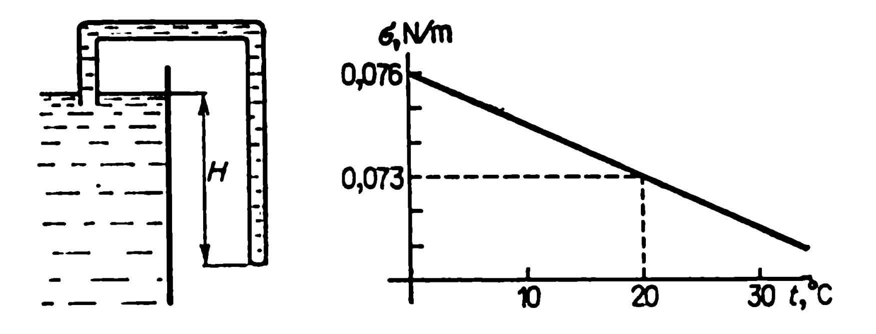
◇ **4.6.10.** Dans un tube capillaire plongé verticalement dans l'eau à une profondeur l l'eau monte à une hauteur h. On ferme l'extrémité



Pour le problème 4.6.10

inférieure du tube capillaire, on le retire de l'eau et on l'ouvre à nouveau. Déterminer la longueur de la colonne d'eau qui reste dans le tube capillaire si le mouillage est parfait.

◇ **4.6.11*.** On met un tube capillaire en verre courbé de rayon $r = 0{,}1$ mm dans un récipient rempli d'eau dont on fait varier la



Pour le problème 4.6.11

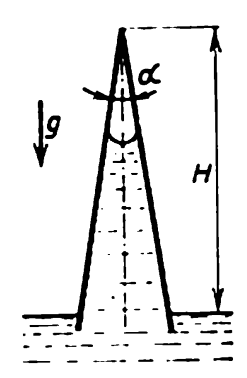
température. Le graphique de variation de la tension superficielle en fonction de la température est représenté sur le dessin. A quelle température l'eau s'écoule-t-elle du récipient, si $H = 15$ cm?

4.6.12. Où se déplace une goutte d'un liquide mouillant et non mouillant dans un tube capillaire conique disposé horizontalement?

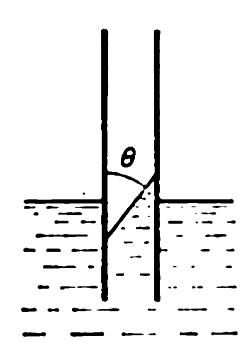
◇ **4.6.13*.** A quelle hauteur monte un liquide dans un tube capillaire conique vertical d'angle au sommet $\alpha \ll 1$ rad? La masse volumique du liquide est ρ, sa tension superficielle σ, la hauteur du tube capillaire H. Le liquide mouille parfaitement le tube capillaire.

4.6.14. A quelle hauteur monte un liquide entre deux plaques verticales dont la distance de séparation est Δ, si l'angle de raccordement de la première plaque est θ_1 et celui de la seconde plaque θ_2? La masse volumique du liquide est ρ, sa tension superficielle σ.

◇ **4.6.15.** Quelle force agit sur des plaques carrées parallèles de côté a et partiellement immergées dans un liquide si l'angle de



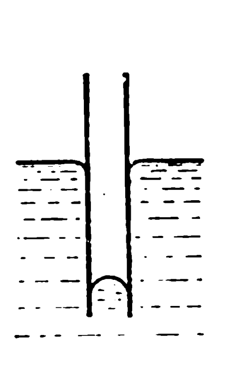

Pour le problème 4.6.13



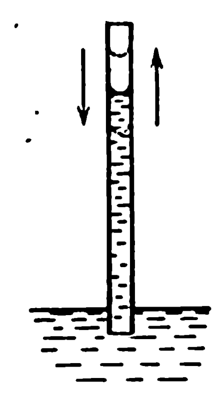
Pour le problème 4.6.15

raccordement près de leurs surfaces extérieures est égal à 90° et près des surfaces intérieures, à θ et $\pi - \theta$? La masse volumique du liquide est ρ, sa tension superficielle σ.

◇ **4.6.16*.** Avec quelle force s'attirent mutuellement deux plaques carrées parallèles de côté a partiellement immergées dans un liquide



Pour le problème 4.6.16



Pour le problème 4.6.17

si elles ne sont pas mouillables par ce liquide? La masse volumique du liquide est ρ, la distance entre les plaques Δ, la tension superficielle du liquide σ.

◇ **4.6.17*.** A quelle hauteur monte un liquide de masse volumique ρ dans un tube capillaire parfaitement mouillable si sa section droite est S et si le périmètre de cette section est l? Comment varie la période des petites oscillations verticales du liquide dans ce tube capillaire en fonction de la hauteur de ce liquide? La tension superficielle du liquide est σ.

CHAPITRE 5

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

§ 5.1. Agitation thermique des particules

5.1.1. Evaluer l'énergie cinétique moyenne et la vitesse quadratique moyenne des particules de brouillard d'un diamètre de 10 μm se trouvant dans l'air à une température de 5 °C.

5.1.2. De combien de fois diffèrent les vitesses quadratiques moyennes de deux particules qui effectuent un mouvement brownien dans une goutte d'eau en sachant que leurs masses diffèrent de quatre fois?

5.1.3. Evaluer la masse d'un infusoire dont le mouvement orienté à une vitesse de 1 μm/s est faiblement influencé par l'agitation thermique.

5.1.4. Déterminer l'écart quadratique moyen d'un pendule par rapport à sa position d'équilibre qui est dû au mouvement thermique d'une bille de pendule. La température de l'air est égale à 20 °C. La masse de la bille est égale à 1 mg, la longueur du fil de pendule à 10 m.

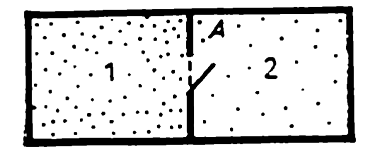
5.1.5*. Le miroir d'un galvanomètre est suspendu à un fil de quartz. Un étroit pinceau lumineux parallèle tombe sur ce miroir, s'y réfléchit et tombe sur un écran situé à une distance de 20 m du miroir. La température de l'air est égale à 300 K. Evaluer de combien augmente le rayon d'un spot lumineux sur l'écran à cause du mouvement thermique du miroir si lors de sa rotation d'un angle φ il est assujetti de la part du fil à un moment des forces $M = -k\varphi$, où $k = 1{,}38 \cdot 10^{-15}$ N·m. Comment change la réponse si la température de l'air diminue jusqu'à 100 K?

5.1.6. Un récipient est divisé en deux sections par une cloison poreuse. L'une contient du gaz composé de molécules légères et l'autre, de molécules lourdes. A une date initiale la pression du gaz est la même dans les deux sections. Au bout d'un certain temps la pression augmente dans la section où se trouvent les molécules lourdes. Ensuite, au bout d'un intervalle de temps plus prolongé la pression s'égalise à nouveau dans les deux sections du récipient. Expliquer cet effet.

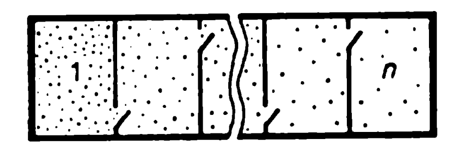
◇ **5.1.7.** La section *1* d'un récipient contient un mélange d'hélium et d'hydrogène. La pression partielle de l'hydrogène et de l'hélium

est la même. Dans la section *2* du récipient est créé un vide. Pendant un bref laps de temps on ouvre l'orifice A pratiqué dans la cloison. Déterminer le rapport de la pression d'hélium à celle d'hydrogène dans la section *2*.

◇ **5.1.8***. Un récipient est divisé par des cloisons en n sections isolées. A une date initiale, la section *1* contient un même nombre de molécules de masses molaires μ_1 et μ_2. Dans les autres sections est créé



Pour le problème 5.1.7



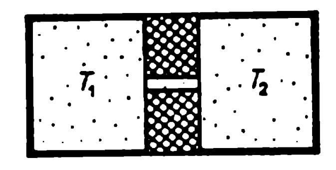
Pour le problème 5.1.8

un vide. Pendant un bref laps de temps on ouvre de petits orifices pratiqués dans les cloisons, comme l'indique le dessin. Evaluer le rapport du nombre de molécules de masse molaire μ_1 au nombre de molécules de masse molaire μ_2 dans la n-ième section du récipient.

5.1.9*. La moitié d'un gaz raréfié s'écoule au cours d'un temps τ à travers un orifice pratiqué dans la paroi d'un récipient. Au bout de combien de temps s'écoulerait la moitié de ce même gaz si toutes les dimensions du récipient (y compris celles de l'orifice) étaient n fois plus grandes?

5.1.10. Evaluer de combien de fois le courant d'un gaz qui s'écoule d'un récipient à travers un canal cylindrique de rayon R et de longueur L est inférieur à un courant gazeux qui s'écoule à travers un orifice de rayon R. On admettra que les parois du canal absorbent les molécules.

◇ **5.1.11***. Deux récipients de même volume V sont liés par un canal étroit. Ils contiennent un petit nombre de particules N (c.-à-d. que



Pour le problème 5.1.11

le nombre de particules est si petit qu'elles n'entrent presque pas en collision l'une avec l'autre). Combien de particules contient chaque récipient si la température du gaz dans l'un des récipients est égale à T_1 et dans l'autre à $T_2 > T_1$? Un fanion léger est placé dans le canal de raccordement. De quel côté dévie-t-il?

§ 5.2. Distribution des molécules de gaz suivant les vitesses

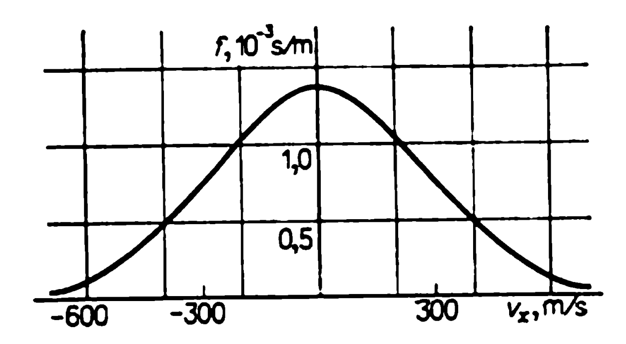
5.2.1. A une pression de 0,1 MPa 1 cm^3 contient $2,7 \cdot 10^{19}$ molécules d'azote. Le nombre de molécules dont la composante verticale de la vitesse se situe dans l'intervalle de 999 à 1001 m/s est égal à $1,3 \cdot 10^{12}$.

a. Quel nombre de ces molécules contient 1 l d'azote?

b. Combien de molécules d'azote ayant une composante verticale de la vitesse dans les intervalles de $1000 \pm 0,1$ et de $1000 \pm \pm 10$ m/s contient 1 m^3? On admettra que le nombre de molécules animées d'une vitesse située dans un certain intervalle de vitesses est proportionnel à cet intervalle.

5.2.2. Les distributions de molécules suivant les projections v_i de la vitesse sur les axes de coordonnées ($i = x, y, z$) sont réciproquement indépendantes. En se servant de ce fait déterminer dans le problème 5.2.1 le nombre de molécules d'azote contenues dans 1 cm^3 et dont les composantes horizontales des vitesses, de même que les composantes verticales, se situent dans l'intervalle de 999 à 1001 m/s; le nombre de molécules dont les composantes horizontales des vitesses se trouvent dans l'intervalle de $1000 \pm 0,1$ m/s et les composantes verticales dans l'intervalle de 1000 ± 2 m/s.

◇ **5.2.3.** Le nombre de molécules d'un gaz parfait homogène dN dont la vitesse le long d'un axe arbitraire des x se situe dans l'inter-



Pour le problème 5.2.3

valle (v_x, $v_x + dv_x$) prises parmi le nombre total N de ses molécules à une température donnée T est défini par la distribution de Maxwell

$$dN = N \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x = Nf(v_x)\, dv_x,$$

où m est la masse d'une molécule, k la constante de Boltzmann. La fonction

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)$$

s'appelle fonction de distribution. Le dessin représente la fonction de distribution des molécules d'azote à la température ambiante ($T = 293$ K). En utilisant le graphique trouver: a) combien de molécules d'azote ayant dans certaine direction une vitesse comprise dans l'intervalle de 499 à 501 m/s, contient 1 cm³ d'air; b) combien de molécules d'azote ayant dans certaine direction une vitesse comprise dans l'intervalle de 498 à 502 m/s, contient 1 m³ d'air. si le nombre de molécules d'azote contenues dans 1 cm³ est égal à $2 \cdot 10^{19}$.

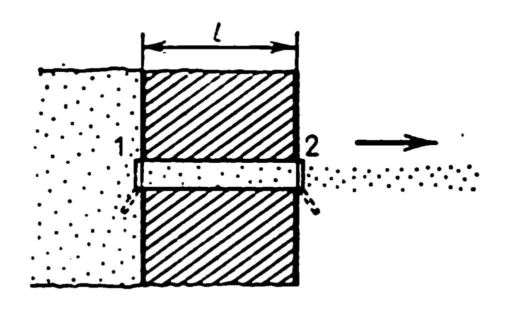
5.2.4. A quelle température la fonction de distribution suivant les vitesses des molécules d'hydrogène coïncide-t-elle avec la fonction de distribution suivant les vitesses des molécules d'azote à la température ordinaire?

5.2.5. Trouver le rapport du nombre de molécules d'hydrogène ayant une projection de la vitesse sur l'axe des x dans l'intervalle de 3000 à 3010 m/s au nombre de molécules d'hydrogène ayant une projection de la vitesse sur le même axe dans l'intervalle de 1500 à 1505 m/s. La température de l'hydrogène est égale à 300 K.

5.2.6. Trouver le rapport du nombre de molécules d'hydrogène ayant une projection de la vitesse sur l'axe des x dans l'intervalle de 3000 à 3010 m/s, sur l'axe des y dans l'intervalle de 3000 à 3010 m/s et sur l'axe des z dans l'intervalle de 3000 à 3002 m/s au nombre de molécules d'hydrogène ayant une projection de la vitesse sur l'axe des x dans l'intervalle de 1500 à 1505 m/s, sur l'axe des y dans l'intervalle de 1500 à 1501 m/s et sur l'axe des z dans l'intervalle de 1500 à 1502 m/s. La température de l'hydrogène est égale à 300 K.

5.2.7*. Un petit orifice est pratiqué dans la paroi d'un récipient rempli d'un gaz raréfié. Comment varie la température du gaz dans le récipient lors de l'écoulement de celui-ci?

◇ **5.2.8*.** Dans une paroi épaisse d'un récipient rempli de gaz on a pratiqué un canal droit de longueur l reliant le récipient au vide.

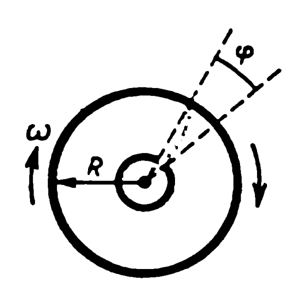


Pour le problème 5.2.8

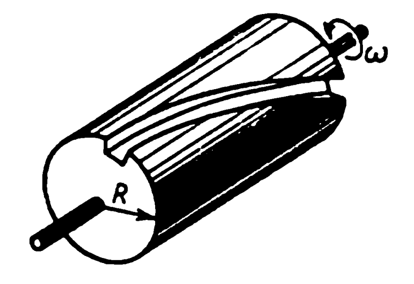
Pour former un faisceau de molécules le canal est muni de deux obturateurs. L'obturateur *1* est disposé à la sortie du canal dans le récipient, l'obturateur *2* à la sortie du canal dans le vide. Le faisceau de molécules est formé de la façon suivante: d'abord, pendant un

temps τ, on ouvre l'obturateur *1*, puis, après sa fermeture, au bout du temps t_0 l'obturateur *2* s'ouvre pour un temps τ. Les molécules qui ont parcouru le canal pendant ce processus forment un faisceau dans l'espace vide. A quoi est égale la longueur de ce faisceau au bout du temps t après la fermeture de l'obturateur *2*?

◇ **5.2.9.** Une source d'atomes d'argent crée un étroit faisceau en bande qui tombe sur la surface intérieure d'un cylindre immobile de rayon $R = 30$ cm et y forme une tache. Le dispositif commence



Pour le problème 5.2.9



Pour le problème 5.2.10

à tourner à une vitesse angulaire $\omega = 100\ \pi$ rad/s. Déterminer la vitesse des atomes d'argent en sachant que la tache dévie d'un angle $\varphi = 0{,}314$ rad par rapport à sa position initiale.

◇ **5.2.10.** Une ouverture pratiquée dans une paroi est fermée par un bouchon cylindrique. Sur la surface du bouchon on a fait un étroit canal hélicoïdal de pas h. D'un côté de la paroi se trouve un gaz raréfié, de l'autre le vide. Les molécules de gaz sont facilement absorbées par les parois du canal. Le bouchon tourne à une vitesse angulaire ω. Quelle est la vitesse des molécules qui ont traversé le canal?

5.2.11. Imaginons qu'on ait réussi à filmer des molécules de gaz dont la fonction de distribution suivant les vitesses est $f(v)$.

a. Trouver la fonction de distribution de la « particule », des images de molécules de gaz sur un écran, suivant les vitesses si l'agrandissement avec lequel l'image du film est projetée sur l'écran est égal à l.

b. Lors de la reproduction d'un enregistrement on a fait tourner un film k fois plus vite que lors des prises de vues. Trouver dans ce cas la fonction de distribution des « particules » suivant les vitesses.

5.2.12. Les vitesses de particules se déplaçant par jets sont de même sens et se situent dans l'intervalle de v_0 à $2v_0$. Le graphique de la fonction de distribution des particules suivant les vitesses a la forme d'un rectangle. Quelle est la valeur de la fonction de distribution? Comment varie la fonction de distribution si durant le temps τ les particules sont soumises à l'action d'une force F le long de leur vitesse? La masse de chaque particule est égale à m.

5.2.13*. Les vitesses des particules dans un faisceau sont de même sens et se situent dans l'intervalle de v à $v + \Delta v$ ($\Delta v \ll v$). Dans une unité de volume du faisceau il y a n particules. La masse de chaque particule est égale à m.

a. Au cours d'un temps τ une force F agit sur des particules dans le sens de leur mouvement. Déterminer l'intervalle des vitesses et le nombre de particules dans une unité de volume après l'action de la force.

b. Déterminer l'intervalle des vitesses et le nombre de particules dans une unité de volume après la traversée de la région où à une distance l le long de la direction du mouvement les particules ont été soumises à l'action d'une force F.

5.2.14*. a. Soit un faisceau de molécules identiques caractérisé par la fonction de distribution

$$f(v_x) = 2\sqrt{\alpha/\pi}\exp(-\alpha v_x^2), \quad \alpha > 0.$$

La masse de la molécule est m. Comment varie le nombre de molécules dans une unité de volume si le faisceau parcourt une région de longueur l où chaque molécule est soumise à l'action d'une force de freinage F?

b. La masse volumique des particules près de la surface de la Terre est ρ_0, leur température T et la masse des particules m. Les particules ont la distribution de Maxwell suivant les vitesses. Déterminer la masse volumique des particules et la distribution des particules suivant les vitesses à une hauteur h au-dessus de la Terre.

5.2.15. A une altitude de 3 km au-dessus de la surface de la Terre 1 cm^3 d'air contient environ 10^2 grains de poussière et tout près de la surface environ 10^5. Déterminer la masse moyenne d'un grain de poussière et évaluer sa dimension en supposant que sa masse volumique est égale à 1,5 g/cm^3. La température de l'air est égale à 27 °C.

5.2.16. Près de la surface de la Terre le nombre de molécules d'hélium est presque 10^5 fois et le nombre de molécules d'hydrogène est presque 10^6 fois plus petits que le nombre de molécules d'azote. A quelle altitude le nombre de molécules d'hélium sera-t-il égal au nombre de molécules d'azote? D'hydrogène? On admettra que la température moyenne de l'atmosphère est égale à 0 °C.

5.2.17*. L'évaporation d'un liquide peut être considérée comme le « départ » de sa surface de molécules rapides, i.e. de molécules dont l'énergie cinétique est supérieure à l'énergie de liaison des molécules dans le liquide. L'évaporation du liquide cesse dès que le nombre de molécules partantes devient égal au nombre de molécules revenant de la vapeur dans le liquide. La vapeur, composée des mêmes molécules que le liquide, porte le nom de « vapeur saturante » si elle est en équilibre avec le liquide.

a. Evaluer le nombre de molécules contenues à une température T dans l'unité de volume de la vapeur saturante si la chaleur de vapori-

sation molaire du liquide est égale à q et si le nombre de molécules dans l'unité de volume du liquide est égal à n_0. Les molécules dans le liquide et sa phase gazeuse (la vapeur) ont une distribution de Maxwell suivant les vitesses.

b. A 100 °C la chaleur de vaporisation molaire de l'eau est égale à $4 \cdot 10^4$ J/mol environ. Evaluer le nombre de molécules d'eau dans la vapeur saturante à 100 °C.

§ 5.3. Collisions des molécules. Processus de transfert

5.3.1. A une pression atmosphérique et à une température de 0 °C la longueur de libre parcours d'une molécule d'hydrogène est égale à 0,1 μm. Evaluer le diamètre de cette molécule.

5.3.2. Evaluer la longueur de libre parcours d'une molécule d'azote dans l'air dans des conditions normales. On admettra que le rayon des molécules d'azote et d'oxygène est égal à 0,18 nm.

5.3.3. Evaluer combien de fois, en 1 s et dans 1 cm³ d'air, entrent en collision les molécules d'azote les unes avec les autres et les molécules d'azote avec les molécules d'oxygène.

5.3.4. La masse volumique d'un gaz est augmentée de trois fois et sa température diminuée de quatre fois. Comment varie le nombre de collisions des molécules par unité de temps?

5.3.5. Un récipient contient un mélange de deux gaz. L'unité de volume du mélange contient n_1 molécules d'un gaz et n_2 molécules d'un autre gaz. Les rayons des molécules sont respectivement R_1 et R_2. Evaluer la longueur de libre parcours des molécules de ces gaz.

5.3.6*. Dans des conditions normales 1 cm³ d'hydrogène atomique contient $2,7 \cdot 10^{19}$ atomes. Evaluer le temps durant lequel 0,1 du nombre d'atomes d'hydrogène se transforment en molécules d'hydrogène. On admettra que chaque collision de deux atomes d'hydrogène conduit à la formation d'une molécule. Le rayon d'un atome d'hydrogène est égal à 0,06 nm.

5.3.7*. Déterminer le rapport du nombre de molécules de forme A_2, B_2 au nombre de molécules de forme AB si lors des collisions le mélange est le siège des réactions

$$A_2 + B_2 \rightarrow 2AB \quad \text{et} \quad AB + AB \rightarrow A_2 + B_2.$$

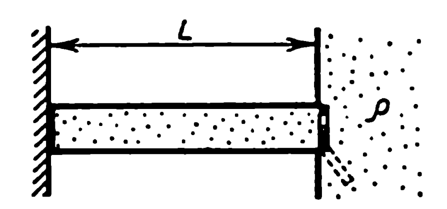
Le nombre d'atomes A est égal au nombre d'atomes B, le rayon des molécules A_2, B_2, AB est respectivement égal à r_{A_2}, r_{B_2}, r_{AB}, la masse de toutes les molécules est la même.

5.3.8. a. La teneur relative d'un gaz en atomes radioactifs n'est pas grande. Leur nombre dans une unité de volume croît linéairement avec l'altitude: $n = \alpha h$. La masse de l'atome est m, la longueur de son libre parcours λ et la température T. Evaluer la densité du flux de ces atomes sur Terre.

b. Evaluer le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air à 20 °C. Le rayon des molécules d'eau est égal à 0,21 nm. Le rayon des molécules d'azote et d'oxygène est égal à 0,18 nm.

5.3.9. Le coefficient de diffusion des molécules A dans les gaz B_1 et B_2 est respectivement égal à D_1 et D_2, si l'unité de volume de ces gaz contient n particules. Trouver le coefficient de diffusion des molécules A dans un mélange de gaz dont l'unité de volume contient n_1 molécules du gaz B_1 et n_2 molécules du gaz B_2.

◇ **5.3.10*.** Un récipient fin de longueur L et de section S contient de l'air sec isolé par un volet de l'air saturé en vapeur d'eau. La température du fond du récipient est maintenue à un niveau constant



Pour le problème 5.3.10

au-dessous de 0 °C. On enlève le volet. Evaluer le temps durant lequel l'état stationnaire de la vapeur s'établit dans le récipient. Déterminer la masse d'eau congelée dans une unité de temps lorsqu'il s'établit dans le récipient un courant d'air stationnaire. Le coefficient de diffusion de la vapeur saturante est D, sa masse volumique est ρ.

5.3.11. a. La température de l'air dans l'atmosphère terrestre croît linéairement avec l'altitude h, $T = T_0 + \alpha h$. Dans ce cas la variation relative de la température $\alpha h/T_0$ reste de beaucoup inférieure à l'unité. La longueur de libre parcours des molécules d'air est λ, la masse de chaque molécule m, le nombre de molécules dans l'unité de volume d'air n. Evaluer la densité du flux thermique vers la Terre. La densité de ce flux varie-t-elle si le nombre de molécules dans l'unité de volume d'air augmente?

b. De combien de fois la conductivité thermique de l'hydrogène est-elle supérieure à celle de l'air? Le rayon des molécules d'hydrogène est égal à 0,14 nm, le rayon des molécules d'azote et d'oxygène est égal à 0,18 nm. La température des gaz est la même.

5.3.12. Evaluer le flux de chaleur qui sort d'une pièce de $5 \times 5 \times 4$ m par deux fenêtres dont les châssis, d'une aire de $1{,}5 \times 2{,}0$ m, sont disposés à une distance de 0,2 m l'un de l'autre ainsi que le temps durant lequel la température dans la pièce diminue de 1 °C si la température de l'air du local est égale à +20 °C et celle de l'air extérieur à −20 °C. Pourquoi le flux de chaleur qui sort par les fenêtres est-il toujours beaucoup plus grand?

5.3.13*. La conductivité thermique de gaz A_1 et A_2 est respectivement égale à k_1 et k_2. Déterminer la conductivité thermique du mélange dans lequel le nombre de molécules du gaz A_1 est α fois plus grand que celui du gaz A_2. La température des gaz est identique, les gaz sont monoatomiques. Leurs masses molaires sont respectivement μ_1 et μ_2.

5.3.14. Dans un gaz raréfié un corps chaud se refroidit durant un temps t. Au bout de combien de temps se refroidit le corps, fait d'un même matériau, si l'on augmente toutes ses dimensions linéaires de n fois?

§ 5.4. Gaz raréfiés. Interaction des molécules avec la surface d'un corps solide[1])

5.4.1. Evaluer le nombre de molécules d'air qui tombent sur 1 cm² d'un mur de votre chambre en 1 s et l'impulsion qu'elles transmettent au mur.

5.4.2. De combien de fois varie la pression d'un gaz si la k-ième partie des molécules qui tombent sur un mur commence à s'absorber par lui?

5.4.3. Une boule de rayon r se déplace dans un gaz raréfié à une vitesse constante v. Le nombre de molécules dans une unité de volume de gaz est n, la masse de la molécule est m, les vitesses thermiques des molécules sont beaucoup plus petites que la vitesse de la boule. Evaluer la force de résistance qui agit sur la boule.

5.4.4. Pourquoi les météorites deviennent-elles incandescentes en entrant dans l'atmosphère de la Terre?

5.4.5. Un disque de rayon r se déplace dans un gaz raréfié de masse molaire μ à une vitesse constante v dirigée le long de son axe. Evaluer la force de résistance qui agit sur le disque. La vitesse du disque est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des molécules. La pression du gaz est P, sa température T.

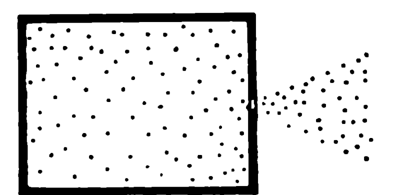
◇ **5.4.6.** Un récipient contient un gaz sous pression P. Dans la paroi du récipient est pratiqué un orifice d'aire s dont les dimensions sont petites par rapport à la longueur de libre parcours des molécules gazeuses. Déterminer la force de réaction subie par le récipient lors de l'écoulement du gaz dans l'espace vide.

◇ **5.4.7.** Une plaque se déplace dans un gaz raréfié de masse molaire μ, comme l'indique le dessin. Evaluer la force qu'il faut appliquer

---

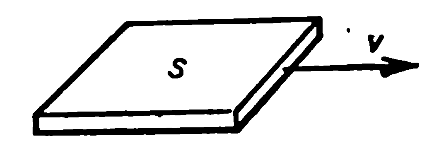
[1]) Admettons dans ce paragraphe que les molécules se trouvant dans un gaz raréfié (la longueur de libre parcours des molécules est beaucoup plus grande que les dimensions caractéristiques d'un système) et partant de la surface d'un corps solide ont une vitesse quadratique moyenne correspondant à la température du corps solide.

à la plaque pour qu'elle se déplace à une vitesse constante v. L'aire de la plaque est S, la pression du gaz P, sa température T. La vitesse





Pour le problème 5.4.6



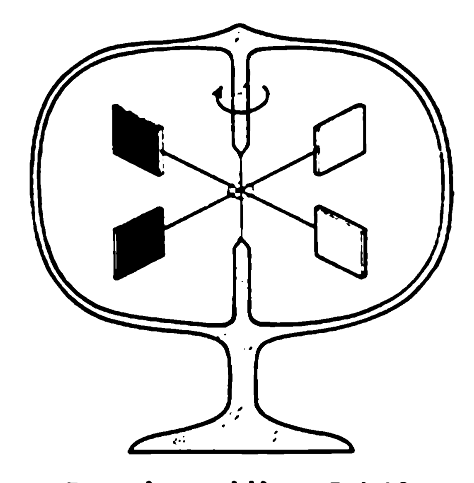
Pour le problème 5.4.7

de la plaque est petite par rapport à la vitesse thermique des molécules.

5.4.8. Deux disques parallèles se trouvent dans un récipient rempli d'un gaz dont la pression peut être variée. Un des deux disques est suspendu à un fil élastique, l'autre tourne à une vitesse angulaire constante. L'angle de torsion du premier, sous pression P_1, est égal à φ_1. Lorsque la pression du gaz augmente, l'angle de torsion du fil augmente d'abord, puis, après avoir atteint la valeur φ_2, cesse de dépendre de la pression du gaz. Expliquer cet effet. Comment varie l'angle de torsion du fil en fonction de la pression du gaz pour $\varphi \ll \varphi_2$?

5.4.9. Un gaz raréfié est compris entre deux longs cylindres coaxiaux de rayons r_1 et r_2. Le cylindre intérieur tourne à une vitesse angulaire constante ω. Evaluer la vitesse angulaire du cylindre extérieur.

◇ **5.4.10*.** De légères lamelles de mica à surface brillante sont noircies d'un côté et fixées à l'axe de rotation, comme indiqué sur le



Pour le problème 5.4.10

dessin. On met ensuite ce système dans un récipient en verre partiellement évacué. Si, maintenant, on place ce récipient dans un local bien éclairé, les lamelles commencent à tourner dans le sens des aiguil-

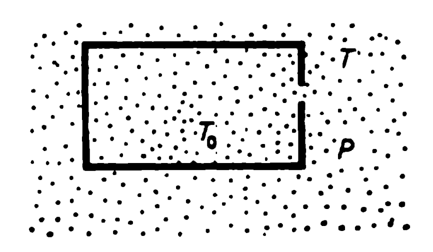
les d'une montre et ceci d'autant plus vite que le local est mieux éclairé. En dotant ce dispositif d'une échelle de mesure on peut l'utiliser comme radiomètre qui est un appareil servant à mesurer l'intensité de la radiation lumineuse. Expliquer le principe d'action de cet appareil.

5.4.11*. Evaluer la portance d'une plaque d'une aire de 1 m², dont la surface inférieure se trouve à une température de 100 °C et la surface supérieure à 0 °C. La température de l'air est égale à 20 °C, la pression à 0,1 Pa.

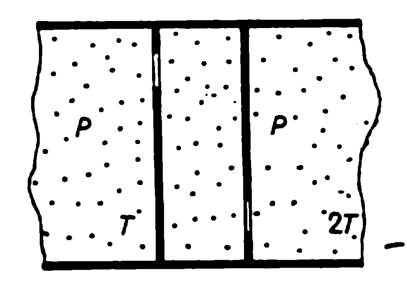
5.4.12. Evaluer la vitesse à laquelle se déplace dans un air fortement raréfié un disque plat dont une face est chauffée à une température de 310 K et l'autre à 300 K. La température de l'air est égale à 300 K.

5.4.13*. Deux plaques parallèles identiques, d'aire S chacune, sont disposées très près l'une de l'autre dans un récipient; leurs températures sont T_1 et T_2, la température des parois du récipient est T_1. Les plaques se repoussent mutuellement avec une force F. Evaluer la pression du gaz raréfié dans le récipient.

◇ **5.4.14*.** Dans un récipient rempli de gaz on maintient une température T_0. En dehors de lui il y a un gaz dont la pression est P et



Pour le problème 5.4.14



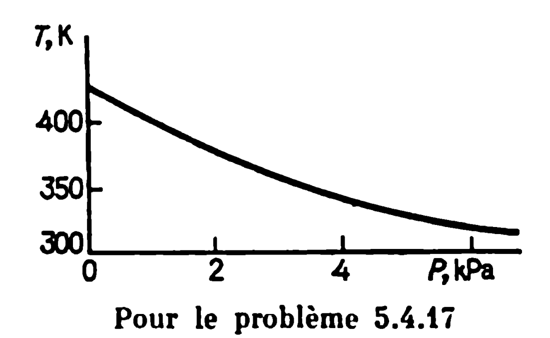
Pour le problème 5.4.15

la température T. Quelle est la pression du gaz à l'intérieur du récipient si dans la paroi du récipient est pratiqué un petit orifice? Les gaz sont raréfiés.

◇ **5.4.15*.** Une cavité calorifuge communique à l'aide de petits orifices identiques avec deux autres cavités contenant de l'hélium gazeux dont la pression est maintenue constante et égale à P, et la température égale à T dans une cavité et à $2T$ dans l'autre. Trouver la pression et la température établies à l'intérieur de cette cavité. Les gaz sont raréfiés.

5.4.16*. Un gaz monoatomique est compris entre deux plaques plan-parallèles situées à une distance δ l'une de l'autre (la longueur de libre parcours des atomes est beaucoup plus grande que δ). Evaluer la densité d'un flux de chaleur si la température des plaques est maintenue respectivement égale à T et $T + \Delta T$ et si l'unité de volume du gaz contient n atomes; μ est la masse de l'atome.

◇ **5.4.17.** Dans un manomètre thermique la pression d'un gaz est déterminée d'après la température de l'élément chauffant qui dégage toujours par unité de temps une même quantité de chaleur. Le dessin



Pour le problème 5.4.17

donne le graphique de variation de la température de l'élément en fonction de la pression d'azote. Comment, en se servant de ce graphique, obtenir une courbe analogue pour l'hydrogène?

5.4.18. Evaluer la masse de l'air liquide qui est vaporisé en 1 h depuis un vase de Dewar mal évacué si la pression de l'air (à une température de 293 K) qui reste entre les parois du vase est égale à 0,133 Pa. La surface du vase est égale à 600 cm^2, la chaleur de vaporisation massique de l'air liquide à 0,2 MJ/kg, sa température à 81 K. Le jeu entre les parois du vase est petit par rapport à la longueur de libre parcours des molécules.

5.4.19*. Grâce à la faible différence de température qui existe entre deux plaques parallèles un flux de chaleur W_1 apparaît entre elles dans un gaz raréfié dont l'unité de volume contient n particules. Lors de l'accroissement de la pression de gaz le flux de chaleur augmente d'abord, puis, en atteignant la valeur W_2, cesse de dépendre de la pression du gaz. Expliquer cet effet. Evaluer le rayon des molécules de gaz. La distance entre les plaques est δ.

5.4.20. Deux plaques parallèles se trouvent à une distance δ l'une de l'autre qui est petite par rapport à leurs dimensions. Entre ces deux plaques on place N fines cloisons (écrans) équidistantes et bonnes conductrices de chaleur. Déterminer l'influence de ces écrans sur la conductivité thermique entre les plaques dans deux cas: a) $\delta/N \gg \lambda$; b) $\delta < \lambda$, où λ est la longueur de libre parcours des molécules de gaz remplissant l'espace entre les plaques.

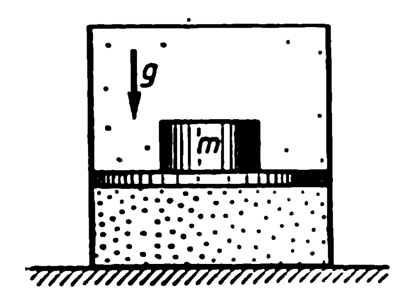
§ 5.5. Equation d'état d'un gaz parfait

5.5.1. Le volume d'un gaz est diminué de deux fois et sa température est augmentée de 1,5 fois. De combien de fois augmente la pression du gaz?

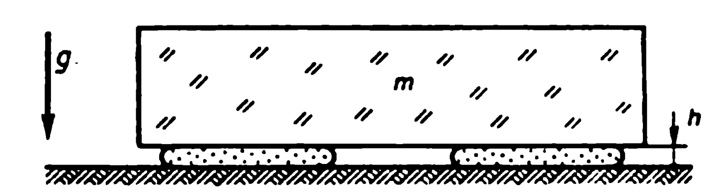
5.5.2. Pour mesurer le volume propre d'un matériau pulvérulent on le place dans un cylindre hermétiquement fermé par un piston.

On mesure ensuite les pressions de l'air P_1 et P_2 à une même température pour deux positions du piston lorsque les volumes totaux de l'air et du matériau sont respectivement égaux à V_1 et V_2. Quel est le volume du matériau d'après ces données?

◇ **5.5.3.** Pour diminuer isothermiquement de n fois le volume de gaz dans un cylindre à piston, on place sur le piston une charge de



Pour le problème 5.5.3



Pour le problème 5.5.4

masse m. La charge de quelle masse doit-on ajouter pour que le volume de gaz diminue isothermiquement encore de k fois?

◇ **5.5.4*.** Une plaque de masse m repose sur deux longs sacs cylindriques de rayon r et de longueur $L \gg r$ faits en un matériau inextensible et remplis de gaz, ce qui fait qu'ils s'aplatissent jusqu'à une épaisseur $h \ll r$. La pression extérieure est P_0. Déterminer la pression initiale dans les sacs si la température du gaz n'y change pas.

5.5.5. Une bouteille d'une capacité de 50 l est remplie d'air à 27 °C jusqu'à une pression de 10 MPa. Quel volume d'eau peut-on déplacer de la citerne d'un sous-marin par l'air de cette bouteille si le déplacement a lieu à une profondeur de 40 m? La température de l'air après l'expansion est égale à 3 °C.

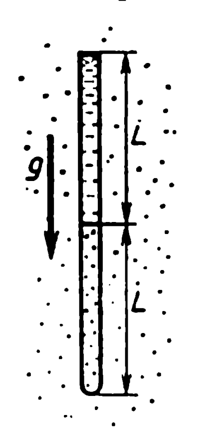
5.5.6. A quelle profondeur faut-il immerger dans un liquide de masse volumique ρ un tube ouvert de longueur L pour, en fermant l'orifice supérieur, retirer une colonne de liquide de hauteur $L/2$? La pression atmosphérique est P.

5.5.7. Un gaz se trouve dans un récipient sous une pression de 2 MPa à une température de 27 °C. Après un chauffage de 50 °C il ne reste dans le récipient qu'une moitié du gaz (en masse). Déterminer la pression stabilisée.

5.5.8. La pression de l'air à l'intérieur d'une bouteille est égale à 0,1 MPa à une température de 7 °C. De combien faut-il chauffer la bouteille pour que le bouchon en sorte? Sans chauffage on peut retirer le bouchon en lui appliquant une force de 10 N. La section du bouchon est égale à 2 cm^2.

5.5.9. Pourqoui une lampe électrique est-elle remplie d'un gaz inerte sous une pression sensiblement inférieure à la pression atmosphérique?

◇ 5.5.10*. L'extrémité inférieure d'un étroit tube vertical de longueur $2L$ (en mm) est soudée tandis que son extrémité supérieure communique avec l'atmosphère. Dans la moitié inférieure se trouve un gaz à une température T_0, la moitié supérieure étant remplie de mercure. A quelle température minimale faut-il échauffer le gaz dans le tube pour qu'il déplace tout le mercure? La pression extérieure en mm Hg est égale à L.



Pour le problème 5.5.10

5.5.11. Combien de courses doit faire une pompe à piston ayant un volume de travail V pour élever la pression de la pression atmosphérique P_0 à P dans un récipient de capacité V_0? On négligera l'échauffement du gaz.

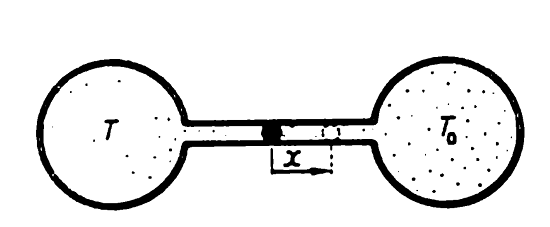
5.5.12. Combien de courses doit faire une pompe à piston ayant un volume de travail V pour abaisser la pression dans un récipient de capacité V_0 de la pression atmosphérique P_0 à P?

5.5.13. La portance d'un ballon dépend-elle de la température de l'air ambiant?

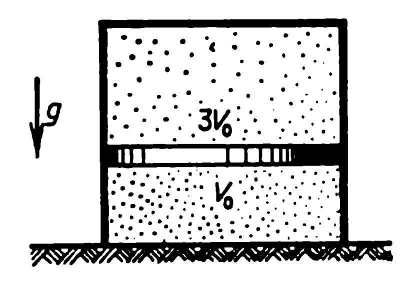
5.5.14. La flamme d'un chalumeau file. Si l'on approche d'en haut un tube de verre vertical, le noir de fumée disparaît, mais il réapparaît si l'on ferme le tube d'en haut. Expliquer ce phénomène.

5.5.15*. Une cheminée de fabrique d'une hauteur de 50 m évacue de la fumée à une température de 60 °C. Déterminer la différence de pression dans la cheminée, qui assure le tirant. La température de l'air est de —10 °C, la masse volumique de l'air de 1,29 kg/m³.

◇ 5.5.16. Un thermomètre à gaz se compose de deux récipients identiques, chacun de capacité V_0, reliés entre eux par un tube de longueur l et de section S. Le tube est obstrué par une goutte de



Pour le problème 5.5.16



Pour le problème 5.5.18

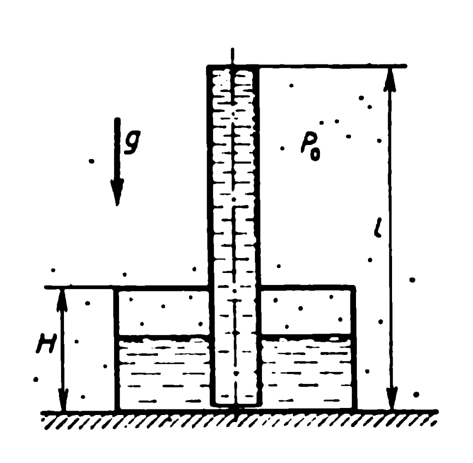
mercure. Les récipients sont remplis de gaz. Si la température du gaz dans les deux récipients est la même, le mercure se trouve au milieu du tube. Un récipient est placé dans un thermostat ayant une température T_0. Etalonner le thermomètre en trouvant la variation

de la température du gaz dans le deuxième récipient en fonction du déplacement du mercure par rapport à la position d'équilibre.

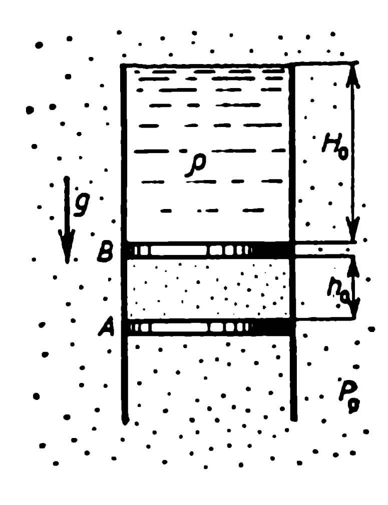
5.5.17. Deux récipients dont les capacités sont de 200 et de 100 cm^3 sont partagés par un piston mobile athermane. La température d'un gaz dans les récipients est d'abord égale à 300 K et sa pression à 1013 GPa. Ensuite le plus petit récipient est refroidi avec de la glace jusqu'à 273 K et le plus grand est chauffé à la vapeur jusqu'à 373 K. Quelle pression s'établit alors dans les récipients?

◇ **5.5.18.** Un lourd piston est en équilibre dans un récipient cylindrique contenant un gaz. La masse du gaz ainsi que sa température sont identiques au-dessus et au-dessous de ce piston. Le rapport du volume intérieur de la partie supérieure du récipient au volume intérieur de la partie inférieure est égal à 3. Quel sera ce rapport si la température du gaz est augmentée de deux fois?

◇ **5.5.19.** Dans un récipient cylindrique de hauteur H est introduit verticalement à travers le couvercle un tube, à parois minces, de lon-



Pour le problème 5.5.19



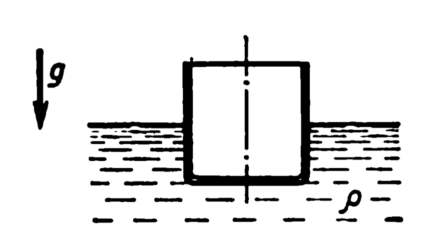
Pour le problème 5.5.20

gueur l qui n'atteint pas, mais de peu, le fond du récipient. Le raccordement du couvercle avec le récipient et le tube est étanche. A l'aide du tube on verse du liquide dans le récipient. Trouver la hauteur du niveau du liquide à partir du fond du récipient lorsque le tube est rempli. La pression atmosphérique est P_0, la masse volumique du liquide est ρ.

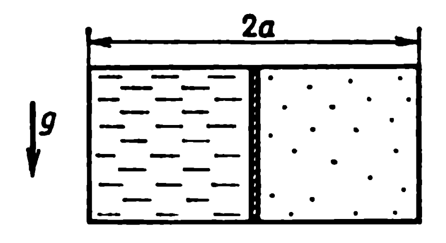
◇ **5.5.20.** Dans un récipient cylindrique vertical au-dessus d'un piston A se trouve un gaz fermé par un piston B sur lequel est versé un liquide de masse volumique ρ, et ce jusqu'au-dessus du cylindre. A quelle distance x faut-il lever le piston A pour qu'une colonne de liquide de hauteur H reste au-dessus du piston B? On négligera la masse du piston B et son frottement contre les parois. La pression atmosphérique est P_0, la hauteur initiale de la colonne de liquide H_0,

celle de la colonne de gaz h_0. Lors du déplacement du piston la température du gaz ne varie pas.

◇ **5.5.21.** A la surface d'un liquide de masse volumique ρ flotte un godet cylindrique, à parois fines, à moitié immergé dans le liquide.




Pour le problème 5.5.21



Pour le problème 5.5.22

a. A quelle profondeur s'immerge le godet dans le liquide si on le met sur la surface du liquide le fond vers le haut? La hauteur du godet est h, la pression d'air P_0.

b. A quelle profondeur faut-il immerger le godet quand le fond est tourné vers le haut pour qu'il coule à pic avec l'air enfermé à l'intérieur de lui?

◇ **5.5.22.** Un récipient rectangulaire à parois imperméables contient à gauche un liquide lourd (du mercure, par exemple) qui est séparé de l'air contenu dans la partie droite par un mince piston mobile. A une date initiale le piston se trouve en équilibre et divise en deux le volume du récipient. De combien se déplace le piston vers la droite si la température du système diminue de trois fois? On négligera la dilatation thermique du mercure et celle des parois du récipient. Les frottements sont absents. La longueur du récipient est égale à $2a$.

5.5.23*. Un bac hermétiquement fermé est rempli de liquide de façon qu'une bulle d'air se trouve dans le fond. La pression sur le fond du bac est P_0. Quelle est cette pression si la bulle d'air remonte à la surface? La hauteur du bac est H, la masse volumique du liquide ρ.

5.5.24*. Un bac, hermétiquement fermé, d'une hauteur de 3 m est rempli d'eau de façon que deux bulles d'air identiques se trouvent dans le fond. La pression sur le fond du bac est de 0,15 MPa. Quelle est la pression si une bulle d'air remonte à la surface ? Deux bulles d'air?

5.5.25. Trouver la formule de combinaison de l'azote avec l'oxygène si 1 g de ce composé à l'état gazeux contenu dans un volume de 1 l crée une pression de 314 GPa à une température de 17 °C.

5.5.26*. Pour mesurer la masse de l'eau que contiennent des gouttes de brouillard, on enferme hermétiquement un échantillon d'air sous une pression de 100 kPa et à une température de 0 °C dans un récipient à parois transparentes, on le chauffe jusqu'à la tempé-

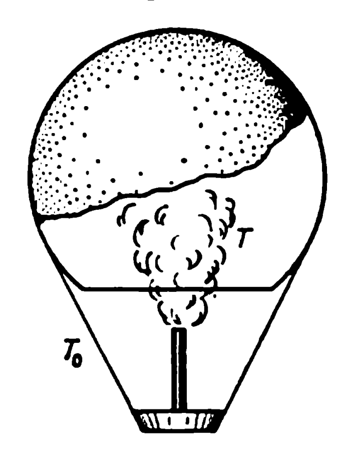
rature à partir de laquelle le brouillard disparaît dans l'échantillon et on mesure la pression à cette température. Evaluer la masse du brouillard dans 1 m³ de l'échantillon si la température à laquelle le brouillard disparaît est de 82 °C et la pression de l'air à cette température de 180 kPa.

5.5.27. De combien de fois varie la portance d'un ballon sphérique si on remplace l'hélium qui se trouve dedans par de l'hydrogène? On négligera le poids de l'enveloppe du ballon. La masse molaire de l'air est de 29 g/mol.

5.5.28. Dans un stratostat l'hydrogène n'occupe que la partie supérieure de son enveloppe. La partie inférieure est occupée par de l'air pénétrant librement dans l'enveloppe à travers l'orifice d'en bas. Pour quelle masse maximale le stratostat commence-t-il à monter si la masse de l'hydrogène contenu dans l'enveloppe est égale à m?

5.5.29. Avec quel rayon minimal un ballon d'air rempli d'hélium commence-t-il à monter si la densité superficielle d'un matériau de l'enveloppe est de 50 g/m², la pression de l'air de 10^5 Pa et la température de 27 °C?

◇ **5.5.30.** L'air contenu à l'intérieur de l'enveloppe d'un ballon d'air de capacité V est chauffé par un chalumeau à gaz à une tem-



Pour le problème 5.5.30

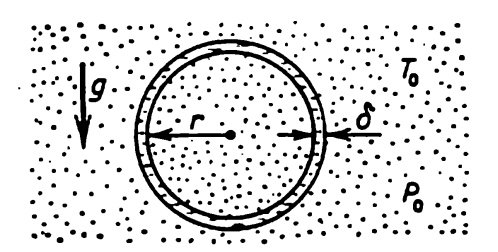
pérature T dépassant la température T_0 de l'air ambiant. Quelle est la capacité de charge du ballon d'air à une pression atmosphérique P_0? La masse molaire de l'air est μ.

5.5.31. L'atmosphère de Vénus se compose presque entièrement de gaz carbonique. La température près de la surface de cette planète est d'environ 500 °C et sa pression d'environ 100 atm. Quel doit être le volume d'une sonde d'investigation d'une masse de 1 t pour qu'elle puisse naviguer dans les couches inférieures de l'atmosphère de Vénus?

5.5.32. A température ordinaire le tétroxyde d'azote se dissocie partiellement en se transformant en bioxyde d'azote $N_2O_4 \rightleftarrows 2NO_2$.

Dans un récipient évacué d'une capacité de 250 cm³ on introduit 0,92 g de N_2O_4 liquide à 0 °C. Quand dans le récipient la température augmente jusqu'à 27 °C, le liquide se vaporise complètement et la pression devient égale à 128 kPa. Déterminer la part du tétroxyde d'azote qui s'est dissocié.

◇ **5.5.33.** Une bulle de savon renfermant de l'air chaud est suspendue, immobile, dans l'atmosphère. La pression atmosphérique

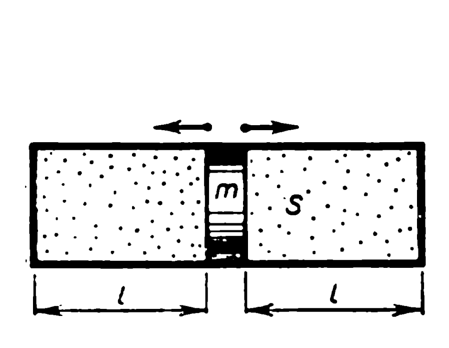


Pour le problème 5.5.33

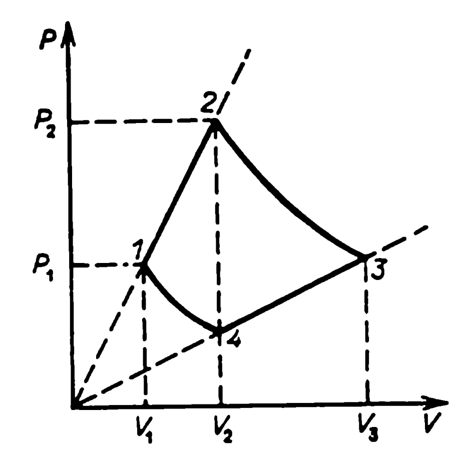
est P_0 et la température T_0. La masse volumique de la pellicule de savon est ρ, son épaisseur δ et le rayon de la bulle r. Trouver la température de l'air à l'intérieur de la bulle si la tension superficielle de l'eau de savon est égale à σ. La masse molaire de l'air est μ.

5.5.34. Deux bulles de savon de rayons r_1 et r_2 fusionnent pour n'en faire qu'une seule. Trouver la tension superficielle de l'eau de savon si le rayon de la bulle formée est égal à r et la pression atmosphérique à P_0.

◇ **5.5.35.** Trouver la période des petites oscillations d'un piston de masse m qui divise un récipient cylindrique lisse de section S en deux



Pour le problème 5.5.35



Pour le problème 5.5.36

parties, chacune de longueur l. Des deux côtés du piston il y a un gaz sous pression P_0 et à une température T_0. Lors des oscillations du piston la température du gaz ne varie pas.

◇ **5.5.36.** Une mole de gaz participe à un processus dont le graphique est représenté sur le diagramme P, V. Les tronçons *1-2* et *3-4* du graphique sont des segments de droites dont les prolongements passent par l'origine des coordonnées et les courbes *1-4* et *2-3* sont des isothermes. Dessiner le graphique de ce processus sur le diagramme T, V. Trouver le volume V_3 si les volumes V_1 et $V_2 = V_4$ sont connus.

§ 5.6. Premier principe de la thermodynamique. Capacité calorifique

5.6.1. L'énergie moyenne d'une molécule de gaz dans une large gamme de températures est assez bien définie par la formule $\bar{\varepsilon} = (i/2)\,kT$, où i est le nombre de degrés de liberté de la molécule égal au nombre de coordonnées déterminant la position de la molécule. En se servant de cette formule trouver l'énergie moyenne des molécules H_2, N_2, H_2O, CH_4 à une température T.

5.6.2. Quelle est l'énergie interne (en joules), dans des conditions normales, de 1 cm³ d'air? de 1 kg d'air?

5.6.3. Dans un local l'air est chauffé d'une température T_0 à T, la pression restant inchangée. L'énergie interne de l'air varie-t-elle à l'intérieur du local?

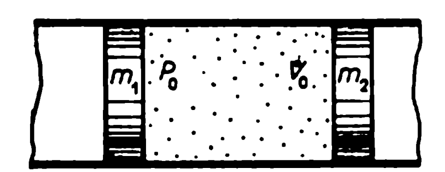
5.6.4. Un récipient de capacité V_1 contient un gaz monoatomique sous pression P_1 et à une température T_1 et un récipient de capacité V_2 renferme un gaz monoatomique sous pression P_2 et à une température T_2. Quelle pression et quelle température y a-t-il dans ces récipients après leur raccordement? Les récipients sont calorifugés.

5.6.5. Dans un récipient athermane à une température de 800 K il y a 1 mole de gaz carbonique (CO_2) et 1 mole d'hydrogène (H_2). On voit évoluer la réaction chimique

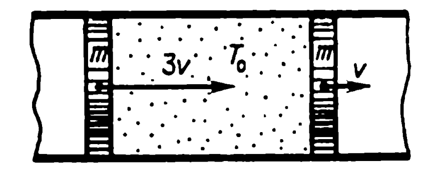
$$CO_2 + H_2 = CO + H_2O + 40{,}1 \text{ kJ/mol}.$$

De combien de fois augmente la pression dans le récipient après la fin de la réaction?

◇ **5.6.6.** Dans un long tube calorifuge lisse se trouvent des pistons calorifuges de masses m_1 et m_2 entre lesquels, dans le volume V_0, se



Pour le problème 5.6.6



Pour le problème 5.6.7

trouve un gaz monoatomique sous pression P_0. On lâche les pistons. Déterminer leurs vitesses maximales si la masse du gaz est de beaucoup inférieure à la masse de chaque piston.

◇ 5.6.7. Une mole de gaz monoatomique se trouve entre deux pistons identiques, chacun de masse m, dans un long tube calorifuge à une température T_0. A la date initiale les vitesses des pistons sont orientées dans le même sens et sont égales à $3v$ et v. Jusqu'à quelle température maximale est chauffé le gaz ? Les pistons ne conduisent pas la chaleur. On négligera la masse du gaz par rapport à celle des pistons.

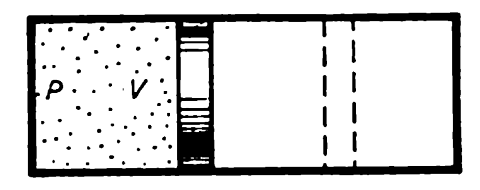
5.6.8. Evaluer la vitesse de sortie d'une balle à partir de la cartouche jetée dans le bûcher.

5.6.9. Expliquer pourquoi la détente d'un gaz à température constante (détente isotherme) n'est possible que si de la chaleur est amenée à ce gaz.

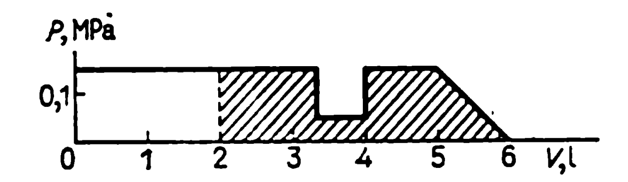
5.6.10. Le volume d'un gaz a augmenté de deux fois : une première fois de façon isotherme, une seconde fois de façon isobare. Dans lequel de ces deux cas le gaz produit-il le travail le plus grand ?

5.6.11. Pourquoi, quand on gonfle un pneu à l'aide d'une pompe, cette dernière s'échauffe-t-elle ?

◇ 5.6.12. Un volume de gaz V sous pression P est fermé par un piston mobile qui se déplace dans un récipient cylindrique. De



Pour le problème 5.6.12



Pour le problème 5.6.13

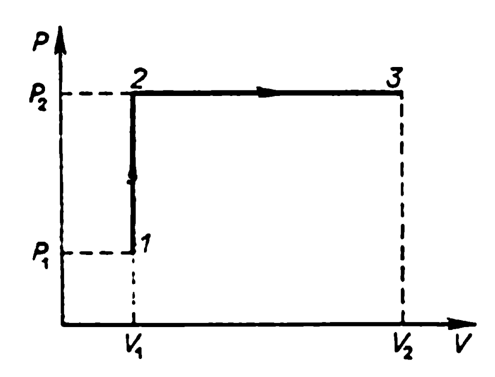
l'autre côté de ce piston règne le vide. Le piston est lâché. Quel travail produit le gaz sur le piston si son volume double lors du déplacement du piston et si sa pression a) reste constante ; b) augmente avec l'accroissement du volume linéairement jusqu'à une pression $2P$?

◇ 5.6.13. Le dessin donne le graphique de variation de la pression d'un gaz en fonction de son volume. Trouver graphiquement le travail du gaz lors de sa détente de 2 à 6 l.

◇ 5.6.14. Une mole de gaz qui participe au processus, dont le graphique est représenté sur le dessin, passe successivement par les états *1*, *2*, *3*. L'énergie interne du gaz est proportionnelle à la température ($U = cT$). Trouver la quantité de chaleur absorbée par le gaz dans ce processus.

5.6.15. De l'air occupant un volume de 2 l sous une pression de 0,8 MPa subit une détente isotherme allant jusqu'à 10 l. Déterminer le travail produit par l'air.

5.6.16. Un gaz occupant un volume de 2 l sous une pression de 0,1 MPa subit une détente isotherme allant jusqu'à 4 l. Après cela, en refroidissant le gaz de façon isochore (à volume constant) on

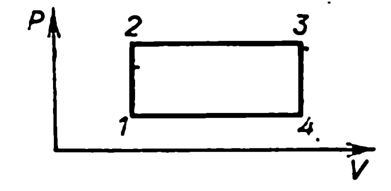


Pour le problème 5.6.14

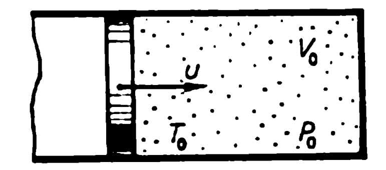
diminue sa pression de deux fois. Puis le gaz subit une détente isobare allant jusqu'à 8 l. Trouver le travail produit par le gaz. Tracer le graphique de variation de la pression en fonction du volume.

5.6.17. Une mole d'hydrogène ayant une température de 0 °C est chauffée à pression constante. Quelle quantité de chaleur faut-il communiquer au gaz pour doubler son volume? Quel est alors le travail produit par le gaz?

◇ **5.6.18.** Une mole de gaz participe au processus cyclique dont le graphique composé de deux isochores et de deux isobares est représenté sur le dessin. La température aux points *1* et *3* est égale à T_1



Pour le problème 5.6.18



Pour le problème 5.6.19

et T_3. Déterminer le travail produit par le gaz au cours d'un cycle en sachant que les points *2* et *4* se situent sur une même isotherme.

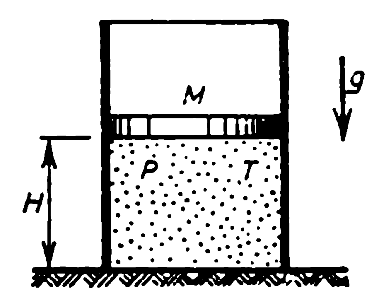
◇ **5.6.19.** Un piston de masse M enfermant un volume V_0 d'un gaz monoatomique sous pression P_0 et à une température T_0 se déplace à une vitesse u. Déterminer la température et le volume du gaz à la compression maximale. Le système est calorifuge. On négligera les capacités calorifiques du piston et du récipient.

5.6.20. De l'air comprimé arrive dans le cylindre d'un moteur pneumatique à partir d'une canalisation sous pression constante à une température T_1. Puis l'accès de l'air dans le cylindre à partir de cette canalisation est coupé. L'air se trouvant dans le cylindre

continue à déplacer le piston en se dilatant sans échange de chaleur tant que la pression ne tombe jusqu'à la pression atmosphérique et la température jusqu'à T_2. Le piston recule ensuite en arrière et déplace tout l'air du cylindre à travers le clapet ouvert. Puis tout le cycle se répète. Trouver le travail effectué par le moteur qui dépense ν moles d'air comprimé.

5.6.21. De l'air sec est transporté par un vent faible jusqu'à un col, haut de 1 km, d'une montagne. Evaluer de combien la température de l'air sur ce col est-elle inférieure à celle qui règne au pied de la montagne.

◇ 5.6.22*. Un récipient cylindrique fermé d'en haut par un piston mobile de masse M se tient à la verticale dans un espace



Pour le problème 5.6.22

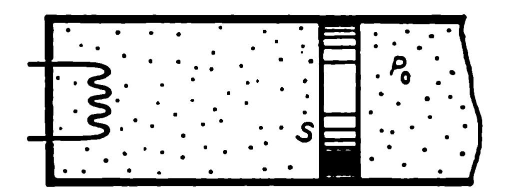
évacué. Un gaz monoatomique se trouve sous le piston à une température T et à une pression P. La section intérieure du cylindre est S, la hauteur de la partie du récipient à l'intérieur de laquelle se trouve le gaz est H. Le piston est lâché. Il commence à se déplacer. Quelle sera sa vitesse maximale s'il comprime le gaz de façon isotherme? De façon adiabatique?

5.6.23*. Deux compresseurs compriment adiabatiquement un gaz biatomique. On en voit d'abord un comprimer le gaz d'un volume V_0 jusqu'à un autre, intermédiaire, V_1. Puis le gaz comprimé est refroidi jusqu'à la température initiale, après quoi c'est le deuxième compresseur qui comprime ce gaz jusqu'à un volume V_2. Pour quel volume V_1 le travail total des deux compresseurs est-il minimal et à quoi est-il égal? Les volumes V_0 et V_2 sont considérés comme donnés, la pression initiale du gaz est P_0. Quel compresseur effectue le travail le plus grand pour une valeur optimale de V_1?

5.6.24. Un m^3 d'hydrogène à 0 °C est contenu dans un récipient cylindrique fermé d'en haut par un piston glissant facilement d'une masse de 1 t et d'une section de 0,5 m^2. La pression atmosphérique est égale à 973 GPa. Quelle quantité de chaleur est dépensée pour chauffer l'hydrogène jusqu'à 300 °C? Trouver la variation de son énergie interne.

5.6.25. Pour chauffer 1 kg d'un gaz inconnu de 1 K à pression constante on a besoin de 912 J et pour le chauffer à volume constant il faut dépenser 649 J. Quel est ce gaz?

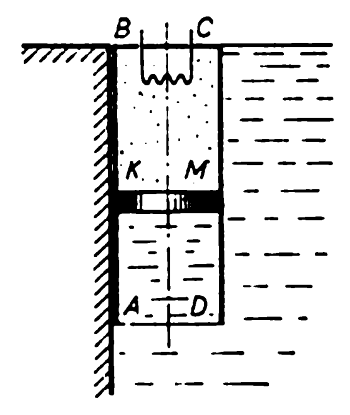
◇ **5.6.26*.** Un cylindre disposé horizontalement et contenant 1 mole de gaz à température T_0 et pression P_0 initiales est fermé par un piston de section S. La pression atmosphérique constante P_0 règne à droite du piston. Le gaz est chauffé par une spirale. Lors du mouvement du piston il est assujetti à une force de frottement F exercée



Pour le problème 5.6.26

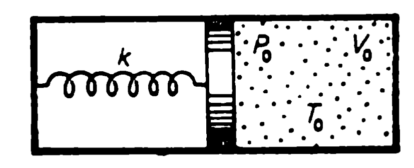
par les parois du cylindre. La moitié de la chaleur dégagée lors du frottement du piston sur les parois du cylindre se transmet au gaz. L'énergie interne du gaz $U = cT$. Comment varie la température du gaz en fonction de la quantité de chaleur que lui transmet la spirale? Construire le graphique de cette dépendance.

◇ **5.6.27.** Un cylindre $ABCD$ fermé d'en haut et ouvert d'en bas est fixé à la paroi d'un réservoir rempli d'eau. 1 mole d'hélium sépa-





Pour le problème 5.6.27



Pour le problème 5.6.30

rée de l'eau par un piston se trouve dans la partie supérieure d'un cylindre $KBCM$ ($BK = 2h$). L'hélium est chauffé en laissant passer un courant dans une spirale. Quelle quantité de chaleur faut-il amener au gaz pour que le piston descende d'une distance h, $AK \gg h$? On négligera la masse du piston, les frottements et la capacité calorifique. Le réservoir est large. La masse volumique de l'eau est ρ, la section du cylindre S.

5.6.28*. Trouver la chaleur molaire d'un gaz monoatomique qui se détend selon la loi PV^n = const. Pour quelles valeurs de n la chaleur molaire sera-t-elle égale à zéro ? A l'infini?

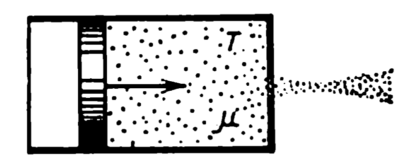
5.6.29. Un gaz qui se détend selon la loi PV^2 = const s'échauffe-t-il ou se refroidit-il?

◇ **5.6.30*.** Trouver la capacité calorifique d'un système composé d'un récipient fermé par un piston et contenant un gaz monoatomique (les paramètres du gaz P_0, V_0, T_0). Le piston est retenu par un ressort. Le vide règne à gauche du piston. Si le gaz est évacué, le piston entre en contact avec la paroi droite du récipient et le ressort n'est pas déformé. On négligera les capacités calorifiques du récipient, du piston et du ressort.

5.6.31*. Un récipient cylindrique fermé d'en haut par un piston mobile de masse M se tient verticalement dans un espace vide. A l'intérieur du récipient se trouve un gaz monoatomique sous pression P. La section intérieure du cylindre est S et le piston se trouve à une hauteur H au-dessus de son fond. Le piston est lâché. Après des oscillations de courte durée il s'arrête. A quelle distance de la position initiale s'arrête le piston si la chaleur massique du gaz à volume constant est beaucoup plus grande que celles du piston et du cylindre? Tout le système est calorifuge.

§ 5.7. Ecoulement d'un gaz

◇ **5.7.1.** Un gaz s'écoule adiabatiquement dans un espace vide à travers un petit orifice pratiqué dans un récipient fermé. La pression constante du gaz dans le récipient est maintenue par le déplacement d'un piston. Dans ce cas la température du gaz dans le récipient



Pour le problème 5.7.1

ne varie pas non plus et sa température, en dehors du récipient, diminue, par suite de la détente adiabatique, pratiquement jusqu'à 0 K. En se servant de la loi de la conservation de l'énergie, évaluer la vitesse du jet de gaz dans le vide. La température du gaz dans le récipient est T, la masse molaire du gaz μ, la chaleur molaire du gaz à pression constante c_p.

5.7.2*. Déterminer la vitesse de l'écoulement adiabatique d'un mélange de deux gaz biatomiques de masses molaires μ_1 et μ_2. Le nombre de molécules du premier gaz est k fois plus grand que celui du deuxième. La température du mélange est T.

5.7.3*. Un expérimentateur a besoin d'un faisceau d'atomes de xénon dont la vitesse est égale à 1 km/s. La masse atomique du xénon est égale à 131.

a. A quelle température du gaz s'écoulant adiabatiquement dans le vide peut-on obtenir ce faisceau?

b. Quelle vitesse peuvent acquérir les atomes de xénon lors de l'écoulement dans le vide d'un mélange d'hydrogène et d'une petite quantité de xénon se trouvant à la température ordinaire?

5.7.4. Déterminer la vitesse maximale d'éjection d'un gaz de la tuyère d'une fusée si la poussée de la fusée est créée par les réactions:

a) $2H_2+O_2=2H_2O+483$ kJ/mol;

b) $2Al+{}^3/_2O_2=Al_2O_3+1{,}65$ MJ/mol;

c) $Be+{}^1/_2O_2=BeO+610$ kJ/mol.

5.7.5. La température de combustion d'un combustible chimique dans un moteur-fusée $T = 3000$ K, la masse molaire moyenne des produits de combustion $\mu = 30$ g/mol. L'écoulement des produits de combustion a lieu adiabatiquement. Leur chaleur molaire $c_p = 33{,}4$ J/(mol·K). La pression du gaz est beaucoup plus petite à la sortie de la fusée qu'à l'intérieur. Déterminer le débit-masse minimal du combustible qui assure le départ de la Terre d'une fusée de masse $M = 1000$ t.

5.7.6*. Un gaz s'écoule adiabatiquement d'un récipient à travers un tube. La température du gaz dans le récipient est T_1 et la pression P_1. A la sortie du tube la pression du gaz est P_2. Déterminer la vitesse du gaz à la sortie du tube. La masse molaire du gaz est μ, l'indice adiabatique γ.

5.7.7*. Un jet, dans lequel la pression d'un gaz est égale à 0,1 MPa, s'écoule d'une bouteille contenant de l'hélium à la pression de 1 MPa. La température du gaz dans la bouteille est égale à 300 K. Déterminer la température et la vitesse de l'hélium dans le jet.

5.7.8*. De l'air comprimé dans une grande bouteille à une température de 0 °C s'écoule sous pression atmosphérique à travers un tube à une vitesse de 400 m/s. Trouver la température de l'air dans le jet. Quelle est sa pression dans la bouteille?

5.7.9*. Un gaz sous pression P et à température T s'écoule à une vitesse v à travers un tube lisse de section S. Quand le gaz passe à travers un grillage métallique qui ferme le tube et oppose une résistance négligeable à l'écoulement, il s'échauffe. La puissance acquise par le gaz est égale à q. Déterminer la vitesse du gaz derrière le grillage métallique. Quelle est la force de pression du gaz sur le grillage? La masse molaire du gaz est μ, l'indice adiabatique γ.

§ 5.8. Probabilité d'un état thermodynamique

5.8.1. a. Divisons un récipient de capacité V en deux parties identiques *1* et *2*. Supposons qu'une molécule se déplace dans ce récipient. Observons cette molécule pendant un temps τ. La molécule se trouve, en moyenne, dans la partie *1* du récipient pendant une moitié du temps et dans la partie *2* pendant l'autre moitié. Si deux molécules se déplacent dans le récipient, pendant combien de temps se trouvent-elles ensemble dans la partie *1*?

b. Trois molécules sont en mouvement dans le récipient. Pendant combien de temps se trouvent-elles simultanément dans la partie *1*?

c. N molécules se déplacent dans le récipient. Pendant combien de temps se trouvent-elles simultanément dans la partie *1*?

5.8.2. Une fraction de temps pendant laquelle des particules se trouvent dans un état quelconque est souvent appelée probabilité de cet état.

a. Deux molécules se trouvent dans un récipient. Quelle est la probabilité de leur présence dans la moitié gauche du récipient? Dans n'importe quelle moitié?

b. Quelle est la probabilité de leur présence dans les deux parties du récipient?

c. Trois molécules se trouvent dans un récipient. Quelle est la probabilité de la présence de deux d'entre elles dans la partie gauche du récipient et de l'absence des trois, toujours dans cette partie gauche?

5.8.3. N molécules se trouvent dans un récipient de capacité V_0.

a. Déterminer la probabilité pour qu'aucune molécule ne se trouve dans un volume V qui fait partie du volume V_0.

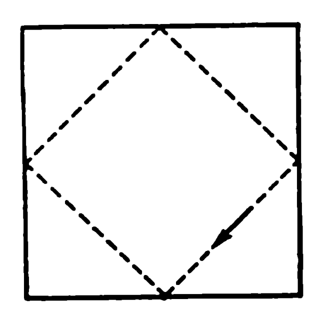
b. A quoi doit être égal ce volume pour que la probabilité de cet événement soit proche de 10^{-2}?

5.8.4*. Evaluer la probabilité pour que la masse volumique de l'air contenu dans un volume de 0,1 mm^3 d'une partie quelconque de votre pièce soit deux fois plus grande que sa masse volumique ordinaire. Quel doit être le volume de cette partie pour que cette probabilité soit assez grande?

◇ **5.8.5.** La trajectoire d'un atome réfléchi élastiquement sur les parois d'un cube dont les dimensions sont $a \times a \times a$, est un carré. La vitesse de l'atome est v.

a. A quelle vitesse moyenne se déplace sur chaque paroi le point de collision si l'on fait varier l'angle d'incidence dans le plan du carré de $\Delta \ll 1$? Avec quelles valeurs de Δ la trajectoire de l'atome est-elle fermée? Non fermée? Déterminer la distance entre les parties parallèles voisines des trajectoires dans le premier et le second cas.

b. Pourquoi peut-on estimer que la trajectoire de l'atome est en général non fermée ? Quelle est la probabilité de trouver l'atome dans un carré de surface S situé dans un plan où il se déplace dans le cas d'une trajectoire non fermée ?

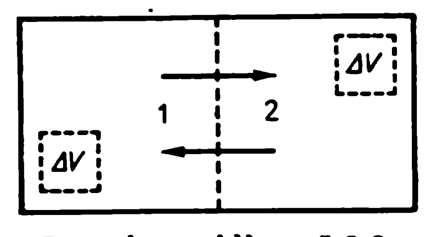


Pour le problème 5.8.5

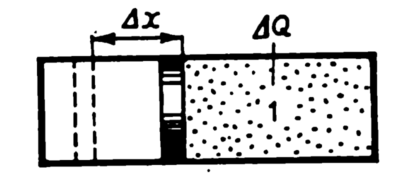
c*. Comment se déplacera l'atome si l'on fait varier son angle d'incidence perpendiculairement au plan du carré de $\Delta \ll 1$? Quelle sera la probabilité de le trouver dans une région de volume V se trouvant à l'intérieur du cube ?

5.8.6*. Résoudre les problèmes 5.8.5 dans le cas où la tangente de l'angle d'incidence est initialement égale à $1/m$, où m est un nombre entier.

5.8.7. Des atomes animés d'une vitesse v de même module pénètrent simultanément dans un cylindre par un petit orifice situé sur son axe. Les directions des vitesses des atomes sont distribuées uniformément à l'intérieur d'un cône dont l'angle au sommet Δ est petit. Le cône des vitesses est coaxial au cylindre. Le rayon du cylindre



Pour le problème 5.8.8



Pour le problème 5.8.9

est R, sa hauteur H. Evaluer le temps qu'il faut aux atomes pour remplir uniformément l'espace à l'intérieur du cylindre dans le cas où ils se réfléchissent élastiquement sur ses parois et dans le cas où, au bout d'un temps $\tau \gg R/v$, H/v après sa collision contre une paroi, un atome pénètre, à une vitesse v, à l'intérieur de ce cylindre sous n'importe quel angle par rapport à sa paroi.

◇ **5.8.8*.** Lorsque des particules passent de la région *1* à la région *2*, un travail A est produit, avec ces particules, à la frontière de ces régions. Démontrer que la probabilité de trouver dans un volu-

me ΔV une particule animée d'une vitesse comprise dans l'intervalle Δv est partout la même, si dans la région *1* les particules sont distribuées uniformément d'après les vitesses.

◇ 5.8.9. La connaissance de la probabilité d'état d'un système en physique moléculaire permet de prédire le comportement ultérieur de ce système.

On peut réaliser un événement peu probable. Par exemple, la moitié d'un récipient divisé en deux parties égales par une cloison contient un gaz. On enlève brusquement cette cloison. On a réalisé l'état du gaz dont la probabilité est égale à 2^{-N}, où N est le nombre de particules gazeuses dans le récipient. On peut obtenir ce résultat en résolvant le problème 5.8.1. c. A des instants suivants d'autres états seront réalisés dans le récipient. Le système ne reviendra pas à l'état initial car sa probabilité est fort petite ! Par conséquent on assistera à un passage irréversible à de nouveaux états plus probables, les molécules rempliront tout l'espace du récipient.

Cet exemple montre qu'il est très utile de connaître la probabilité d'état du nouveau système.

Comment calculer la probabilité d'état pour d'autres systèmes? Les calculs ne seront-ils pas trop compliqués? Non, pas trop. Pour calculer de combien de fois la probabilité d'un état est supérieure à celle d'un autre état il faut procéder comme suit. Si nous communiquons une quantité de chaleur Q à un système se trouvant dans un état *1* à une température T, il passe à un autre état dont la probabilité est $\exp(Q/kT)$ fois plus grande que celle de l'état *1* (k est la constante de Boltzmann).

Donnons un exemple montrant comment on procède à ces calculs. Trouvons de combien de fois la probabilité d'un état, dans lequel les N molécules de gaz se trouvent dans une moitié de récipient (état *1*), est plus petite que celle d'un état dans lequel les molécules remplissent uniformément tout l'espace du récipient (état *2*). Divisons le récipient où se trouvent les molécules par un piston mobile. En déplaçant le piston vers la gauche de Δx le gaz produit un travail ΔA et se refroidit. Pour que la température du gaz reste constante, nous devons communiquer à ses molécules une quantité de chaleur $\Delta Q = \Delta A$ (pour restituer les pertes énergétiques dans le gaz). Par conséquent, lorsque le piston se déplace vers la gauche nous communiquons au gaz se trouvant à une température T une quantité de chaleur $Q = A$. A la détente isotherme $A = \nu RT \ln (V_f/V_i)$, où ν est la quantité de gaz (en moles), $R = kN_A$ la constante des gaz, N_A le nombre d'Avogadro, V_i le volume initial du gaz, V_f son volume final.

Dans notre cas $N = \nu N_A$, $V_f/V_i = 2$, ce qui nous permet de récrire la formule du travail sous la forme $A = NkT \ln 2$. Il s'ensuit que la probabilité de l'état *2* est $\exp(A/kT) = \exp N \ln 2 = 2^N$ fois

plus grande que celle de l'état *1*. Nous avons résolu le problème 5.8.1. c en considérant le processus thermodynamique.

En procédant de la même façon, déterminer la probabilité pour que la région de volume V qui fait partie de l'espace de volume V_0 contienne toutes les molécules qui se déplacent dans cet espace. En utilisant le processus thermodynamique, résoudre le problème 5.8.3. Peut-on résoudre ainsi le problème 5.8.1 ?

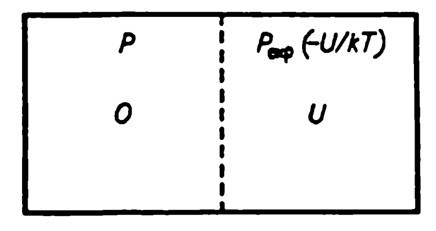
5.8.10. Quel travail minimal faut-il effectuer pour augmenter la concentration de l'or dans 1 kg de roche de 10^{-6} à 10^{-2} à la température ambiante?

5.8.11*. Démontrer qu'à une température T une cloison semi-transparente se trouvant dans une solution diluée est assujettie à une pression $P = nkT$, où n est le nombre de molécules d'un soluté contenues dans l'unité de volume de la solution. Pourquoi cette formule n'est-elle valable que pour une solution diluée?

5.8.12*. $2N$ molécules se déplacent dans un espace de volume $2V_0$. De combien de fois la probabilité de présence de N molécules dans une région de volume $V_0 - V$ est-elle inférieure à celle de présence de N molécules dans tout l'espace V_0 ?

5.8.13*. Un gramme de glace se trouvant à une température de 0 °C dans une boîte étanche est placé dans un récipient rempli d'eau dont la température est de 20 °C. Déterminer de combient de fois la probabilité du processus de transformation de la glace en eau est-elle plus grande que celle du processus inverse: l'eau de fonte qui se trouve dans la boîte commence tout-à-coup à céder de la chaleur à l'eau environnante et se transforme en glace. La température de l'eau contenue dans le récipient ne change pratiquement pas à la fonte de la glace.

◇ **5.8.14.** Démontrer, à l'aide d'un processus thermodynamique, qu'à une température T: a) la pression d'un gaz parfait dans une



Pour le problème 5.8.14

région limitée est exp (U/kT) fois plus petite que dans l'espace restant si cette région est séparée du reste de l'espace par une barrière de potentiel énergétique qui est égale à U pour chaque particule de gaz ; b) la concentration des molécules d'un soluté contenues dans la région limitée est exp (U/kT) fois plus petite que dans l'espace restant occupé par un solvant à condition que cette région soit sépa-

rée de la partie restante du solvant par une barrière de potentiel énergétique qui est égale à U pour chaque molécule du soluté et qu'on puisse négliger l'interaction entre ces molécules.

5.8.15. Un piston divise initialement un récipient cylindrique en deux parties égales dans lesquelles se trouve un gaz parfait de même masse et de même température. Le processus dans lequel, lors du mouvement du piston, la température augmente de deux fois dans une partie et diminue de deux fois dans l'autre, est-il réel ? On négligera la capacité calorifique du piston et du cylindre ; le système est isolé.

5.8.16. Un fusil gazodynamique est un cylindre rempli d'un gaz monoatomique et fermé par un piston mobile. En se dilatant le gaz met le piston en mouvement. Le processus est-il réel si avec l'augmentation du volume de gaz de n fois sa température diminue de n fois ? de $\sqrt{n}$ fois ? Le système est isolé.

§ 5.9. Second principe de la thermodynamique

5.9.1. Deux corps identiques chauffés à des températures différentes sont mis en contact thermique l'un avec l'autre. Leurs températures s'égalisent. Montrer que dans ce processus l'entropie du système augmente.

5.9.2. Trouver l'accroissement d'entropie de 1 kg de glace lors de sa fonte.

5.9.3. De combien croît l'entropie de 1 kg d'eau se trouvant à une température de 293 K lorsqu'elle se transforme en vapeur ?

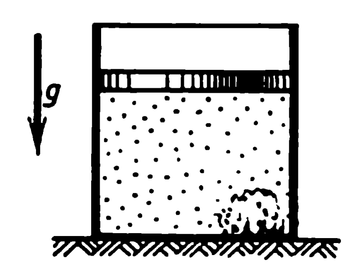
5.9.4. Trouver l'accroissement d'entropie de l'hydrogène quand il se détend d'un volume V à un volume $2V$: a) dans le vide ; b) dans un processus isotherme. La masse du gaz est m.

5.9.5. Calculer l'accroissement d'entropie de l'hydrogène de masse m passant d'un volume V_1 et d'une température T_1 à un volume V_2 et à une température T_2 si le gaz : a) s'échauffe à volume constant V_1 puis se détend de façon isotherme ; b) se détend à température constante T_1 jusqu'au volume V_2 puis s'échauffe à volume constant ; c) se détend adiabatiquement jusqu'au volume V_2 puis s'échauffe à volume constant.

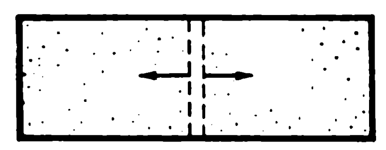
5.9.6*. Un morceau de glace pesant 0,1 kg à une température de 0 °C est jeté dans un récipient calorifuge contenant 2 kg de benzène à 50 °C. Trouver l'accroissement d'entropie du système après l'instauration de l'équilibre. La chaleur massique du benzène est égale à 1,75 kJ/(kg·K).

◇ 5.9.7*. Un récipient calorifuge contient 0,5 kmole d'hélium et 1 kg de glace. A une date initiale la température de la glace est égale à 273 K et celle de l'hélium à 303 K. Le récipient est fermé par un piston mobile. Trouver l'accroissement d'entropie du système passant à l'équilibre.

◇ **5.9.8.** Un récipient de volume V est divisé par deux cloisons en deux parties égales dans lesquelles se trouvent des gaz différents. Chaque cloison n'est perméable que pour le gaz qui est contenu dans la partie de récipient qu'elle ferme initialement. Sous l'action des gaz les cloisons se déplacent jusqu'aux parois du récipient. Trouver



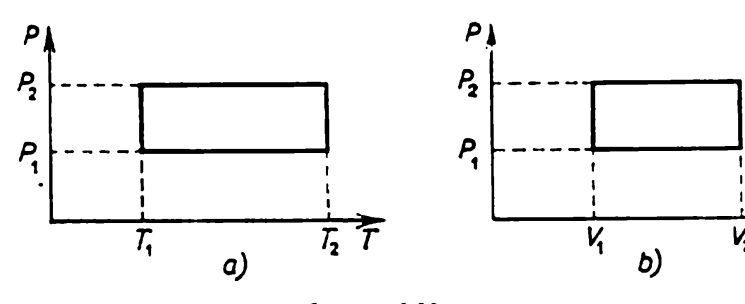
Pour le problème 5.9.7



Pour le problème 5.9.8

l'accroissement d'entropie lors de ce mouvement si la pression initiale des gaz est P et la température T. Pourquoi ce processus est-il impossible si des deux côtés les gaz sont identiques ou s'il est impossible par voie expérimentale de distinguer un gaz d'un autre (par exemple, au siècle dernier il était impossible de distinguer les isotopes) ?

◇ **5.9.9*.** Une machine thermique dont le fluide moteur est 1 mole d'un gaz parfait monoatomique fonctionne en cycles fermés repré-



Pour le problème 5.9.9

sentés sur le dessin. Trouver l'accroissement d'entropie dans la machine au cours d'un cycle.

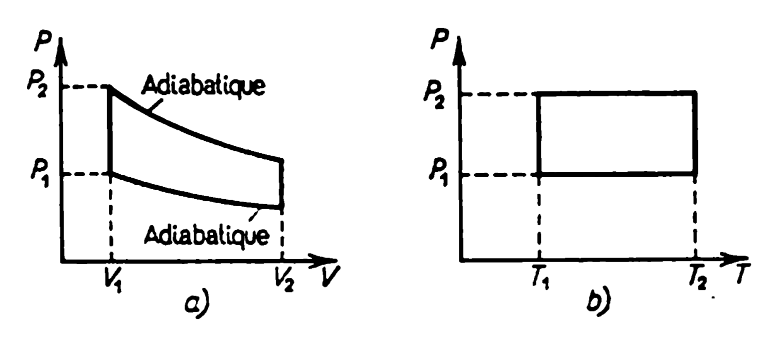
◇ **5.9.10*.** Trouver le rendement des cycles représentés sur le dessin si le fluide moteur d'une machine thermique est un gaz parfait monoatomique.

5.9.11. Le processus par lequel toute la chaleur transmise par une source chaude à une source froide se transforme en un travail, existe-t-il ?

5.9.12. Peut-on transformer pratiquement toute l'énergie interne d'un gaz en un travail mécanique ?

5.9.13. Une machine à vapeur d'une puissance de 14,7 kW consomme par 1 h du travail 8,1 kg de charbon dont la chaleur massique

de combustion est égale à $3{,}3 \cdot 10^7$ J/kg. La température de la chaudière est égale à 200 °C, celle du réfrigérant à 58 °C. Trouver le rendement de cette machine et le comparer à celui d'une machine termique parfaite.



Pour le problème 5.9.10

5.9.14. Montrer que le rendement d'une machine thermique est maximal dans un processus cyclique lorsque l'entropie du système ne varie pas.

5.9.15. Pourquoi le rendement d'un moteur à explosion diminue-t-il brusquement à la détonation (combustion par explosion d'un mélange air-essence) ?

5.9.16. Un bateau ayant à son bord un morceau de glace pesant 1 kg à 0 °C se trouve dans l'océan. Déterminer le travail maximal que l'on peut obtenir en utilisant la fonte de la glace. La température de l'eau est égale à 27 °C.

5.9.17. Quel travail peut-on produire en prenant un iceberg d'un volume de 1 km³ pour source froide et l'océan pour source chaude? Combien de temps met la centrale hydro-électrique de Krasnoïarsk pour produire la même quantité d'énergie ? La puissance de la centrale de Krasnoïarsk est de 6 GW.

5.9.18*. Un corps chauffé à température initiale T est utilisé en tant que source chaude dans une machine thermique. La capacité calorifique de ce corps ne dépend pas de la température et est égale à C. Un milieu illimité dont la température est constante et égale à T_0 sert de source froide. Trouver le travail maximal que l'on peut obtenir en refroidissant ce corps chaud.

5.9.19*. Soient deux corps aux températures initiales T_1 et T_2. Les capacités calorifiques de ces corps sont respectivement égales à C_1 et C_2 et ne dépendent pas de la température. Un corps est utilisé dans une machine thermique comme source chaude et l'autre comme source froide. Trouver le travail maximal que l'on peut obtenir de cette façon. Effectuer le calcul pour le cas où le premier corps est 1 kg d'eau bouillante et le deuxième est 1 kg d'eau à 0 °C.

5.9.20. Comment varie la température dans une pièce si la porte d'un réfrigérateur est laissée ouverte?

5.9.21. Une machine thermique parfaite dont le rendement est η fonctionne en cycle inverse. Quelle quantité maximale de chaleur peut-on emprunter à une source froide en produisant un travail mécanique A?

5.9.22. Le calorifugeage absolu est impossible. A première vue une puissance thermique de 0,1 W arrivant dans une chambre froide par suite d'un calorifugeage imparfait semble insignifiante. Calculer la puissance minimale qu'il faut dépenser dans ce cas pour maintenir dans cette chambre une température de 10^{-4} K à la température ambiante de 20 °C. Procéder à un calcul analogue pour un réfrigérateur ménager dans la chambre duquel il faut maintenir une température de —13 °C. (Dans les installations servant à obtenir des basses températures records on réussit à diminuer jusqu'à 0,01 W, et au-dessous, la puissance de cet apport parasite de chaleur.)

5.9.23. Une machine thermique parfaite travaillant en cycle inverse transmet la chaleur de la source froide qui est un réfrigérant contenant de l'eau à une température de 0 °C à la source chaude qui est une bouilloire contenant de l'eau portée à 100 °C. Combien d'eau faut-il congeler dans le réfrigérant pour transformer en vapeur 1 kg d'eau dans la bouilloire?

5.9.24*. A l'aide d'un réchaud électrique d'une puissance de 1 kW on maintient la température d'une pièce à 17 °C quand la température de l'air extérieur est de —23 °C. Quelle devrait être la puissance d'une machine thermique parfaite pour qu'elle maintienne la pièce à la même température?

5.9.25*. Quel travail minimal faut-il effectuer pour congeler 1 kg d'eau se trouvant à une température ambiante de 300 K?

5.9.26. On sait que quand on dissout certaines substances dans l'eau (l'hyposulfite par exemple) la température de la solution diminue. En utilisant cette solution comme source froide et le milieu ambiant comme source chaude nous pouvons produire un certain travail. Ensuite, ayant attendu le séchage de la solution, nous répétons le cycle. Obtenons-nous ainsi un moteur à mouvement perpétuel de seconde espèce?

§ 5.10. Transformations de phase

5.10.1. Une casserole est remplie d'eau froide (à une température de 10 °C) et mise sur un feu. Au bout de 10 mn l'eau commence à bouillir. En combien de temps se vaporise-t-elle complètement?

5.10.2. Les rayons solaires pourraient-ils fondre une couche de neige d'une épaisseur de 1 m à l'équateur durant une journée de soleil? La densité maximale du flux d'énergie solaire est proche de 1 kW/m^2 et le coefficient de réflexion, de 0,9.

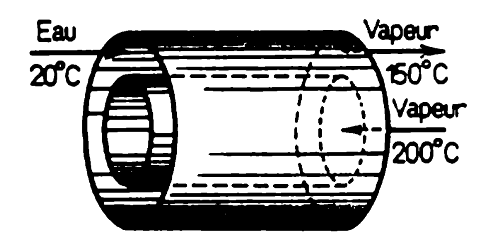
5.10.3. Pourquoi de l'eau contenue dans un récipient fermé par un couvercle commence-t-elle à bouillir plus vite que dans le récipient ouvert?

5.10.4. De la glace fond dans un godet cylindrique lorsqu'on amène à ce dernier une puissance thermique de 1 kW. Le diamètre du godet est égal à 10 cm. Déterminer comment varie la pression du mélange eau-glace au fond du godet quand de la glace fond.

5.10.5. Un ballon contenait de l'eau à 0 °C. En évacuant la vapeur on a gelé toute l'eau contenue dans le ballon. Quelle partie de l'eau s'est évaporée?

5.10.6. Dans 100 g d'eau à une température de 10 °C on a mis 40 g de glace ayant une température de —10 °C. Pour quel rapport eau-glace apparaît l'état d'équilibre thermique dans ce système si celui-ci est calorifugé? La chaleur massique de la glace est égale à 2,5 kJ/kg.

◇ **5.10.7.** Un échangeur de chaleur se compose de deux longs tubes coaxiaux. Dans le tube intérieur on laisse passer de la vapeur d'eau



Pour le problème 5.10.7

à une température initiale de 200 °C. Dans le tube extérieur arrive à contre-courant par unité de temps 0,1 kg d'eau à une température de 20 °C. L'eau sort du côté opposé sous forme de vapeur à une température de 150 °C. Quelle masse de vapeur entre dans le tube intérieur de l'échangeur de chaleur par unité de temps? La pression dans les tubes est atmosphérique.

5.10.8*. Evaluer l'épaisseur de la glace qui se forme par jour à la surface d'un lac quand la température de l'air est de —10 °C. La conductivité thermique de la glace est égale à 2.2 W/(m·K), sa masse volumique à $0{,}9\cdot10^3$ kg/m^3.

5.10.9. a. Pourquoi une casserole ne brûle-t-elle qu'une fois toute l'eau évaporée?

b. Peut-on bouillir de l'eau dans un verre de papier?

5.10.10. « Malgré sa très basse température la neige carbonique peut être mise sur la peau sans aucun danger..., mais si un morceau est serré entre les doigts, la gelure sera grave » (*Mendéléev D.* « Fondements de la chimie ». L., Gostekhizdat, 1949, v. 1, en russe). Expliquer ce phénomène.

5.10.11. Des gouttes d'eau « tiennent » plus longtemps sur un fourneau très brûlant que sur un fourneau simplement chaud. Pourquoi ?

5.10.12. Pourquoi se conservent une température très basse de l'air liquide (81 K) dans le vase de Dewar et une basse température de la glace carbonique dans une boîte d'une vendeuse de glaces par un jour d'été chaud ? Pourquoi la glace carbonique ne fond-elle pas comme l'eau congelée ?

5.10.13. Le givre sur les arbres disparaît parfois sans vent et sans dégel. Expliquer comment cela se passe.

5.10.14. On fait bouillir de l'eau dans une bouilloire se trouvant sur un réchaud électrique d'une puissance de 1 kW. Trouver la vitesse d'écoulement de la vapeur à partir du bec de la bouilloire si l'on considère la vapeur comme un gaz parfait. La pression de la vapeur à l'extrémité du bec est égale à 1 atm, la section du bec à 1 cm^2. On admettra que toute l'énergie du réchaud est transmise à l'eau.

5.10.15*. On verse dans un godet deux liquides immiscibles: du tétrachlorure de carbone (CCl_4) et de l'eau. A pression atmosphérique normale CCl_4 bout à 76,7 °C et l'eau à 100 °C. Lors d'un chauffage uniforme du godet contenant le mélange dans un bain d'eau, l'ébullition à la frontière de séparation des liquides commence à une température de 65,5 °C. Déterminer lequel des deux liquides s'évapore le plus vite (en masse) pendant cette ébullition « limitrophe » et de combien de fois. La pression de la vapeur d'eau saturante à 65,5 °C est égale à 25,6 kPa.

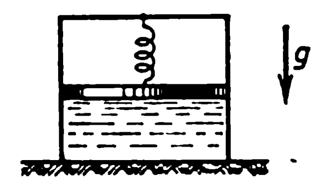
5.10.16. Pourquoi dans les chaudières à vapeur surchauffe-t-on la vapeur ?

5.10.17. Peut-on enlever de l'eau bouillante par une pompe aspirante à eau ?

5.10.18. A une température critique la chaleur de vaporisation d'un liquide quelconque est nulle. Pourquoi ?

5.10.19. Il tombe dans la rue une pluie d'automne froide. Dans une cuisine on a étendu beaucoup de linge lavé. Le linge séchera-t-il plus vite si l'on ouvre un vasistas ?

◇ **5.10.20.** Un cylindre d'une section de 20 cm^2 est divisé en deux parties par un piston pesant 5 kg. De l'eau se trouve dans la partie



Pour le problème 5.10.20

inférieure du cylindre tandis que la partie supérieure de celui-ci est évacuée. Le piston est lié au cylindre par un ressort d'une raideur

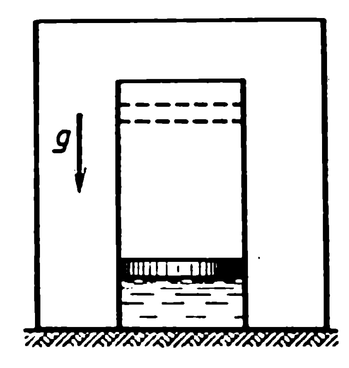
de 15 N/m. Initialement le ressort n'est pas déformé. Déterminer la masse de la vapeur formée si l'eau est chauffée de 0 à 100 °C. On négligera les frottements.

5.10.21. Un cylindre fermé par un piston contient de l'air à une température de 20 °C. Une goutte d'eau se trouve au fond du cylindre. A quoi sera égale la pression dans le cylindre après la diminution isotherme de deux fois de sa capacité ? Quel travail faut-il produire à cet effet ? La capacité initiale du cylindre est égale à 0,5 m^3, la pression de la vapeur saturante à une température de 20 °C à 1,73 kPa. La pression initiale dans le cylindre est égale à 101,3 kPa.

5.10.22. Un récipient solide fermé contient de l'azote à une température de 300 K et sous une pression P_0. On y injecte une certaine quantité d'azote liquide pulvérisé à une température d'ébullition de 77,3 K qui s'évapore vite. Au bout d'un temps prolongé, lorsque la température devient égale à la température initiale, la pression qui s'établit dans le récipient est égale à $2P_0$. Déterminer quelle était la pression minimale de l'azote dans le récipient après l'injection. La chaleur molaire de l'azote $c = {}^5/_2\, R$ et sa chaleur molaire de vaporisation est égale à 5,53 kJ/mol.

5.10.23. Un cylindre évacué assez grand et fermé par un piston contient un peu d'eau avec de la glace. La masse de la glace est m, la température est de 0 °C, la pression de la vapeur d'eau saturante est P_0. De combien faut-il changer la capacité du cylindre, à l'aide du piston, pour que toute la glace soit fondue ? Quel travail faut-il effectuer à cet effet ? La chaleur massique de vaporisation est q, la chaleur massique de fusion de la glace λ, la masse moléculaire de l'eau μ.

◇ **5.10.24*.** Un cylindre de 100 cm^2 de section est placé verticalement dans un récipient évacué. Il est fermé par un piston mobile sous



Pour le problème 5.10.24

lequel il y a 100 cm^3 d'eau. Le cylindre avec le piston et l'eau ont une température de 100 °C. Le piston est lâché. Lorsqu'il s'arrête on trouve sous le piston de la glace à 0 °C et de la vapeur d'eau. La pression de la vapeur saturante au-dessus de la glace à 0 °C est de

610 Pa. Tout le système est thermiquement isolé de l'espace environnant. La capacité calorifique du cylindre avec le piston est égale à 42 J/K. A quelle hauteur monte le piston?

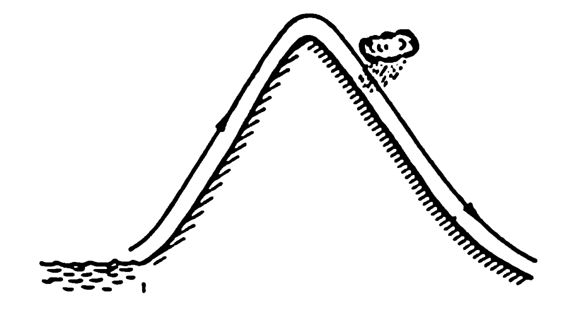
5.10.25. Quelle partie de l'eau sous-refroidie jusqu'à —4 °C sera-t-elle gelée si l'on y jette un morceau de glace en provoquant ainsi une cristallisation?

5.10.26. De la glace est enfermée à une température de 0 °C dans une enveloppe athermane et soumise à une pression de 100 MPa. Quelle partie de la glace fond en sachant qu'avec une élévation de 13,8 MPa de la pression la température de fusion de la glace diminue de 1°C? La chaleur massique de la glace est égale à 2,5 kJ/(kg·K).

5.10.27. a. De combien de fois la pression de la vapeur saturante au-dessus de la surface d'un liquide monté dans un tube capillaire à une hauteur h est-elle inférieure à la pression de la vapeur saturante au-dessus d'une surface plane? La masse moléculaire du liquide est m, la température T. Exprimer le même rapport des pressions en fonction du rayon de courbure du liquide r, de la tension superficielle σ et de la masse volumique du liquide ρ.

b. Deux gouttes d'eau de rayons $r_1 = 1$ mm et $r_2 = 1,1$ mm se trouvent en équilibre, à la température ambiante, dans un récipient fermé. Comment diffèrent les hauteurs auxquelles elles se trouvent?

◇ **5.10.28.** L'air humide transporté par le vent du littoral du Pacifique se détend et se refroidit en montant les versants de la Cordillère. La vapeur d'eau contenue dans l'air tombe alors sous forme



Pour le problème 5.10.28

de précipitations atmosphériques. Evaluer de combien diffèrent les valeurs de la température de l'air au pied des montagnes des deux côtés de la Cordillère si son humidité près du littoral $\varphi = 60$ % et la température $t_1 = 25$ °C. A cette température la pression de la vapeur d'eau saturante $P_s = 34$ kPa. La chaleur massique de vaporisation de l'eau $\lambda = 2,5\cdot10^6$ J/kg. La pression atmosphérique au pied des montagnes $P = 10^5$ Pa.

5.10.29. La pression de la vapeur saturante au-dessus d'un corps solide est P. Comment varie la pression exercée sur la surface de ce

corps si la vapeur est complètement évacuée et si la température du corps reste la même?

5.10.30. Une goutte de liquide de rayon r se trouve au centre d'un récipient évacué de rayon R. Les parois du volume absorbent complètement le liquide qui s'évapore de la goutte. La pression sur la paroi du volume est P_0. Déterminer la pression à la surface de la goutte.

5.10.31*. A l'intérieur du récipient évacué (voir problème 5.10.30) on place à une distance L de la goutte un autre récipient muni d'un petit orifice tourné vers cette goutte. Quelle sera la pression de la vapeur du liquide dans ce récipient?

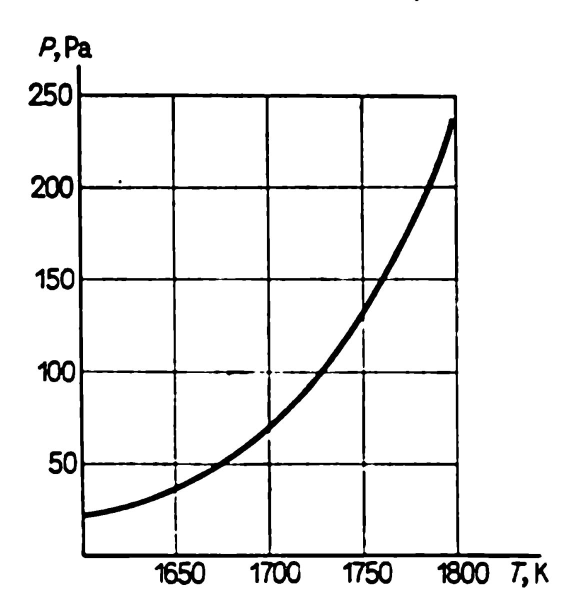
5.10.32. a. De combien de fois augmente la vitesse de vaporisation d'un corps solide dans le vide avec un accroissement de sa température de n fois si la pression des vapeurs saturantes augmente alors de m fois?

b. Avec un accroissement de la température d'un corps solide de 300 à 600 K sa vitesse de vaporisation augmente de 141 fois. La pression de la vapeur saturante à une température de 300 K est P_0. Déterminer la pression de la vapeur saturante à 600 K.

5.10.33. Déterminer l'accélération maximale d'une fusée à eau dont la poussée est créée par l'évaporation de l'eau à une température de 100 °C. La masse de la fusée est égale à 50 t et la surface d'évaporation à 1 m^2.

5.10.34. Evaluer la vitesse maximale de l'évaporation d'une surface de 1 m^2 de glace à 0° C et de la surface d'eau à 100 °C.

◇ **5.10.35*.** Une bille d'aluminium qui se vaporise et dont le diamètre est de 2 mm dépose pendant 1 mn, par pulvérisation, une couche d'aluminium d'une épaisseur de 1 μm sur une surface plane



Pour le problème 5.10.35

froide qui est tournée vers la bille. La masse volumique de l'aluminium est égale à 2,6 g/cm^3, la surface à pulvériser se trouve à une distance de 1 cm de la bille. Evaluer la température de la bille d'aluminium en se servant du dessin sur lequel est représentée la courbe de variation, en fonction de la température, de la pression de la vapeur saturante de l'aluminium.

§ 5.11. Rayonnement thermique

5.11.1. Une unité de surface d'un corps chauffé à une température T émet par unité de temps une énergie (densité du flux d'énergie) proportionnelle à la quatrième puissance de la température: $\varphi = \varepsilon\sigma T^4$, où $\varepsilon < 1$ est un degré de noirceur du corps, $\sigma = 5{,}672 \times 10^{-8}$ W/(m$^2\cdot$K^4) la constante de Stefan-Boltzmann, T la température.

a. Evaluer la quantité d'énergie thermique qu'émet votre corps par unité de temps (flux d'énergie de la surface de votre corps). Le degré de noirceur du corps est posé égal à 0,3.

b. Le Soleil rayonne en tant que corps noir parfait à une température de 6300 K. Déterminer la densité du flux d'énergie en provenance de la surface du Soleil.

5.11.2. Evaluer la température de la spirale d'un réchaud électrique d'une puissance de 0,5 kW et du fil d'incandescence d'une lampe électrique d'une puissance de 150 W. On posera que la chaleur n'est transmise que par rayonnement.

5.11.3*. Déterminer la densité d'énergie d'un rayonnement thermique dans la cavité d'un corps porté à une température T. La vitesse de la lumière est égale à $3\cdot10^8$ m/s.

5.11.4. En utilisant la condition d'équilibre thermique de deux corps qui échangent de l'énergie par ayonnement thermique, démontrer que le degré de noirceur du corps est égal à l'indice d'absorption du rayonnement par ces corps.

5.11.5. a. « En chauffant un morceau d'acier à une température de 800 °C nous observons une chaleur rouge cerise; or une petite tige transparente de quartz fondu ne brille pas à cette température » (*Landsberg G.* Optique. M., Editions Mir, 1988). Expliquer cet effet.

b. Pourquoi dans du charbon incandescent la craie semble-t-elle sombre ?

5.11.6*. a. Déterminer la température d'une sphère métallique près d'une surface noire plane chauffée à une température T_0.

b. Déterminer la température d'une boule qui se trouve entre deux plans noirs parallèles chauffés à des températures T_1 et T_2.

5.11.7. a. Une boule de rayon R est chauffée à une température T_0. Le degré de noirceur de sa surface est ε. Déterminer la température

d'un grain de poussière sphérique situé à une distance L du centre de la boule.

b. Evaluer la densité de l'énergie qui arrive du Soleil sur la Terre en sachant que la température moyenne de la surface terrestre est égale à 20 °C.

5.11.8. Les distances entre le Soleil et la Terre, Mercure, Vénus et Mars sont respectivement égales à $1{,}5\cdot 10^8$; $5{,}8\cdot 10^7$; $1{,}1\cdot 10^8$ et $2{,}3\cdot 10^8$ km. La température moyenne à la surface de la Terre est égale à 20 °C.

a. Evaluer la température moyenne de la surface de Mercure, de Vénus et de Mars.

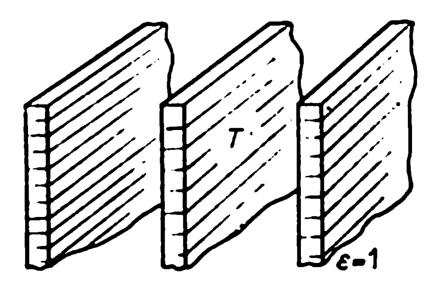
b. Evaluer le flux d'énergie provenant de la surface du Soleil.

c. Evaluer la température de la surface de la Lune à l'instant où les rayons solaires sont perpendiculaires à sa surface. Pourquoi, dans ces conditions, ne constate-t-on pas la même température à la surface de la Terre?

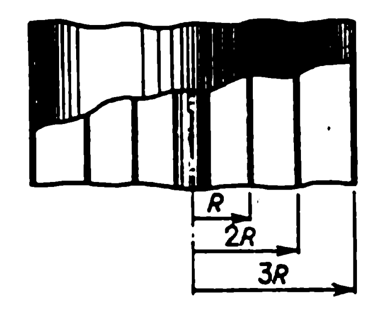
5.11.9. La densité du flux de rayonnement d'un ciel étoilé est à peu près égale à $2\cdot 10^{-6}$ W/m^2. Evaluer, en utilisant cette quantité, la température de la poussière intragalactique.

5.11.10. Quelle sera la température à l'intérieur d'un satellite sphérique qui se déplace autour de la Terre en restant tout le temps éclairé par le Soleil? Le satellite n'a pas de sources d'énergie internes.

5.11.11*. Déterminer le flux thermique (puissance thermique) transmis d'une plaque parallèle à l'autre en sachant que leurs températures sont respectivement égales à T_1 et T_2 et leurs degrés de




Pour le problème 5.11.12



Pour le problème 5.11.13

noirceur respectivement à ε_1 et ε_2. La surface de chaque plaque est S, le jeu entre les plaques est de beaucoup inférieur à leurs dimensions.

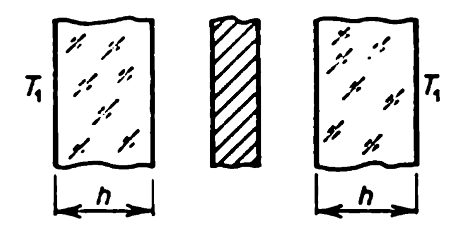
◇ **5.11.12.** Une plaque moyenne est chauffée à une température T maintenue constante.

a. Quelle est la température des plaques extérieures qui jouent un rôle d'écran?

b. Combien de plaques faisant fonction d'écran faut-il placer des deux côtés de la plaque moyenne pour faire diminuer la température de la plaque extérieure à $T/2$?

◇ **5.11.13*.** Un fil chauffant de rayon r est protégé par trois cylindres de rayons R, $2R$, et $3R$ jouant un rôle d'écran. La température du fil est T_0. Déterminer la température de l'écran extérieur. Le fil et l'écran sont de même matériau, le degré de noirceur $\varepsilon = 1$.

◇ **5.11.14*.** Un plan métallique chauffé, protégé des deux côtés par des plaques céramiques d'épaisseur h jouant un rôle d'écran, se trouve dans une chambre à vide. Le degré de noirceur du plan et des

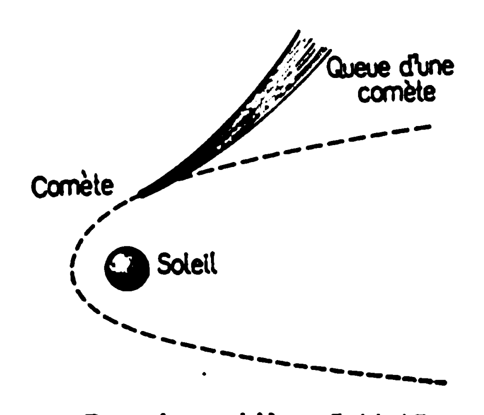


Pour le problème 5.11.14

plaques est ε, la conductivité des plaques k. La température des plaques des deux côtés extérieurs est T_1, la température de la chambre à vide T_2. Déterminer la température du plan métallique.

5.11.15. L'énergie d'un photon E est liée à son impulsion p par la relation $p = E/c$, où c est la vitesse du photon égale à la vitesse de la lumière. Démontrer que la pression du gaz photonique P est liée à la densité d'énergie w par la relation $P = w/3$.

5.11.16. « ... Un yacht spatial est une espèce de la sphère dont l'enveloppe extérieure — une voile extrêmement fine et légère — se gonfle et se déplace dans l'espace en captant la pression des rayons



Pour le problème 5.11.17

lumineux ... Si ce petit vaisseau restait sans commande dans le voisinage d'une étoile quelconque... et si la force d'attraction de celle-ci n'était pas grande, il se précipiterait loin de l'étoile suivant une ligne droite. » (*Bull P.* Planète des Singes. Bibliothèque de science-fiction moderne, 1967, t. 13, p. 27, en russe.)

a. Quelle accélération maximale peut développer ce yacht spatial à une distance R de l'étoile en sachant que le flux de rayonnement de l'étoile est Φ, la surface de la voile S, la masse du yacht m?

b*. Quelle vitesse acquerrait le yacht en parcourant, sous l'action du rayonnement, un trajet suivant un rayon de R_1 à R_2? La voile reflète complètement le rayonnement.

◇ **5.11.17.** a. Expliquer la forme de la queue de la comète qui est représentée sur le dessin. Le trait interrompu contournant le Soleil est la trajectoire de la comète.

b. Evaluer la dimension maximale des grains de poussière d'aluminium qui s'éloigneraient du Soleil sous l'action de rayonnement de celui-ci dans l'espace cosmique.

CHAPITRE 6

ÉLECTROSTATIQUE

§ 6.1. Loi de Coulomb. Intensité du champ électrique [1])

6.1.1. a. Trouver la force d'interaction des charges de 1 et de 2 C situées à une distance de 1 km l'une de l'autre.

b. Avec quelle force interagissent deux électrons à une distance de 10^{-8} cm l'un de l'autre? De combien de fois cette force est-elle plus grande que leur force d'attraction gravitationnelle?

6.1.2. Une force d'interaction entre deux charges identiques se trouvant à une distance de 1 m l'une de l'autre est égale à 1 N. Déterminer ces charges en SI et en CGS.

6.1.3. a. Une force agissant sur une charge de 1 C est égale à 1 N. A quoi est égale l'intensité du champ électrique qui s'exerce sur cette charge en SI et en CGS?

b. Une force agissant sur une charge de 10 CGS est égale à 100 dynes. A quoi est égale l'intensité du champ électrique qui agit sur cette charge en SI et en CGS?

6.1.4. Quelle est l'intensité du champ électrique qui est créée par une charge de 10 C en SI et en CGS à une distance de 1 m et de 20 m de cette charge? Avec quelle force agissent ces champs électriques sur une charge de 0,001 C? sur une charge de 1000 CGS?

6.1.5. Supposons qu'on ait réussi à diviser 1 cm³ d'eau en charges élémentaires de signes contraires qu'on éloigne ensuite l'une de l'autre à une distance de 100 km. Avec quelle force s'attireraient ces charges?

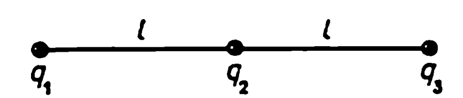
6.1.6. Quelle charge acquerrait 1 cm³ de fer si l'on réussissait à en enlever 1 % d'électrons?

◇ **6.1.7.** Trois charges q_1, q_2, q_3 sont liées entre elles par deux fils. La longueur de chaque fil est l. Trouver leur force de tension.

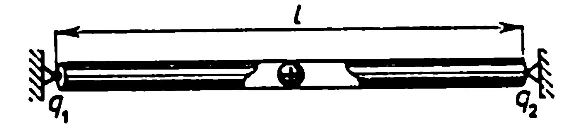
◇ **6.1.8.** Des charges positives q_1 et q_2 sont fixées aux extrémités d'un tube horizontal de longueur l. Trouver la position d'équilibre d'une bille portant une charge positive q qui est placée à l'intérieur du tube. Cette position d'équilibre est-elle stable? La position d'équilibre d'une bille chargée négativement et se trouvant dans le tube est-elle stable?

---

[1]) Si dans le problème on ne donne pas la valeur de la permittivité diélectrique d'une substance, il faut la poser égale à l'unité.

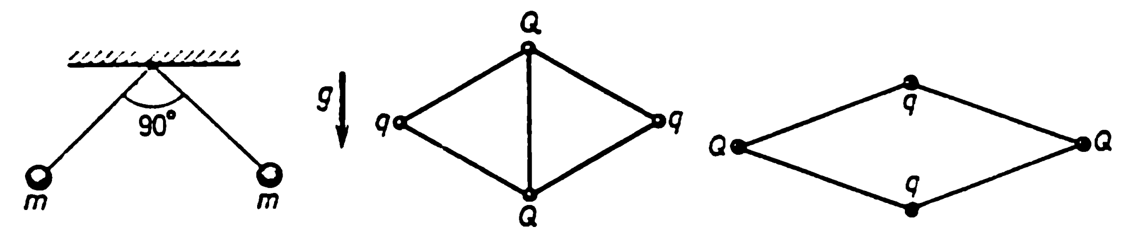


Pour le problème 6.1.7



Pour le problème 6.1.8

◇ **6.1.9.** Deux billes chargées identiques de masse m suspendues en un point à des fils de longueur l sont écartées de façon que l'angle entre ces fils devient droit. Déterminer la charge des billes.



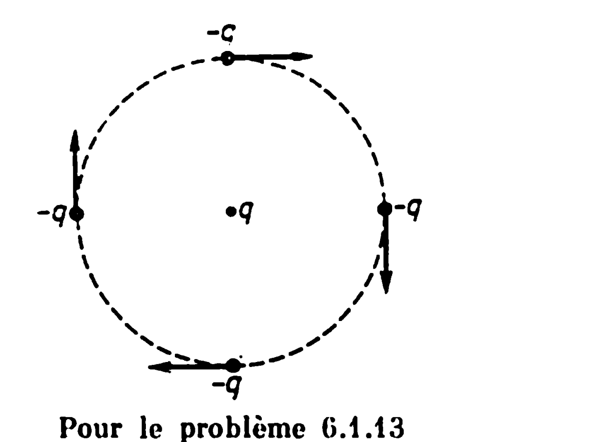
Pour le problème 6.1.9 Pour le problème 6.1.10 Pour le problème 6.1.11

◇ **6.1.10.** Quatre charges positives q, Q, q, Q sont liées par cinq fils, comme l'indique le dessin. La longueur de chaque fil est l. Déterminer la force de tension du fil liant les charges $Q > q$.

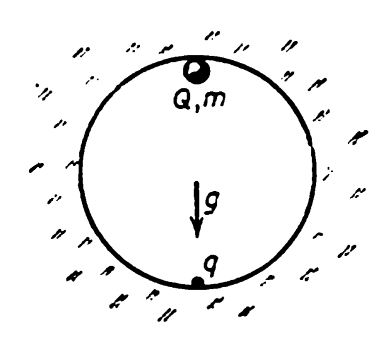
◇ **6.1.11.** Quatre charges positives Q, q, Q, q sont liées par quatre fils, comme l'indique le dessin. La longueur de chaque fil est l. Déterminer les angles entre ces fils.

6.1.12. Dans un atome d'hydrogène un électron gravite autour du proton à une vitesse angulaire de 10^{16} rad/s. Trouver le rayon de l'orbite.

◇ **6.1.13.** Quatre particules identiques, chacune de masse m et de charge $-q$, tournent autour d'une charge q sur une orbite circulai-



Pour le problème 6.1.13

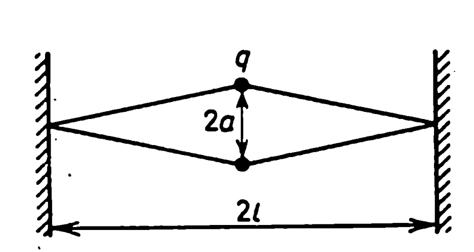


Pour le problème 6.1.14

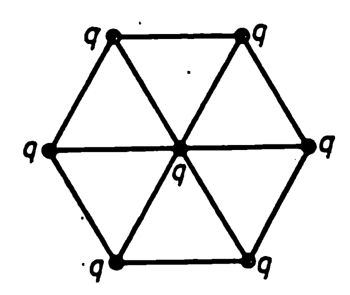
re en se trouvant aux angles d'un carré de côté l. La charge q se trouve au centre de ce carré. Déterminer la vitesse angulaire de mouvement des particules sur l'orbite.

◇ **6.1.14*.** Quelle charge minimale q faut-il fixer au point inférieur d'une cavité sphérique de rayon R pour que dans le champ de pesanteur une petite bille de masse m et de charge Q se trouve au point supérieur de la cavité dans une position d'équilibre stable?

◇ **6.1.15.** Deux charges q liées par des cordons en caoutchouc à des murs immobiles de façon indiquée sur le dessin se trouvent



Pour le problème 6.1.15

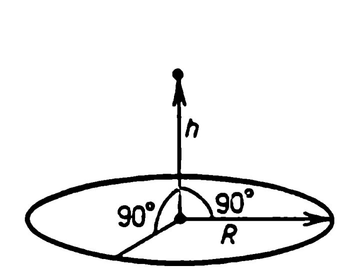


Pour le problème 6.1.16

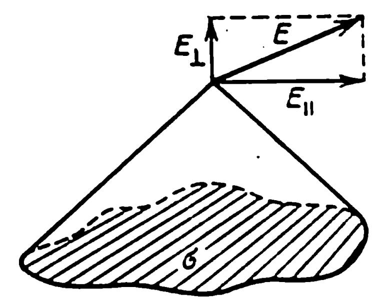
à une distance $2a$ l'une de l'autre. La distance entre les murs est égale à $2l$, la longueur de chaque cordon non déformé est l. Déterminer leur rigidité.

◇ **6.1.16*.** Sept charges identiques q sont liées l'une à l'autre par des mêmes fils élastiques, comme l'indique le dessin. La distance entre deux charges voisines est l. Déterminer la force de tension de chaque fil.

◇ **6.1.17.** A quoi est égale l'intensité d'un champ électrique au centre d'un anneau fin uniformément chargé de rayon R? A quoi



Pour le problème 6.1.17



Pour le problème 6.1.19

est égale cette intensité sur l'axe de l'anneau à une distance h du centre? La charge de l'anneau est Q.

6.1.18*. Quelle est l'intensité du champ électrique d'un fil uniformément chargé de longueur l sur une droite, qui est le prolongement de ce fil, à une distance x de l'extrémité la plus proche? La charge d'une unité de longueur du fil est ρ.

◇ **6.1.19.** Démontrer que la composante de l'intensité d'un champ électrique, qui est perpendiculaire à la surface d'une portion unifor-

mément chargée d'un plan, est égale à $E_\perp = \sigma\Omega/4\pi\varepsilon_0$, où Ω est un angle solide sous lequel cette portion est vue à partir d'un point considéré de l'espace et σ la densité superficielle de charge. Déterminer en se servant de ces données, l'intensité du champ électrique:

a) au centre d'un cube dont cinq faces sont uniformément chargées avec une densité superficielle σ et une face n'est pas chargée;

b) au centre d'un tétraèdre régulier, dont trois faces sont chargées avec une densité superficielle σ_1 et la quatrième, avec σ_2;

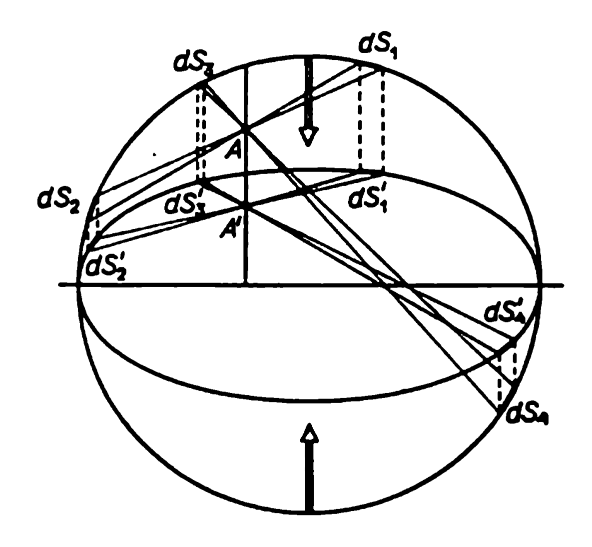
c) d'un plan uniformément chargé si la densité superficielle de charge est σ;

d) sur l'axe d'un long tube dont la section a la forme d'un triangle équilatéral si les densités superficielles de charge des faces du triangle du tube sont respectivement égales à σ_1, σ_2, σ_3;

e*) au sommet d'un cône d'angle au sommet α et de hauteur h uniformément chargé avec une densité volumique de charge ρ;

f*) sur l'arête d'une longue barre uniformément chargée avec une densité volumique de charge ρ; la section droite de la barre est un triangle équilatéral de côté l.

◇ **6.1.20.** a. On comprime une sphère uniformément chargée, avec des charges fixées à sa surface, dans une seule direction de n fois en



Pour le problème 6.1.20

la transformant en ellipsoïde. Démontrer que le champ électrique à l'intérieur de cet ellipsoïde est égal à zéro. Pour la démonstration partager la surface de l'ellipsoïde en paires de petites aires, comme représenté sur le dessin.

b. Le champ sera-t-il toujours absent à l'intérieur d'un long tube de section circulaire dont la surface est uniformément chargée si l'on comprime ce tube avec des charges superficielles fixées dans le sens transversal?

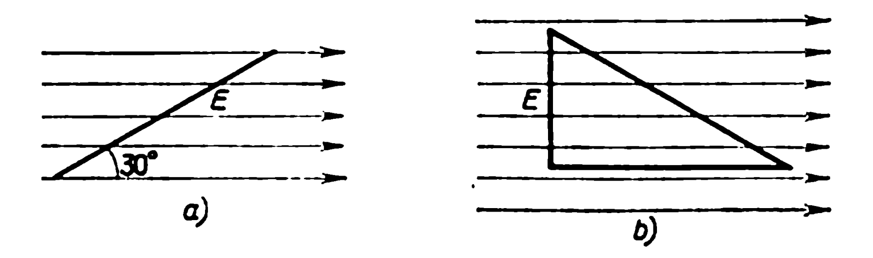
6.1.21. a. Un anneau métallique est rompu par des forces coulombiennes lorsque la charge de l'anneau est égale à Q. On en a fabriqué un nouveau, identique, avec un matériau dont la résistance est 10 fois plus grande. Quelle devra être la charge pour pouvoir rompre cet anneau?

b. Quelle charge pourra déchirer un nouvel anneau fait avec un ancien matériau si toutes les dimensions du nouvel anneau sont trois fois plus grandes que celles de l'ancien?

§ 6.2. Flux d'intensité d'un champ électrique. Théorème de Gauss

◇ **6.2.1.** a. L'intensité d'un champ électrique uniforme est égale à E. A quoi est égal le flux d'intensité du champ électrique à travers un carré de côté l dont le plan forme un angle de 30° avec la direction du champ électrique?

b. En calculant le flux d'intensité d'un champ électrique à travers une surface fermée, les flux entrant à l'intérieur sont pris avec le



Pour le problème 6.2.1.

signe moins et ceux qui sortent à l'extérieur avec le signe plus. En utilisant cette règle, trouver les flux négatifs et positifs d'un champ électrique uniforme d'intensité $\boldsymbol{E}$ à travers une surface fermée d'un prisme droit triangulaire de hauteur h. La face avant du prisme, d'une largeur h, est perpendiculaire à $\boldsymbol{E}$ et la face inférieure est parallèle à $\boldsymbol{E}$.

c*. Démontrer que le flux d'intensité d'un champ électrique uniforme à travers toute surface fermée est nul.

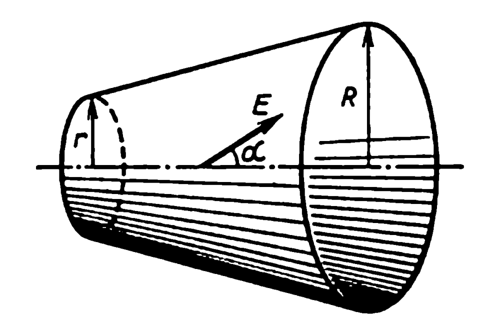
◇ **6.2.2.** A quoi est égal le flux d'intensité d'un champ électrique uniforme à travers la surface latérale d'un cône tronqué dont les rayons de section sont égaux à R et r? L'intensité du champ électrique $\boldsymbol{E}$ fait un angle α avec l'axe du cône.

◇ **6.2.3.** Démontrer que le flux d'intensité du champ électrique d'une charge ponctuelle Q à travers toute surface est égal au produit de l'angle solide sous lequel on voit cette surface par Q/ε_0.

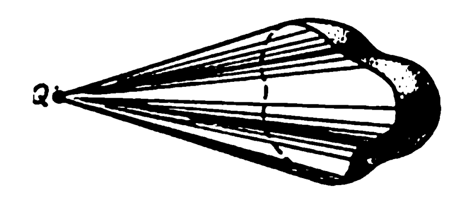
6.2.4. Le flux d'intensité d'un champ électrique à travers une surface plane uniformément chargée avec une densité superficielle σ

est égal à Φ. Quelle est la force électrique qui agit sur une plaque dans la direction perpendiculaire à son plan?

6.2.5. a. Avec quelle force agit une charge électrique q sur un plan infini uniformément chargé ? Avec quelle force agit ce plan sur la charge? A quoi est égale l'intensité du champ électrique du plan? La densité superficielle de charge est σ.



Pour le problème 6.2.2



Pour le problème 6.2.3

b. Avec quelle force agit sur chaque face d'un tétraèdre une charge q placée au centre de ce dernier? La densité superficielle de charge des faces est σ.

6.2.6. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer l'intensité du champ électrique:

a) à l'intérieur et à l'extérieur d'une sphère uniformément chargée si sa charge totale est Q;

b) d'un fil infini uniformément chargé si la charge d'une unité de longueur du fil est égale à ρ;

c) d'un plan infini uniformément chargé si la densité superficielle de charge du plan est égale à σ;

d) à l'intérieur et à l'extérieur d'une boule uniformément chargée de rayon R si la densité volumique de charge est égale à ρ; dessiner le graphique de variation de l'intensité du champ électrique en fonction de la distance au centre de la boule;

e) à l'intérieur et à l'extérieur d'un cylindre infini uniformément chargé de rayon R si la densité volumique de charge à l'intérieur du cylindre est égale à ρ; dessiner le graphique de variation de l'intensité du champ électrique en fonction de la distance à l'axe du cylindre;

f) à l'extérieur et à l'intérieur d'une plaque infinie uniformément chargée d'épaisseur h si la densité volumique de charge dans la plaque est égale à ρ; dessiner le graphique de variation de l'intensité du champ électrique en fonction de la distance au plan central de la plaque.

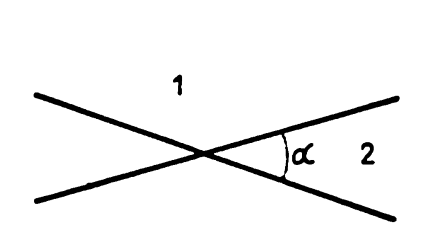
6.2.7. Trouver la distribution de la densité volumique de charge électrique: a) dans une boule de rayon R (l'intensité du champ électrique E_0 dans la boule est dirigée le long de son rayon et ne varie

pas en module); b) dans un cylindre infini de rayon R (l'intensité du champ électrique E_0 dans le cylindre est dirigée le long de son rayon et ne varie pas en module).

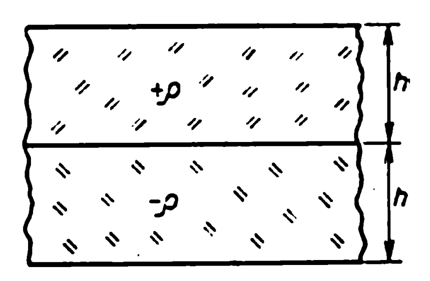
6.2.8*. Avec quelle force se repoussent les faces uniformément chargées d'un cube? d'un tétraèdre? La densité superficielle de charge des faces est σ, la longueur d'une arête l.

6.2.9. A quoi est égale l'intensité d'un champ électrique entre deux plans infinis parallèles ayant une densité superficielle de charge $\pm\sigma$? σ et σ? A quoi est égale l'intensité du champ en dehors des plans?

◇ **6.2.10.** Deux plans infinis qui se coupent sous un angle α divisent un espace en quatre domaines. A quoi est égale l'intensité du



Pour le problème 6.2.10

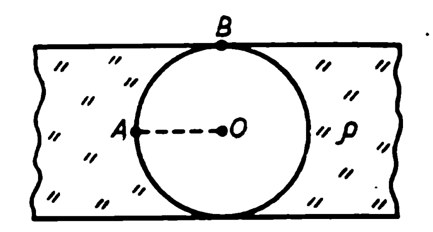


Pour le problème 6.2.11

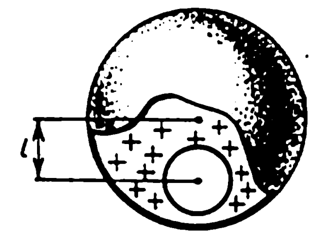
champ électrique dans les domaines *1* et *2* en sachant que la densité superficielle de charge des plans est égale à $\pm\sigma$?

◇ **6.2.11.** Deux plaques infinies d'épaisseur h sont uniformément chargées en volume et placées l'une contre l'autre. La densité volumique de charge de la première plaque est ρ et celle de la deuxième $-\rho$. Trouver l'intensité maximale du champ électrique.

◇ **6.2.12.** Dans une plaque infinie uniformément chargée on a découpé une cavité sphérique, comme indiqué sur le dessin. L'épaisseur



Pour le problème 6.2.12

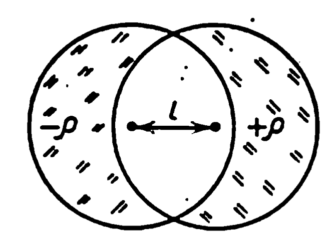


Pour le problème 6.2.13

de la plaque est h, la densité volumique de charge ρ. Quelle est l'intensité du champ électrique au point A ? au point B? Trouver la variation de l'intensité du champ électrique le long de la droite OA en fonction de la distance au point O.

◇ **6.2.13*.** Dans une boule uniformément chargée de rayon R on a découpé une cavité sphérique de rayon r dont le centre se trouve à une distance l du centre de la boule. La densité volumique de charge est ρ. Trouver l'intensité du champ électrique le long de la droite passant par le centre de la cavité et par celui de la boule. Démontrer que le champ électrique dans la cavité est uniforme.

◇ **6.2.14*.** a. Lors de l'intersection de deux boules de rayon R dont les centres se trouvent à une distance l l'un de l'autre il se forme deux « croissants » uniformément chargés par des charges électriques



Pour le problème 6.2.14

de signes contraires. La densité volumique de charge est égale à $-\rho$ à gauche et à ρ à droite. Démontrer que le champ électrique est uniforme dans la région d'intersection des boules. Trouver l'intensité de ce champ.

b. En utilisant le résultat du problème 6.2.14*a et la méthode du passage à la limite: $l \to 0$, $\rho \to \infty$, $l\rho = \text{const}$, trouver la distribution de la charge sur une sphère de rayon R, qui donne un champ électrique uniforme E à l'intérieur de la sphère. Comment est liée à l'intensité du champ la densité superficielle maximale de charge?

6.2.15*. A l'aide du théorème de Gauss démontrer qu'un système de particules en interaction électrique ne peut pas se trouver dans un état d'équilibre stable.

§ 6.3. Potentiel d'un champ électrique. Conducteurs dans un champ électrique constant

6.3.1. a. Le potentiel d'un conducteur chargé est égal à 300 V. Quelle doit être la vitesse minimale d'un électron pour qu'il puisse quitter la surface du conducteur et s'en éloigner à une distance infiniment grande?

b. A une grande distance du conducteur un proton est animé d'une vitesse de 10^8 cm/s. Le potentiel du conducteur est égal à -10 CGS. La trajectoire du proton se termine à la surface du conducteur. Quelle est la vitesse du proton près de la surface?

6.3.2. a. Déterminer la différence de potentiel d'un champ électrique entre eux points *1* et *2*, sachant qu'un électron qui se déplace dans ce champ électrique en l'absence d'autres forces a une vitesse

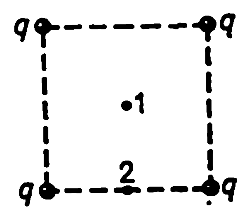
de 10^9 cm/s au point *1* et une vitesse de $2 \cdot 10^9$ cm/s au point *2*. A quoi est égale la vitesse de l'électron au point *2* s'il a une vitesse nulle au point *1*?

b. Dans un tube électronique des électrons « sont accélérés par une différence de potentiel » de 220 V. Quelle est leur vitesse lorsqu'ils tombent sur l'anode?

6.3.3. Une charge de 0,1 C est éloignée d'une autre de 0,2 C d'une distance de 20 m. A quoi est égal le potentiel du champ au milieu du segment reliant ces deux charges?

6.3.4. Quatre charges q se trouvent aux sommets d'un carré de côté l. A quoi est égal le potentiel du champ au centre du carré?

◇ **6.3.5.** Des charges, de 10^{-9} C chacune, se trouvent aux angles d'un carré dont les côtés sont égaux à 10 cm. Trouver la différence



Pour le problème 6.3.5

de potentiel dans le champ créé par ces charges entre le centre du carré (*1*) et le milieu de l'un de ses côtés (*2*).

6.3.6. Des charges de 100, 10, 1, —10, —1 et —10 CGS se trouvent aux sommets d'un hexagone régulier de côté égal à 2 cm. A quoi est égal le potentiel du champ au centre de l'hexagone en SI et en CGS?

6.3.7. Une sphère de rayon R a une charge Q. Quel est le potentiel du champ au centre de la sphère? Le potentiel au centre de la sphère dépend-il de la distribution des charges sur la sphère? Le potentiel du champ à la surface de la sphère dépend-il de la distribution de la charge sur la sphère?

6.3.8. Pourquoi un champ électrique à l'intérieur d'un conducteur est-il nul? Pourquoi un champ électrique à la surface d'un conducteur est-il orthogonal à celle-ci? Ces conditions sont-elles suffisantes pour que le potentiel soit le même en tout point du conducteur?

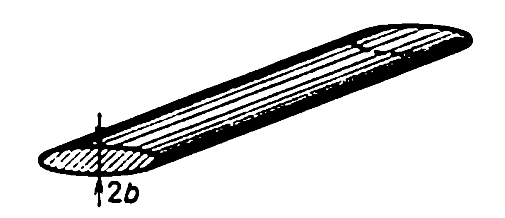
6.3.9. En utilisant le théorème de Gauss, démontrer que la densité volumique d'une charge électrique est nulle à l intérieur d'un conducteur et que la densité superficielle de charge σ d'un conducteur est liée à l'intensité du champ électrique E en dehors du conducteur à proximité de sa surface par la relation $E = \sigma/\varepsilon_0$.

6.3.10. a. Démontrer que le champ électrique extérieur de l'ellipsoïde du problème 6.1.20 a est orthogonal à sa surface.

b. Un ellipsoïde conducteur de courant est obtenu à partir d'une sphère en réduisant ses dimensions dans une seule direction de n fois. La longueur du demi-grand axe de l'ellipsoïde est R, sa charge totale Q. Déterminer l'intensité maximale et minimale du champ électrique extérieur près de la surface de l'ellipsoïde.

◇ c. Déterminer l'intensité maximale du champ électrique d'un long fil métallique chargé de section elliptique. La longueur du demi-petit axe de l'ellipse est b, la densité linéique de charge du fil ρ.

◇ **6.3.11.** Deux plaques infinies isolées conductrices de courant sont chargées de façon que la densité superficielle totale de charge



Pour le problème 6.3.10





Pour le problème 6.3.11

sur les deux faces de la première plaque soit égale à σ_1 et celle de la deuxième à σ_2. Les plaques sont parallèles l'une à l'autre. Trouver la densité superficielle de charge sur chacune des faces des deux plaques.

6.3.12. a. Deux plaques métalliques parallèles ayant des charges de signes contraires se trouvent à une distance de 1 cm l'une de l'autre, qui est beaucoup plus petite que les dimensions des plaques. La densité superficielle de charge des plaques est égale à ± 3 CGS/cm^2. Déterminer la différence de potentiel entre les plaques en CGS et en SI.

b. Deux plaques métalliques parallèles à charges de signes contraires se trouvent à une distance de 5 cm l'une de l'autre, cette distance étant beaucoup plus petite que les dimensions des plaques. La densité superficielle de charge des plaques est égale à $\pm 10^{-10}$ C/cm^2. Déterminer la différence de potentiel entre les plaques en CGS et en SI.

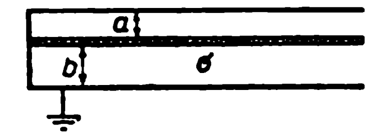
6.3.13. A quoi est égale la différence de potentiel entre les plaques extrêmes dans un système composé de trois plaques infinies parallèles à charges de même signe avec des densités superficielles de charge σ_1, σ_2, σ_3? La plaque moyenne se trouve à une distance h_1 de la première plaque et à une distance h_2 de la troisième.

6.3.14. Trouver l'intensité d'un champ électrique entre trois plaques dans le cas où la plaque moyenne est mise à la terre. Les distances entre la plaque moyenne et les plaques extrêmes sont égales à a et b. Le potentiel des plaques extrêmes est φ.

◇ **6.3.15.** a. Entre deux plaques métalliques mises à la terre se trouve une pellicule mince ayant les mêmes dimensions que les

deux plaques et une densité superficielle de charge σ. La distance entre cette pellicule et la plaque supérieure est égale à a et celle entre la pellicule et la plaque inférieure est égale à b (a et b sont beaucoup plus petits que les dimensions linéaires des deux plaques). Trouver l'intensité du champ électrique près des plaques supérieure et inférieure. Déterminer la densité superficielle de la charge induite sur ces plaques.

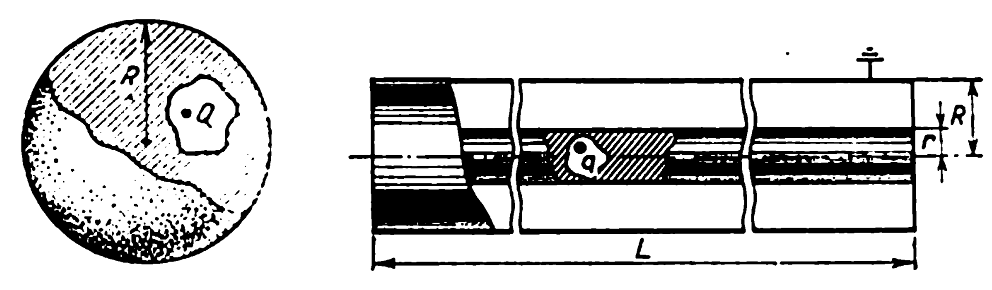
b*. Une charge q se trouve entre deux plaques parallèles mises à la terre à une distance a et b de ces plaques. Les dimensions linéaires de ces deux plaques sont de beaucoup supérieures à la distance



Pour le problème 6.3.15

entre elles. Démontrer que les charges induites sur les plaques mises à la terre ne varient pas si la charge q est distribuée sur le plan situé entre les plaques à la même distance que la charge q. Déterminer la charge des plaques.

◇ **6.3.16.** Une charge Q se trouve dans la cavité d'une boule métallique de rayon R. Trouver la charge induite par la charge Q sur la surface de la cavité. Pourquoi la charge sera-t-elle, distribuée sur la surface de la boule avec une densité constante? A quoi est égale la



Pour le problème 6.3.16 Pour le problème 6.3.17

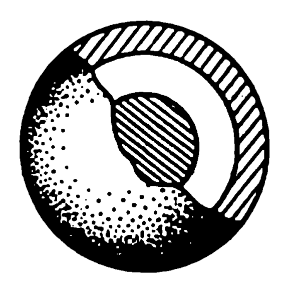
densité superficielle de charge de la boule si sa charge totale est égale à zéro? Trouver l'intensité du champ électrique en dehors de la boule à une distance L de son centre dans le cas où sa charge totale est égale à q. Ce champ dépend-il de l'emplacement de la cavité dans la boule? De sa forme?

◇ **6.3.17*.** Une charge q se trouve à l'intérieur de la cavité d'un long conducteur non chargé de rayon r. Ce conducteur est entouré d'un blindage cylindrique de rayon R. La longueur du conducteur $L \gg R$. Comment varie, dans la partie moyenne du système, l'inten-

sité du champ électrique en dehors de la cavité en fonction de la distance à l'axe de ce système?

6.3.18. Un conducteur dont la charge totale est nulle se trouve dans un champ électrique uniforme. La densité superficielle de charge varie-t-elle si toutes les dimensions du conducteur sont diminuées de n fois?

◇ **6.3.19.** Une boule métallique dont le rayon est égal à 10 cm est placée à l'intérieur d'une enveloppe métallique sphérique d'un rayon extérieur de 30 cm et d'une épaisseur de 10 cm de façon que



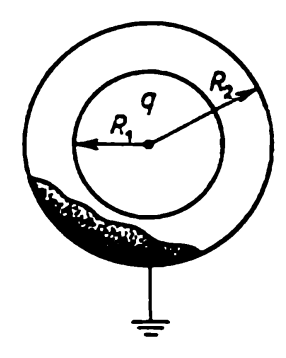
Pour le problème 6.3.19

leurs centres se confondent. La boule porte une charge de 10^{-5} C et l'enveloppe en porte une de $8 \cdot 10^{-5}$ C. Construire le graphique de variation du potentiel du champ électrique en fonction de la distance au centre de la boule.

6.3.20. Trois sphères concentriques conductrices de courant de rayons r, $2r$ et $3r$ ont respectivement des charges q, $2q$ et $-3q$. Déterminer le potentiel sur chaque sphère.

6.3.21. Le potentiel d'une sphère intérieure de rayon r est égal à zéro (la sphère est mise à la terre). Le potentel d'une sphère extérieure de rayon $2r$ est égal à φ. Déterminer les charges des sphères. Les centres des sphères coïncident.

6.3.22. Une boule métallique de rayon R_1 portée à un potentiel φ est entourée d'une enveloppe concentrique non chargée conductrice de courant de rayon R_2. A quoi est égal le potentiel de la boule si l'enveloppe est mise à la terre? Si la boule est liée à l'enveloppe par un conducteur?



Pour le problème 6.3.23

◇ **6.3.23.** Un système se compose de deux sphères concentriques conductrices de courant, la sphère intérieure étant de rayon R_1 et la sphère extérieure de rayon R_2. La sphère intérieure porte une charge q et la sphère extérieure est mise à la terre. Trouver l'intensité et le potentiel du champ électrique en fonction de la distance au centre des sphères.

6.3.24. Un système se compose de deux sphères concentriques conductrices de courant, la sphère intérieure étant de rayon R_1 et la sphère extérieure de rayon R_2. La sphère extérieure a une charge q et la sphère intérieure est mise à la terre. Exprimer l'intensité et le potentiel du champ électrique en fonction de la distance au centre des sphères.

6.3.25. Une boule uniformément chargée de rayon R a une densité volumique de charge ρ. Exprimer l'intensité du champ et le potentiel de la boule en fonction de la distance à son centre.

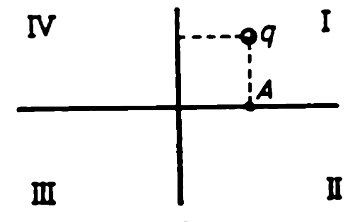
6.3.26. A quoi est égale la différence de potentiel entre le centre et la surface d'une boule uniformément chargée de rayon R ayant une densité volumique de charge ρ? Entre l'axe et la surface d'un cylindre infini uniformément chargé de rayon R ayant une densité volumique de charge ρ? Entre la surface d'une plaque uniformément chargée d'épaisseur h ayant une densité volumique de charge ρ et le milieu de cette plaque?

6.3.27. Un cylindre chargé infini de rayon r a une densité volumique de charge ρ et est entouré d'une surface métallique cylindrique mise à la terre, coaxiale à ce cylindre et de rayon R. Trouver la variation du potentiel du champ de ce système en fonction de la distance à l'axe du cylindre.

6.3.28. Une charge ponctuelle Q se trouve à une distance h d'un plan métallique infini. Quelle force exerce le plan sur cette charge?

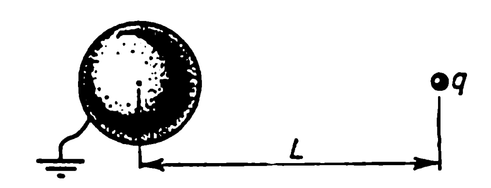
6.3.29. Deux charges identiques Q se trouvent d'un même côté d'un plan métallique non chargé à une distance h de celui-ci. Déterminer la force qui agit sur chacune de ces charges si la distance entre elles est égale à $2h$.

◇ **6.3.30.** En se coupant sous un angle droit, deux plans infinis conducteurs de courant divisent un espace en quatre domaines. Une





Pour le problème 6.3.30



Pour le problème 6.3.32

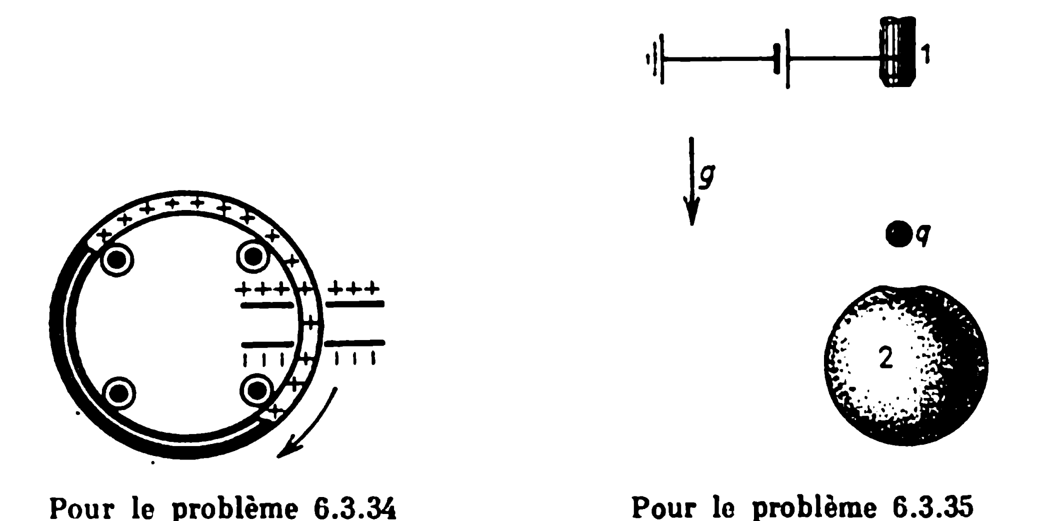
charge q se trouve dans le domaine I à une même distance l des deux plans. Un champ électrique existe-t-il dans les domaines II à IV? Quelle force agit sur la charge q?

6.3.31*. Une charge ponctuelle q se trouve à une distance L du centre d'une boule métallique isolée de rayon $R < L$. La charge totale de la boule est égale à zéro. A quoi est égal le potentiel de cette boule ?.

◇ **6.3.32*.** Quelle charge est induite sur la surface d'une boule métallique mise à la terre par une charge ponctuelle q située à une distance L du centre de la boule ? Le rayon de la boule $R < L$.

6.3.33. Comment varie la force d'interaction d'une sphère métallique chargée de rayon R avec une charge ponctuelle q qui se trouve à une distance L de son centre si la charge de la sphère est augmentée de Q ?

◇ **6.3.34.** Un cerceau uniformément chargé et portant une charge positive s'appuie sur quatre rouleaux et peut tourner. Une partie de ce cerceau passe à travers un orifice pratiqué dans deux plaques



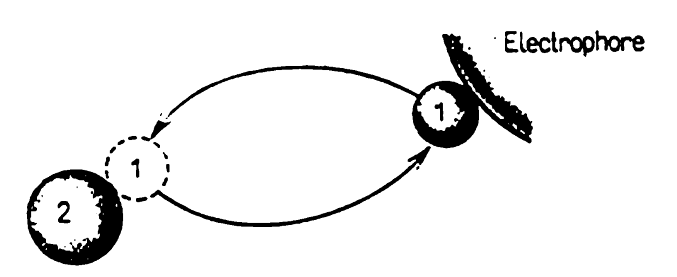
Pour le problème 6.3.34   Pour le problème 6.3.35

parallèles portant des charges de signes contraires. Selon l'idée de l'inventeur, la partie du cerceau qui se trouve entre deux plaques est attirée par la plaque négative et repoussée par la plaque positive. En dehors des plaques le champ est nul. La rotation du cerceau est maintenue en dépit de la résistance à son mouvement. On obtient ainsi un moteur à mouvement perpétuel. Où est l'erreur de l'inventeur ? Démontrer que le moment des forces qui agit sur ce cerceau dans n'importe quel champ électrostatique est égal à zéro.

◇ **6.3.35.** Des gouttes d'eau, à chacune desquelles est communiquée une charge q, tombent d'un compte-gouttes *1* dans une boule métallique isolée creuse *2* de rayon R. De quelle hauteur minimale doivent tomber les gouttes pour que la boule soit remplie d'eau ? Le rayon de la goutte $r \ll R$.

◇ **6.3.36.** Une bille métallique *1* peut être chargée jusqu'à une charge Q à l'aide d'un électrophore. En la mettant en contact avec

une autre bille métallique *2* on peut transmettre à cette dernière une partie de la charge. Lors du premier contact une charge q passe à la



Pour le problème 6.3.36

bille *2*. Déterminer la charge maximale que peut avoir la bille *2* si ce processus est répété plusieurs fois.

6.3.37. Comment, à l'aide d'une bille métallique de charge Q, peut-on charger un autre conducteur dont la charge est supérieure à Q?

6.3.38. Il est connu que près de la surface terrestre il existe un champ électrostatique dont l'intensité est de l'ordre de 100 V/m. Proposer des expériences pour mesurer ce champ.

6.3.39. Comment varie la capacité d'un conducteur isolé si ses dimensions sont multipliées par trois?

6.3.40. Déterminer la capacité d'une boule conductrice isolée.

§ 6.4. Condensateurs

6.4.1. Qu'appelle-t-on condensateur électrique? Qu'est-ce que la capacité d'un condensateur? Par quoi diffère la définition de la capacité d'un conducteur isolé de celle de la capacité d'un condensateur?

6.4.2. a. Les dimensions des lames d'un condensateur plan sont multipliées par deux. Comment varie la capacité du condensateur?

b. Comment varie la capacité d'un condensateur plan si la distance entre les lames est doublée? Augmentée de n fois?

6.4.3. a. Déterminer la capacité d'un condensateur plan en sachant que l'aire des lames est S et la distance entre elles d.

b. La surface des lames d'un condensateur plan est de 20 cm^2 et la distance entre elles de 3 mm. Déterminer la capacité du condensateur en CGS et en SI.

6.4.4. La surface des armatures d'un condensateur plan est S, la distance entre elles d.

a. Comment varie la capacité du condensateur si entre ses armatures on place une plaque métallique d'épaisseur $d/3$ et de surface S?

b. Comment varie la capacité du condensateur si entre ses armatures est placée une plaque métallique de même épaisseur $d/3$ mais de surface $S' < S$?

c. La capacité du condensateur varie-t-elle si cette plaque est mise en contact avec une des armatures?

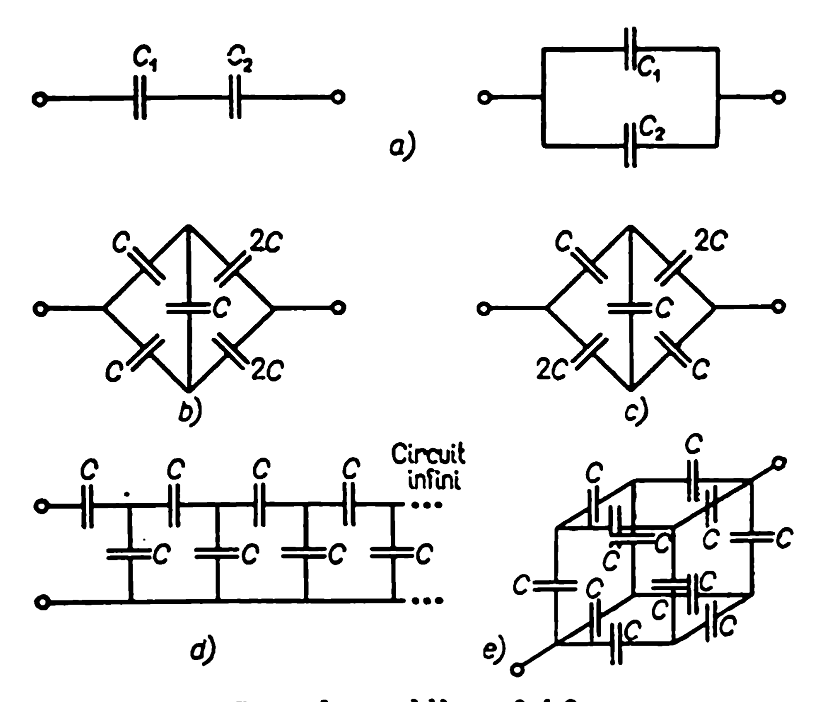
6.4.5. Déterminer la capacité d'un condensateur qui est formé par deux sphères concentriques de rayons R_1 et R_2 (condensateur sphérique).

6.4.6. Déterminer la capacité d'un condensateur sphérique si l'on place entre ses armatures une couche sphérique conductrice d'épaisseur $d < R_1 - R_2$. Le rayon de la surface extérieure de cette couche est R_0.

6.4.7*. Trouver la capacité d'un condensateur cylindrique formé par deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2. La longueur des cylindres $l \gg R_1$, R_2.

6.4.8*. Un condensateur plan est fabriqué avec deux bandes de largeur a et de longueur l. La distance entre les bandes est d. Déterminer la capacité du condensateur si on en fait un rouleau à spires multiples de rayon intérieur $R \gg d$.

◇ **6.4.9.** Déterminer la capacité des systèmes de condensateurs représentés sur le dessin.

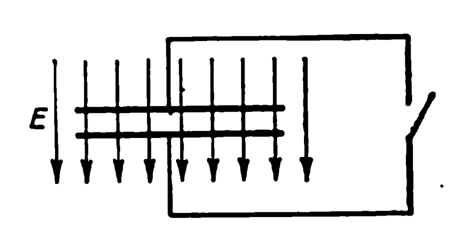


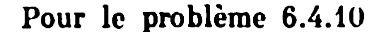
Pour le problème 6.4.9

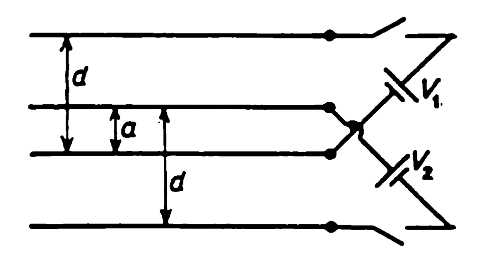
◇ **6.4.10.** Un condensateur plan est placé dans un champ uniforme extérieur d'intensité E normal aux lames. La surface des lames du condensateur est S. Quelle est la charge de chacune des lames si le condensateur est court-circuité par un conducteur?

◇ **6.4.11.** Deux condensateurs plans identiques sont introduits l'un dans l'autre. D'abord toutes les lames ne sont pas chargées, puis on connecte aux lames des sources de courant maintenant des

différences de potentiels V_1 et V_2. Trouver la différence de potentiel entre les lames intérieures séparées par une distance a. La distance entre les lames des condensateurs est d.

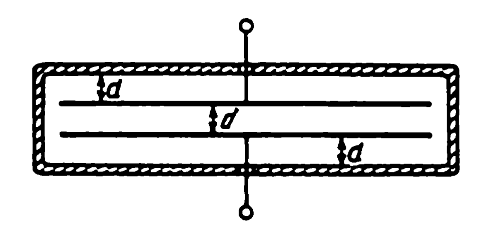



Pour le problème 6.4.10



Pour le problème 6.4.11

◇ **6.4.12*.** a. Comment varie la capacité d'un condensateur plan si on le place dans une boîte métallique? La distance des armatures

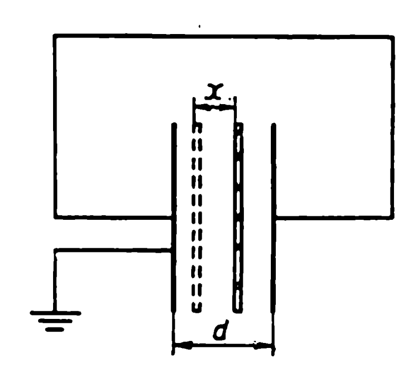


Pour le problème 6.4.12

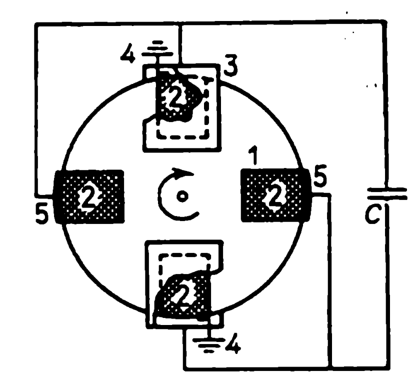
aux parois de la boîte est égale à la distance d entre les armatures.

b. Comment varie la capacité si l'on connecte la boîte à l'une des armatures?

◇ **6.4.13.** La distance entre les armatures d'un condensateur plan est d. Les armatures sont liées entre elles et mises à la terre, comme



Pour le problème 6.4.13



Pour le problème 6.4.14

représenté sur . dessin. Une plaque de charge q est introduite entre les armatures parallèlement à ces dernières. Quelle charge circule dans le conducteur qui lie les armatures si la plaque est déplacée d'une distance x?

◇ **6.4.14*.** Quatre lamelles conductrices (*2*), chacune de surface S, sont collées sur un disque non conducteur (*1*). Lorsque le disque tourne les lamelles entrent à tour de rôle dans l'interstice entre des armatures (*3*) jouant un rôle d'écran et touchent des contacts glissants (*4*) mis à la terre. Le contact est rompu lorsque la lamelle sort des armatures. Puis la lamelle est mise en contact avec un électrode (*5*) connectée à un condensateur de capacité C. Le contact avec l'électrode étant rompu, la lamelle entre dans l'interstice d'une deuxième paire d'armatures, etc. De combien de fois augmente la tension aux bornes du condensateur après n tours du disque? L'interstice d entre la lamelle et les armatures jouant un rôle d'écran est petit par rapport aux dimensions de la lamelle.

6.4.15. Déterminer la force avec laquelle s'attirent l'une contre l'autre les lames d'un condensateur plan si la source de courant qui a chargé ce dernier sous une différence de potentiel de 1000 V est déconnectée. La surface des lames est égale à 100 cm², la distance entre elles à 1 mm. La force d'interaction entre les lames varie-t-elle si la source de courant est tout le temps connectée aux lames?

6.4.16. Comment varie l'énergie d'un condensateur si, la différence de potentiel entre les lames étant la même, toutes ses dimensions géométriques sont augmentées de k fois? Si, pour les mêmes dimensions, la charge est augmentée de n fois?

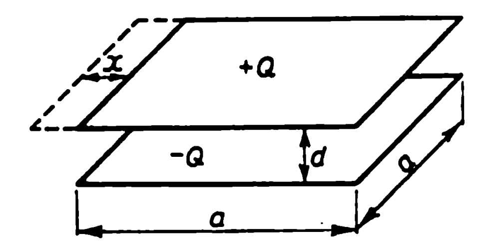
6.4.17. Trouver l'énergie du champ électrique de condensateurs portés à une différence de potentiel V:

a) d'un condensateur plan dont les lames de surface $S=1$ m² sont disposées à une distance $d=1$ mm l'une de l'autre pour $V=1$ kV;

b) d'un condensateur sphérique dont les sphères ont pour rayons r_1 et r_2;

c) d'un condensateur cylindrique de longueur l dont les armatures sont de rayons r_1 et r_2.

◇ **6.4.18.** Les lames d'un condensateur plan portent une charge Q. La surface de ces lames est S, la distance entre elles d.



Pour le problème 6.4.18

a. Quel travail faut-il effectuer pour augmenter de d la distance entre les lames?

b. Quel travail faut-il effectuer pour déplacer les lames d'une distance x l'une par rapport à l'autre, comme l'indique le dessin? Les lames ont la forme d'un carré de dimensions $a \times a$.

c. Quel travail est produit dans les deux cas précédents si une batterie maintient entre les lames du condensateur une différence de potentiel constante? Pourquoi ce travail a-t-il une autre valeur?

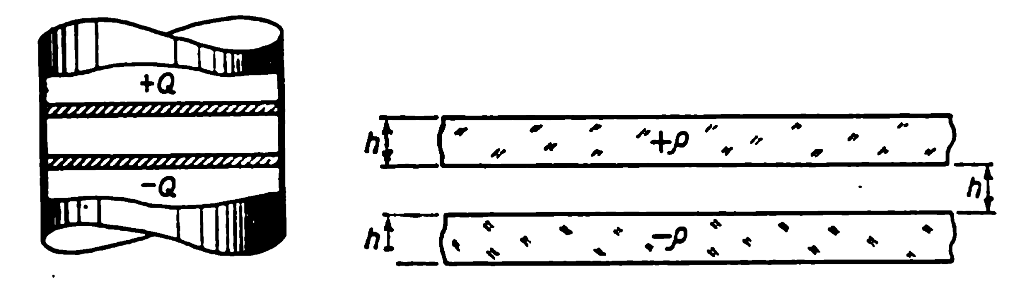
§ 6.5. Pression électrique. Energie du champ électrique

6.5.1. a. Avec quelle force s'attirent l'un contre l'autre deux plans parallèles portant des charges de signes contraires? La densité superficielle de charge des plans est égale à $\pm\sigma$. La surface de chaque plan est S, la distance entre les plans est notablement inférieure à leurs dimensions. Quelle force s'exerce sur une unité de surface du plan (pression électrique)?

b. L'intensité d'un champ électrique entre deux plans parallèles est nulle et égale à E en dehors de ceux-ci. Déterminer la densité superficielle de charge sur ces plans. A quoi est égale la pression électrique sur les plans en SI et en CGS?

c. L'intensité d'un champ entre deux plans parallèles est égale à 10^4 V/cm et nulle en dehors de ceux-ci. Déterminer la pression électrique sur chaque plan et la densité superficielle de charge.

◇ **6.5.2.** Deux pistons conducteurs de surface S disposés dans un tube en diélectrique forment un condensateur plan rempli d'air sous



Pour le problème 6.5.2 Pour le problème 6.5.4

pression atmosphérique P_0. De combien de fois varie la distance entre les pistons s'ils portent des charges de signes contraires? Le système est un bon conducteur de chaleur, les frottements sont absents.

6.5.3. A quoi sont égales la densité superficielle de charge et la pression électrique à la surface de séparation de deux champs d'intensités E et $2E$? E et $-2E$? Dans le deuxième cas la densité superficielle de charge est trois fois plus grande que dans le premier. Pourquoi la pression électrique est-elle la même dans les deux cas?

◇ **6.5.4.** La distance entre deux plaques portant des charges de signes contraires est égale à h. L'épaisseur des plaques est aussi égale à h, la densité volumique de charge sur chacune d'elles à $\pm\rho$.

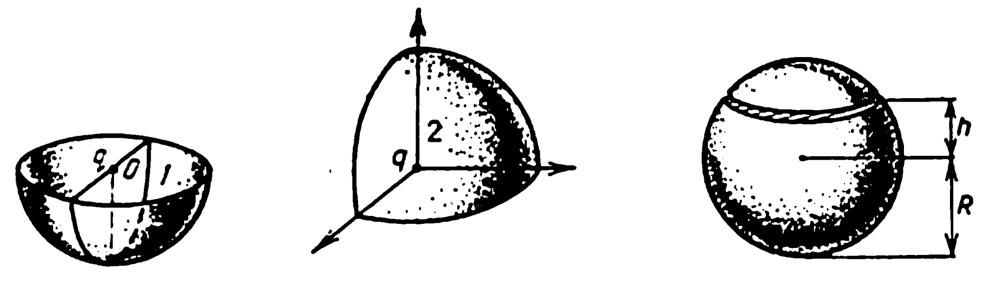
Déterminer la force qui agit sur une unité de surface de la plaque. Pourquoi cette force ne dépend-elle pas de l'épaisseur de la plaque si ρh = const?

6.5.5. Déterminer la force qui s'exerce sur une unité de surface d'une sphère uniformément chargée de rayon R si sa charge est Q.

6.5.6. Trouver la pression électrique sur la surface intérieure d'un condensateur sphérique porté à une différence de potentiel V. Le rayon de l'armature extérieure du condensateur est R, celui de l'armature intérieure r.

6.5.7. Quelle charge peut-on placer sur une unité de longueur d'une longue enveloppe cylindrique de rayon R si, une fois remplie de gaz, elle supporte une pression P?

◇ 6.5.8*. a. Une charge q est placée au centre d'un hémisphère uniformément chargé dont la densité superficielle de charge est égale



Pour le problème 6.5.8 Pour le problème 6.5.9

à σ. Avec quelle force agit cette charge sur l'hémisphère? Sur une moitié de l'hémisphère (*1*)? Sur un quart de l'hémisphère (*2*)? Déterminer l'intensité du champ électrique créé par ces parties de sphère à son centre.

b. Déterminer l'intensité du champ électrique au centre d'un hémisphère uniformément chargé de rayon R et dont la densité de charge en volume est égale à ρ.

◇ 6.5.9*. Une sphère uniformément chargée de rayon R est coupée en deux parties suivant un plan distant de h de son centre. Trouver la force de répulsion de ces parties. La charge totale de la sphère est Q. Quelle charge minimale faut-il placer au centre de la sphère pour que ses parties ne se dispersent pas?

6.5.10. Un condensateur plan dont les lames ont une surface S porte une charge q. Démontrer qu'en écartant ces lames d'une distance x il faut accomplir un travail égal au produit du volume de l'espace rempli par le champ électrique nouvellement créé d'intensité E par la densité d'énergie $\varepsilon_0 E^2/2$.

◇ 6.5.11. Deux plaques planes de surface S portant des charges de signes contraires sont disposées dans un champ électrique uniforme d'intensité E perpendiculairement à la direction de ce champ. La densité superficielle de charge des plaques est égale à $\pm\sigma$ et la

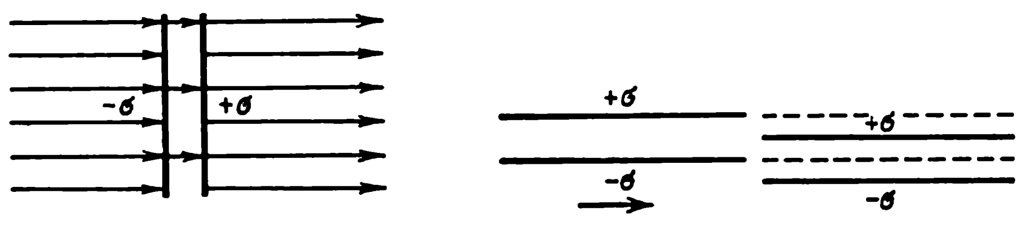
distance entre elles est d. Quel travail faut-il produire pour que les plaques changent de place?

6.5.12. Une mince plaque métallique est introduite dans un champ électrique uniforme d'intensité E. Le plan de la plaque est orthogonal à la direction du champ électrique.

a. A quoi est égale la densité superficielle de charge sur les différentes faces de la plaque? A quoi est égale la pression électrique sur la surface de la plaque?

b. L'épaisseur de la plaque introduite dans le champ est h, sa surface est S. Quel travail minimal faut-il effectuer pour la faire sortir du champ électrique?

◇ **6.5.13.** Quel travail faut-il effectuer pour introduire un système de plaques parallèles portant des charges de signes contraires dans



Pour le problème 6.5.11 Pour le problème 6.5.13

un autre système, comme l'indique le dessin? La densité superficielle de charge sur les plaques est égale à $\pm\sigma$, la surface de chaque plaque est S, la distance h entre les plaques est notablement inférieure à leurs dimensions linéaires.

6.5.14. Deux plaques planes non conductrices portant des charges de signes contraires sont disposées dans un champ d'intensité E_0 perpendiculairement à sa direction. L'intensité du champ entre les plaques est E. Quel travail faut-il effectuer pour disposer ces plaques parallèlement au champ extérieur ? La surface de chaque plaque est S, la distance h entre les plaques est notablement inférieure aux dimensions des plaques.

6.5.15. Déterminer l'énergie du champ d'une sphère uniformément chargée de rayon R en SI et en CGS. La charge de la sphère est Q.

6.5.16. L'énergie W de tout système est liée à la masse de celui-ci par la relation d'Einstein $W = mc^2$. Un champ électrique possède donc une masse. Supposons que toute la masse de l'électron est « électrique ». Déterminer le rayon « classique » de l'électron en posant que la charge de l'électron est répartie sur sa surface.

6.5.17. On a vérifié dans les expériences sur les accélérateurs que l'interaction des électrons obéit à la loi de Coulomb jusqu'à la distance de 10^{-16} cm. En utilisant la solution du problème 6.5.16, déterminer de combien de fois la masse du champ électrique, en

dehors de la sphère dont le rayon est égal à 10^{-16} cm, est supérieure à la masse de l'électron.

6.5.18*. Déterminer l'énergie du champ électrique d'une boule uniformément chargée de rayon R. La charge totale de la boule est Q.

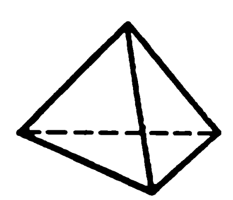
6.5.19. Quel travail faut-il effectuer contre des forces électriques pour diminuer de deux fois le rayon d'une sphère chargée ? Le rayon initial de la sphère est R, sa charge Q.

6.5.20. Quel travail minimal contre les forces d'un champ électrique faut-il produire pour rassembler N gouttes de mercure chargées identiques en une seule goutte de rayon R et de charge Q?

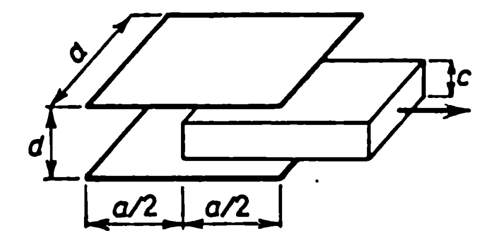
6.5.21. Un corps chargé est comprimé de façon que toutes ses dimensions linéaires diminuent de n fois. De combien de fois augmente l'énergie du champ électrique de ce corps?

6.5.22. Pour joindre deux plaques identiques portant des charges égales et qui ont été éloignées d'une grande distance l'une de l'autre, il faut effectuer un travail A. Quel travail faut-il effectuer pour joindre trois plaques de ce type? n plaques?

◇ **6.5.23*.** Les faces uniformément chargées d'un tétraèdre régulier portent une même charge. Pour joindre deux d'entre elles il faut



Pour le problème 6.5.23



Pour le problème 6.5.27

produire un travail A. Quel travail faut-il effectuer pour mettre toutes les faces du tétraèdre en une pile?

6.5.24*. Une plaque uniformément chargée ayant la forme d'un triangle rectangulaire isocèle est pliée en deux. Le travail effectué à cette occasion contre les forces du champ électrique est A. Quel travail faut-il produire pour plier encore en deux le triangle obtenu?

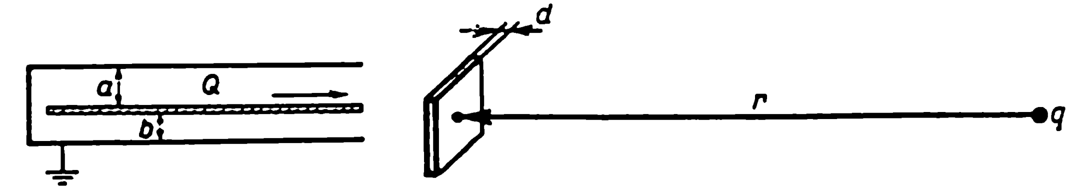
6.5.25. De combien augmente l'énergie du champ électrique de deux charges ponctuelles Q éloignées d'une grande distance l'une de l'autre lorsqu'on les rapproche à une distance l?

6.5.26*. Lorsque deux conducteurs chargés se rapprochent lentement l'un de l'autre leurs potentiels varient respectivement de $\Delta\varphi_1$ et de $\Delta\varphi_2$. Déterminer le travail qu'on effectue en rapprochant deux conducteurs si leur charge est égale respectivement à Q_1 et Q_2.

◇ **6.5.27*.** Une plaque conductrice d'épaisseur c et de dimensions $a \times a$ est placée, comme l'indique le dessin, dans un condensateur plan dont les armatures de dimensions $a \times a$ sont espacées d'une

distance *d*. Déterminer la force qu'il faut appliquer à cette plaque pour la retenir en place si : a) la charge des armatures est égale à $\pm Q$; b) la différence de potentiel constante *V* est maintenue entre les armatures.

◇ **6.5.28.** Evaluer le travail qu'il faut produire pour retirer de moitié d'un système de deux plaques parallèles mises à la terre une plaque conductrice qui se trouve entre elles. La charge de la plaque



Pour le problème 6.5.28 Pour le problème 6.5.29

à retirer est *Q*, la distance entre cette plaque et les plaques extrêmes est respectivement *a* et *b*. La surface de chaque plaque est *S*.

◇ **6.5.29*.** Une plaque métallique non chargée de surface *S* et d'épaisseur *d* se trouve à une distance *r* d'une charge ponctuelle *q* et est orientée normalement au vecteur ***r***. Trouver la force avec laquelle la plaque est attirée par la charge. L'épaisseur de cette plaque et la distance *r* sont respectivement notablement plus petite et plus grande que les dimensions linéaires de la plaque.

6.5.30*. Evaluer la force qui agit sur une charge *q* située au centre d'une enveloppe métallique sphérique isolée et non chargée de rayon *R* si celle-ci est pourvue d'un petit orifice de rayon *r*. L'épaisseur de l'enveloppe est Δ ($\Delta \ll r \ll R$).

§ 6.6. Champ électrique en présence d'un diélectrique

6.6.1. a. Par quoi s'explique la diminution de l'intensité d'un champ électrique dans une substance?

b. Qu'est-ce que la permittivité diélectrique d'une substance?

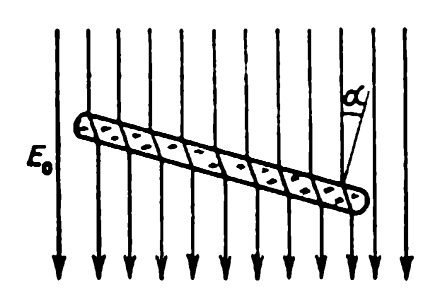
c. Comment varie la permittivité diélectrique d'un gaz en fonction de sa pression?

6.6.2. La permittivité diélectrique de l'hélium à une température de 0 °C et sous une pression de 1 atm est égale à 1,000074. Trouver le moment dipolaire de l'atome d'hélium dans un champ électrique uniforme dont l'intensité est égale à 300 V/cm.

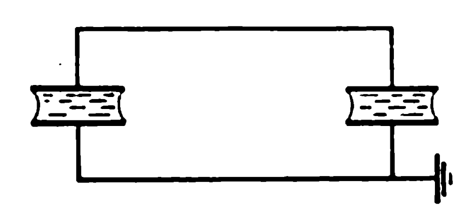
6.6.3. La pression de la vapeur d'eau saturante à 18 °C est égale à $2 \cdot 10^3$ Pa et sa permittivité diélectrique à 1,0078. A l'aide de ces données trouver le moment dipolaire moyen de la molécule d'eau dans un champ électrique dont l'intensité est égale à 10^3 V/m. Les aide-mémoire donnent pour le moment dipolaire de l'eau une valeur de $0{,}61 \cdot 10^{-29}$ C·m. Comment expliquer la différence des résultats?

6.6.4. Deux plans parallèles chargés ayant une densité superficielle de charge égale à $\pm\sigma$ sont espacés d'une distance d l'un de l'autre et séparés par une cale d'épaisseur h dont la permittivité diélectrique est ε. Trouver la densité superficielle d'une charge de polarisation induite sur la cale, l'intensité du champ électrique dans l'espace entre les plaques et la différence de potentiel entre elles.

◇ **6.6.5.** Une plaque en diélectrique de permittivité ε est placée dans un champ électrique uniforme de façon que sa normale fasse



Pour le problème 6.6.5


Pour le problème 6.6.9

un angle α avec l'intensité du champ E_0. Trouver l'intensité de ce champ à l'intérieur de la plaque.

6.6.6. De combien de fois varie la capacité d'un condensateur si l'espace entre ses armatures est rempli d'un diélectrique de permittivité ε?

6.6.7. La différence de potentiel d'un condensateur chargé et déconnecté d'une batterie a doublé lorsque le diélectrique dont il était rempli s'en est écoulé. Déterminer la permittivité de ce diélectrique.

6.6.8. Un condensateur de capacité C est connecté à une source de courant qui maintient une différence de potentiel V entre ses armatures. Quelle charge passe par cette source lorsque l'espace entre les armatures est rempli d'un liquide de permittivité diélectrique ε?

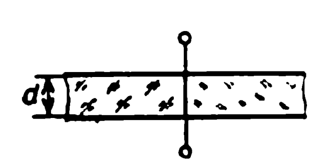
◇ **6.6.9.** Deux condensateurs identiques sont remplis d'un diélectrique liquide de permittivité ε. Ils sont mis en parallèle et portés à une différence de potentiel V. Comment variera la différence de potentiel si le diélectrique s'écoule de l'un des condensateurs? Comment variera la différence de potentiel dans une batterie qui est composée de n condensateurs identiques mis en parallèle et portée à une différence de potentiel V si le diélectrique s'écoule de l'un des condensateurs?

6.6.10. Une batterie composée de n condensateurs identiques mis en série est portée à une différence de potentiel V. Les condensateurs sont remplis d'un diélectrique liquide de permittivité ε. Comment varie la différence de potentiel si ce diélectrique s'écoule

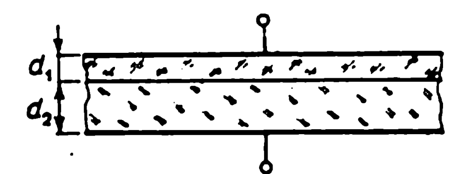
de k condensateurs ? Les condensateurs sont déconnectés d'une source de courant.

◇ **6.6.11.** L'espace entre les armatures d'un condensateur plan est rempli à moitié d'un diélectrique de permittivité ε_1 et à moitié d'un diélectrique de permittivité ε_2. Trouver la capacité de ce condensateur. La surface de chaque armature est S, la distance entre les armatures d.

◇ **6.6.12.** L'espace entre les armatures d'un condensateur plan est rempli de deux couches de diélectriques différents d'épaisseurs d_1 et d_2. Les permittivités des diélectriques sont respectivement ε_1



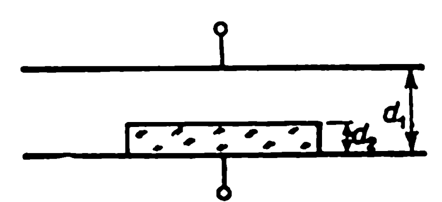
Pour le problème 6.6.11



Pour le problème 6.6.12

et ε_2. La surface des armatures est S. Trouver la capacité du condensateur. Quelle charge est induite sur la surface de séparation des diélectriques si les armatures du condensateur portent une charge $\pm q$?

◇ **6.6.13.** Une plaque diélectrique de surface S_2 et d'épaisseur d_2 est placée dans un condensateur plan dont les armatures ont une



Pour le problème 6.6.13

surface S_1 et sont séparées d'une distance d_1. La permittivité diélectrique de la plaque est ε. Trouver la capacité du condensateur.

6.6.14. Les armatures d'un condensateur plan portent des charges $\pm q$. Le jeu entre les armatures est rempli d'une substance dont la permittivité diélectrique varie dans la direction perpendiculaire aux armatures selon la loi $\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + x/d)^{-1}$, où x est la distance à l'armature positive et d la distance entre les armatures. Trouver la densité volumique de charge en fonction de x. La surface des armatures est S.

6.6.15. Un filtre électrique se compose d'un long tube métallique et d'un fil dirigé le long de l'axe. On crée entre eux une différence de potentiel V. Dans le tube on laisse passer de l'air avec de la poussière.

a. Par quelle électrode, le fil ou le tube, sont attirés les grains de poussière ?

b. A quoi est égale la force qui agit sur un grain de poussière de permittivité diélectrique ε_2 si celle qui s'exerce sur un grain de poussière de même rayon mais de permittivité diélectrique ε_1 est égale à F_1? Les deux grains de poussière sont éloignés du fil d'une même distance.

c. Comment varie la force d'attraction en fonction de la différence de potentiel? En fonction de la distance au fil?

d*. De combien de fois une force qui agit sur un grain de poussière de rayon R est-elle plus grande que celle qui s'exerce sur un autre grain de poussière de rayon $r < R$? La permittivité diélectrique des grains de poussière est la même et ils se trouvent à une même distance du fil.

6.6.16. Loin d'une charge ponctuelle Q se trouve une plaque diélectrique de surface S dont les dimensions linéaires sont notablement inférieures à la distance R entre elle et la charge. Le plan de cette plaque est normal à la direction de la charge. Son épaisseur est δ, sa permittivité diélectrique ε. Trouver la force avec laquelle la plaque est attirée par la charge.

6.6.17*. Une mince plaque de permittivité diélectrique ε est introduite dans un champ électrique uniforme d'intensité E. L'épaisseur de la plaque est d et sa surface S. Trouver le moment des forces qui agit sur la plaque si la normale à la plaque et la direction du champ font entre elles un angle α. Quel travail faut-il produire pour disposer la plaque normalement au champ?

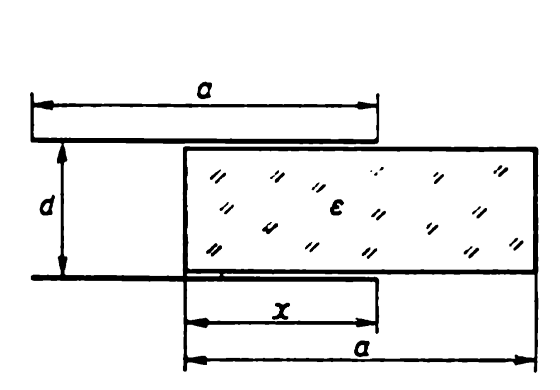
6.6.18. Une boule conductrice de rayon r portant une charge Q est entourée d'une couche de diélectrique dont le rayon extérieur est égal à R. La permittivité diélectrique de la couche est ε. Trouver la densité superficielle de charge sur les surfaces intérieure et extérieure de la couche diélectrique. Tracer les lignes d'intensité du champ électrique. Construire le graphique de variation de l'intensité et du potentiel du champ en fonction de la distance au centre de la boule.

6.6.19*. Une boule métallique de rayon r portant une charge Q est entourée d'une couche de diélectrique liquide de permittivité ε. Le rayon extérieur de la couche de diélectrique est R. Trouver la pression du diélectrique sur la boule.

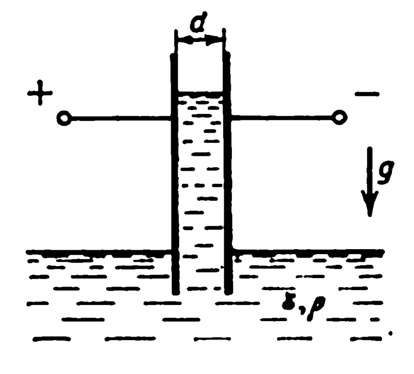
◇ **6.6.20*.** Avec quelle force est tirée une plaque diélectrique à l'intérieur d'un condensateur plan portant une charge Q lorsqu'elle entre dans l'espace entre les armatures sur une longueur x? La permittivité diélectrique de la plaque est ε et son épaisseur est légèrement inférieure à la distance d entre les armatures. Les dimensions des armatures et de la plaque sont $a \times b$.

◇ **6.6.21.** Un condensateur plan est placé verticalement dans un large récipient rempli de liquide de façon que la partie inférieure des armatures du condensateur soit immergée dans le liquide. Le condensateur est connecté à une batterie qui maintient une diffé-

rence de potentiel V entre ses armatures. La distance entre les armatures du condensateur est d, la masse volumique du liquide ρ et la permittivité diélectrique ε. Le liquide est incompressible. A quelle hauteur monte le liquide? On négligera la tension superficielle.



Pour le problème 6.6.20

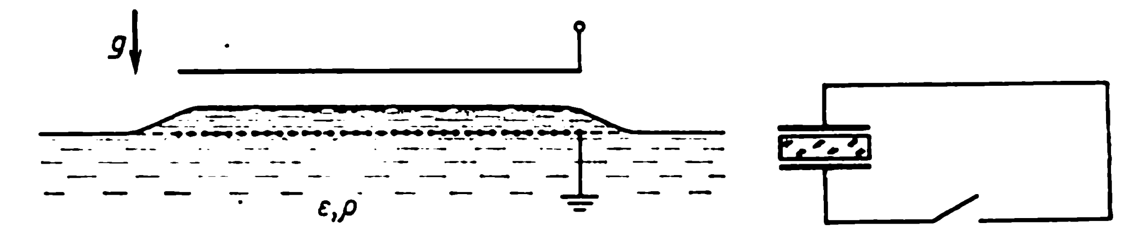


Pour le problème 6.6.21

◇ **6.6.22.** Une des lames d'un condensateur non chargé est faite sous forme de grille fine et repose à la surface d'un liquide de masse volumique ρ et de permittivité diélectrique ε. La surface de chaque lame est S. A quelle hauteur monte le niveau de liquide dans le condensateur si on lui communique une charge Q?

6.6.23. Un condensateur de capacité C, sans diélectrique, porte une charge q. Quelle quantité de chaleur se dégage dans le condensateur s'il est rempli d'une substance de permittivité diélectrique ε?

6.6.24. Un condensateur de capacité C est connecté à une batterie. Quelle quantité de chaleur est dégagée dans le condensateur s'il



Pour le problème 6.6.22

Pour le problème 6.6.26

est rempli d'une substance dont la permittivité diélectrique est ε? La batterie maintient une différence de potentiel constante V aux bornes du condensateur.

6.6.25*. Un condensateur de capacité C est connecté à une source de tension et est rempli d'une substance de permittivité diélectrique ε_1. Lorsque cette substance absorbe une quantité de chaleur W, elle passe à un nouvel état ayant une permittivité diélectrique $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Quelle différence de potentiel faut-il créer entre les armatures du condensateur pour faire passer la substance du premier état

au deuxième? Evaluer pour quelle intensité du champ électrique la transition de phase glace-eau a lieu dans un condensateur plan. La permittivité diélectrique de la glace est égale à 3,1 et de l'eau à 88.

◇ 6.6.26. Un condensateur est rempli de diélectrique et porté à une différence de potentiel V. Les armatures sont liées entre elles pendant un bref intervalle de temps. Lorsque la différence de potentiel diminue de trois fois, on déconnecte les armatures. Après cela la différence de potentiel augmente lentement jusqu'à 2/3 de sa valeur initiale. Comment peut-on expliquer cet effet? Trouver la permittivité diélectrique de la substance dont est rempli le condensateur.

6.6.27. On décharge un condensateur (voir le problème 6.6.26) porté à une différence de potentiel V en fermant la clé jusqu'à zéro pendant le temps où l'état de polarisation d'un diélectrique ne change pas, puis on ouvre la clé.

a. A quelle différence de potentiel sera porté le condensateur si la permittivité diélectrique du milieu est ε?

b. Trouver de combien varie la température du diélectrique ($\varepsilon = 81$) au cours de ce processus. La chaleur massique du diélectrique $c = 4{,}18$ J/K, sa masse volumique $\rho = 1 \cdot 10^3$ kg/m^3, la distance entre les lames du condensateur $d = 1$ mm et la différence de potentiel $V = 3000$ V. On admettra qu'il n'y a pas d'échange de chaleur entre le diélectrique et le milieu ambiant.

6.6.28. La permittivité diélectrique de l'argon à une température de 0 °C et sous une pression de 1 atm est égale à 1,00056. Evaluer le rayon de l'atome d'argon en admettant que la charge des électrons est distribuée uniformément dans le volume de l'atome et que le noyau de ce dernier se trouve à son centre.

6.6.29. Trouver le moment dipolaire d'une bille conductrice de rayon r placée dans un champ électrique uniforme d'intensité E. Utiliser la solution du problème 6.2.14.

6.6.30. Un milieu se compose de billes conductrices de rayon r. Ces billes sont uniformément distribuées dans tout le milieu. Leur nombre dans une unité de volume est n. Trouver la permittivité diélectrique de ce milieu.

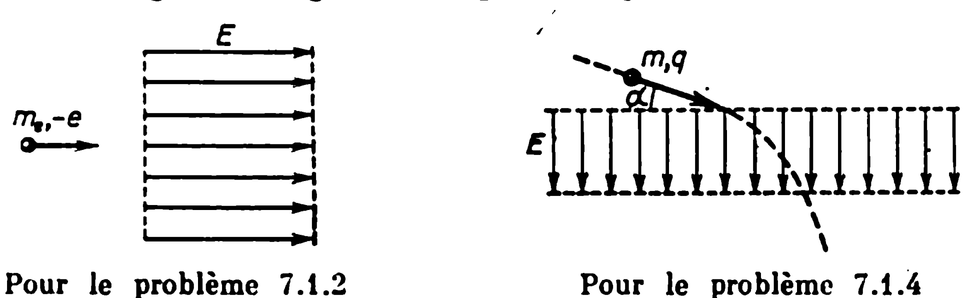
CHAPITRE 7

MOUVEMENT DE PARTICULES CHARGÉES DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE

§ 7.1. Mouvement dans un champ électrique constant

7.1.1. Dans quel cas une particule chargée se déplace-t-elle dans un champ électrique le long des lignes de force?

◇ **7.1.2.** Un électron pénètre dans la région d'un champ électrique uniforme d'une intensité de 200 V/m à une vitesse de 10^7 m/s. Sa vitesse est dirigée le long du champ électrique. Pendant combien de



Pour le problème 7.1.2 Pour le problème 7.1.4

temps l'électron se trouvera-t-il dans la région de ce champ? Déterminer à quelle distance à partir de l'endroit où l'électron entre dans le champ il en sortira s'il y pénètre sous un angle de 45° par rapport à la direction du champ.

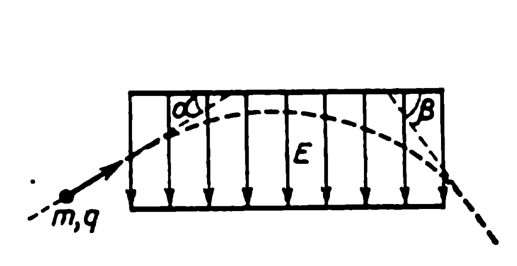
7.1.3. Une particule de masse m portant une charge q parcourt la région d'un champ électrique uniforme d'étendue d pendant un temps t. A l'entrée du champ la vitesse v de la particule est dirigée le long du champ. Déterminer l'intensité du champ électrique.

◇ **7.1.4.** Une particule de masse m portant une charge $q > 0$ entre dans un condensateur plan dont les armatures sont des grilles métalliques. L'intensité du champ dans le condensateur est E, la distance entre les grilles d. La vitesse initiale v de la particule fait un angle α avec le plan de la première grille. A quelle vitesse et sous quel angle par rapport au plan de la deuxième grille sort la particule du condensateur?

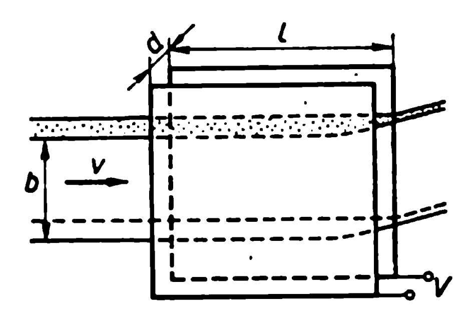
7.1.5. Un proton et une particule α animés d'une même vitesse pénètrent dans un condensateur plan parallèlement à ses lames. De combien de fois la déviation du proton par le champ du condensateur par rapport à la trajectoire rectiligne sera-t-elle plus grande que celle de la particule α?

◇ 7.1.6. Des particules de masse m portant chacune une charge q pénètrent dans un condensateur plan de longueur l sous un angle α par rapport au plan de ses lames et en sortent sous un angle β. Déterminer l'énergie cinétique initiale des particules si l'intensité du champ à l'intérieur du condensateur est E.

◇ 7.1.7. Un faisceau d'électrons [1]) entre à une vitesse v dans un condensateur plan parallèlement aux lames de ce dernier. La tension aux bornes du condensateur est V, la longueur des lames dans le



Pour le problème 7.1.6



Pour le problème 7.1.7

sens de mouvement du faisceau l. Combien d'électrons tombent sur une lame du condensateur par unité de temps si à l'entrée de ce condensateur le faisceau remplit uniformément toute la distance d entre les lames et a une largeur b dans la direction parallèle aux lames? Le nombre d'électrons dans une unité de volume du faisceau est n.

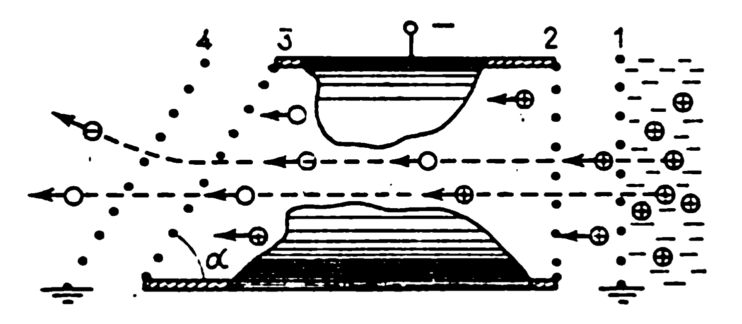
7.1.8. Un grain de poussière d'une masse de 10^{-12} kg tombe entre deux lames verticales d'un condensateur plan à une même distance de ces dernières. Par suite de la résistance de l'air la vitesse du grain de poussière est constante et égale à 1 mm/s. Le condensateur est connecté à une source de tension de 490 V, et au bout de 10 s le grain de poussière atteint une des lames. Déterminer la charge de ce grain de poussière. La distance entre les lames du condensateur est égale à 0,1 m. On admettra que la force de résistance est proportionnelle à la vitesse du grain de poussière.

◇ 7.1.9. Le dessin représente le schéma de la séparation, à partir d'un faisceau de particules, des ions hydrogène négatifs. Les grilles *1* et *4* sont mises à la terre. Un potentiel négatif est appliqué au tube avec les grilles *2* et *3*. La grille *2* retire les protons d'un plasma à hydrogène qui se trouve derrière la grille *1*. Le tube est rempli de gaz. En passant à travers le gaz les protons se transforment en partie en atomes neutres d'hydrogène H^0, en partie en ions H^-. Déterminer sous quel angle par rapport à l'axe du tube se déplacent les ions H^- derrière la grille *4* si l'angle formé par les plans des grilles *3* et *4* avec l'axe du tube est égal à α.

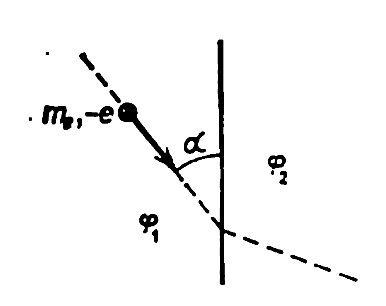
---

[1]) Si le problème n'exige pas de solution numérique, désigner la masse de l'électron par m_e et sa charge par $-e$.

◇ **7.1.10***. Un électron se déplaçant à une vitesse v_1 passe de la région d'un champ à potentiel φ_1 à une autre région à potentiel φ_2.



Pour le problème 7.1.9

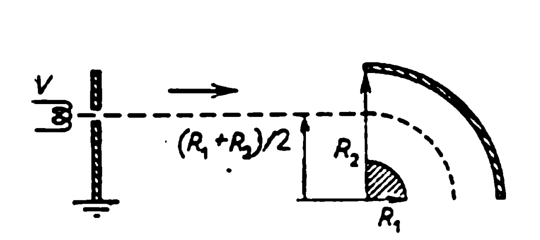


Pour le problème 7.1.10

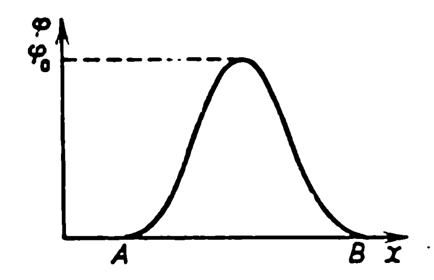
Sous quel angle par rapport à la surface de séparation de ces régions se déplacera l'électron s'il s'approche de cette surface sous un angle α?

7.1.11. Evaluer à quelle différence de potentiel entre des électrodes planes s'allume une lampe à atmosphère gazeuse si l'énergie d'ionisation des atomes de gaz est égale à $3\cdot10^{-16}$ J. Le libre parcours moyen des électrons dans ce gaz est égal à 1 mm, la distance entre les lames est de 1 cm.

◇ **7.1.12***. Déterminer quelle doit être la différence de potentiel d'accélération V pour que les électrons suivent le trajet indiqué sur



Pour le problème 7.1.12



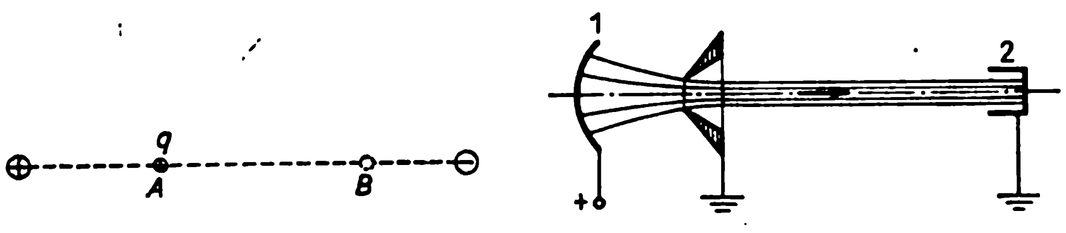
Pour le problème 7.1.13

le dessin. Les rayons des lames d'un condensateur cylindrique sont R_1 et R_2. La différence de potentiel entre les lames est V_0.

◇ **7.1.13.** Un électron qui se déplace rectilignement pénètre dans un champ électrique dont le potentiel a la forme représentée sur le dessin. Au point B l'électron sort du champ. La vitesse de la particule au point B et le temps de parcours de la distance AB varient-ils si l'électron est remplacé par un positon?

◇ **7.1.14***. Une particule portant une charge q est lâchée au point A entre deux charges fixes. Cette particule parcourt la distance AB au cours d'un temps t. Combien de temps met une particule portant une charge $3q$ pour parcourir la même distance si elle a pour point de départ le point A ? Les masses des particules sont les mêmes.

◇ **7.1.15.** La vitesse initiale d'ions dans un émetteur (*1*) est nulle et le champ électrique entre l'émetteur et le collecteur (*2*) est constant. Démontrer que la trajectoire des ions ne dépend pas de leur



Pour le problème 7.1.14 Pour le problème 7.1.15

masse. Quel est le rapport entre les temps de parcours d'ions différents sur une même trajectoire si la charge des ions est la même et le rapport entre leurs masses est égal à n?

7.1.16. Deux sphères de rayon R portent une même charge Q distribuée uniformément sur la surface de chaque sphère. Quelle énergie minimale faut-il communiquer à un électron qui se trouve à la surface de l'une des sphères pour qu'il atteigne la deuxième? La distance entre les centres des deux sphères est l.

7.1.17*. Une sphère uniformément chargée, non conductrice, à parois minces, de masse M et de rayon R est pourvue de deux petits orifices diamétralement opposés. La charge de la sphère est Q. A l'instant initial la sphère est au repos. Une particule de masse m portant une charge q de même signe que Q se déplace de l'infini à une vitesse v sur une droite reliant les orifices. Trouver le temps pendant lequel la particule se trouve à l'intérieur de la sphère.

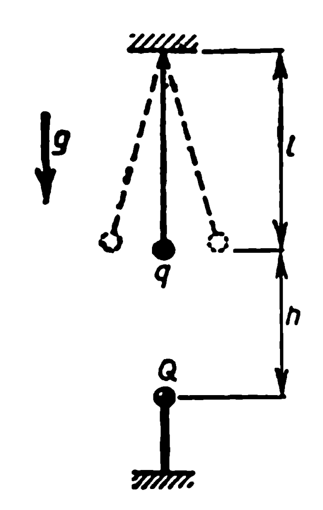
7.1.18. Un haltère vibre dans un champ électrique uniforme d'intensité E de façon qu'à l'instant où il est disposé à travers le champ les vitesses de ses boules soient égales à zéro. Déterminer la vitesse des boules à l'instant où l'haltère est disposé le long du champ. La masse des boules est m, leur charge $\pm q$, la distance entre leurs centres l.

7.1.19. Trouver la période des petites vibrations d'un haltère de longueur l ayant des boules de masse m et disposé le long d'un champ électrique uniforme d'intensité E. La charge des boules de l'haltère est $\pm q$.

7.1.20. Trouver la période des petites oscillations d'un pendule qui se compose d'une bille de masse m portant une charge q et suspendue à un fil de longueur l si le pendule est placé dans un champ électrique d'intensité E dirigé le long d'un champ de pesanteur et sous un angle $\pi/2$ par rapport à la direction de ce champ de pesanteur.

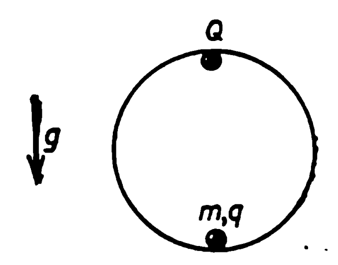
7.1.21. Un corps de masse m portant une charge q se trouve entre deux charges fixes Q, $Qq > 0$. La distance entre le corps et chacune de ces charges est l. Déterminer la pulsation des petites vibrations du corps le long de la ligne liant les charges Q.

◇ **7.1.22***. Trouver la pulsation des petites oscillations d'un pendule simple par rapport à sa position d'équilibre inférieure si une





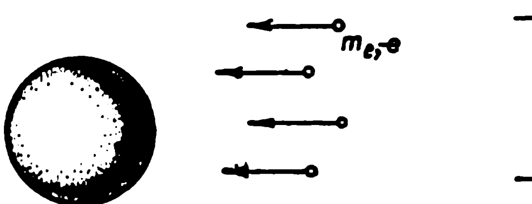
Pour le problème 7.1.22



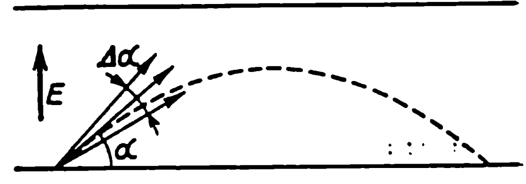
Pour le problème 7.1.23

charge Q est fixée directement sous la position d'équilibre de la bille, à une distance h de cette dernière. La longueur du fil est l, la masse de la bille m, sa charge q.

◇ **7.1.23***. Trouver la période des petites vibrations d'un corps de masse m portant une charge q à l'intérieur d'une sphère lisse de rayon R si une charge Q est fixée au point supérieur de la sphère.



Pour le problème 7.1.24



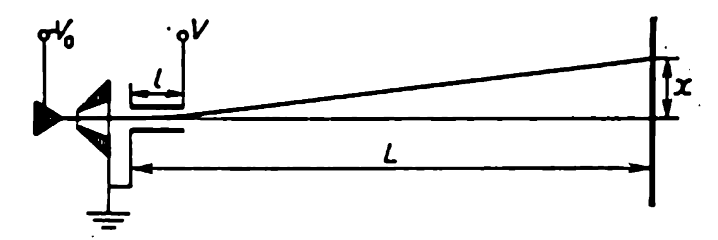
Pour le problème 7.1.25

◇ **7.1.24***. Des électrons animés à l'infini d'une vitesse v tombent sur une boule métallique isolée de rayon R. De combien s'élève la température de la boule si sa capacité calorifique est C?

◇ **7.1.25***. Une des lames d'un condensateur plan émet des électrons d'énergie K sous un angle α par rapport au plan de la lame (la dispersion angulaire $\Delta\alpha$ des électrons est petite). Sous l'action du champ électrique du condensateur les électrons font demi-tour et tombent de nouveau sur la lame. Quel doit être l'angle α pour que la région sur laquelle tombent les électrons soit minimale? Evaluer la dimension de cette région.

◇ **7.1.26**. Un électron accéléré par une différence de potentiel V_0 passe entre les lames d'un condensateur plan et tombe ensuite sur

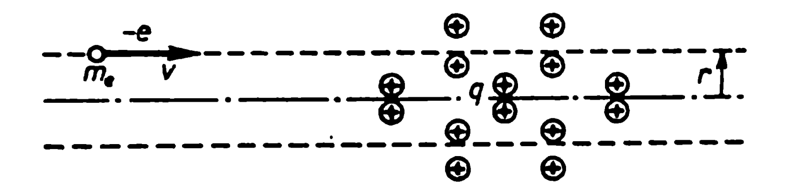
un écran. La distance d entre les lames est notablement inférieure à la longueur l des lames et la distance L entre le condensateur et l'écran est de beaucoup supérieure à l. Pour une différence de potentiel aux



Pour le problème 7.1.26

lames du condensateur $V \ll V_0$ la déviation x de l'électron sur l'écran est proportionnelle au produit LV et inversement proportionnelle à V_0: $x \approx k\,(V/V_0)\,L$. Déterminer le coefficient k.

◇ **7.1.27.** a. Un électron entre dans un champ électrique à symétrie axiale créé par des charges immobiles et se déplace d'abord parallèlement à l'axe de ce champ à une distance r de cet axe. La vitesse de



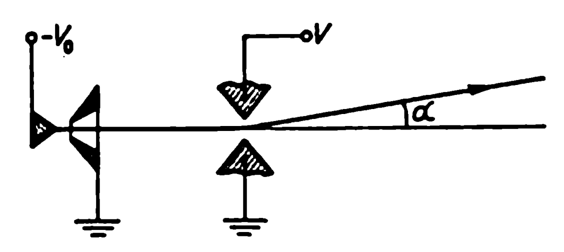
Pour le problème 7.1.27

l'électron est v. Si la vitesse de l'électron et sa distance à l'axe varient très peu lors du mouvement dans le champ, l'implusion acquise par l'électron peut être évaluée selon la formule $p_\perp = eq/(2\pi\varepsilon_0 vr)$, où q est la charge électrique totale à l'intérieur de la région cylindrique de rayon r. En utilisant le théorème de Gauss, déduire cette formule.

b. Déterminer l'impulsion transversale acquise par une charge q_1 qui est passée près d'une charge q_2. La distance minimale entre les charges est r, la vitesse de la charge q_1 était d'abord égale à v et variait très peu.

c. Evaluer la distance minimale du noyau d'un atome d'azote à laquelle est passé un électron accéléré par une différence de potentiel de 100 kV s'il a été dévié par ce noyau d'un angle de 10^{-3} rad.

◇ **7.1.28*.** Des électrons passent à travers une fente à laquelle est appliquée une différence de potentiel V. La capacité de l'unité de longueur de la fente est C. Pour de petites valeurs de V l'angle de déviation des électrons par le champ de la fente est proportionnel



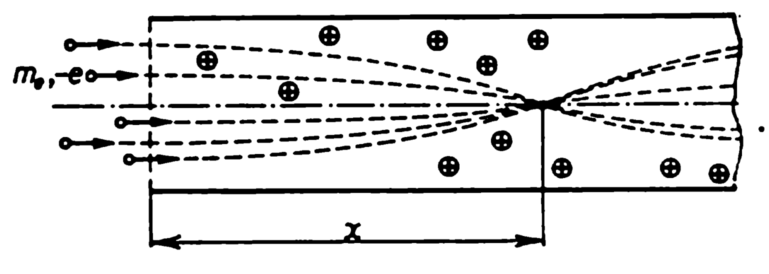
Pour le problème 7.1.28

au produit de C par V et inversement proportionnel à V_0 (eV_0 est l'énergie initiale des électrons): $\alpha \approx kCV/V_0$. Déterminer le coefficient k.

§ 7.2. Focalisation des particules chargées

7.2.1. Un faisceau parallèle d'électrons accélérés par une différence de potentiel V_0 est focalisé sur une pièce dans le cas où on applique un potentiel V à une lentille électronique. Comment faut-il faire varier le potentiel de la lentille dans le cas où l'énergie des électrons dans le faisceau augmente de deux fois?

◇ **7.2.2.** Un faisceau électronique est focalisé par la charge volumétrique positive d'un faisceau ionique droit de section circulaire.



Pour le problème 7.2.2

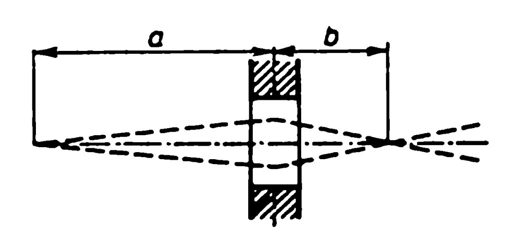
A quelle distance de l'entrée dans le faisceau ionique sont focalisés les électrons si leur vitesse à l'entrée est v, la densité de charge ρ et la longueur du faisceau ionique l?

7.2.3. De combien de fois varie la distance focale d'une lentille mince isolée de grande focale si: a) l'énergie des particules focalisées est augmentée de k fois; b) la tension sur la lentille est augmentée de k fois? Lors du calcul des lentilles minces isolées on négligera le changement de la trajectoire des particules dans la région de la lentille lié à l'action exercée sur ces particules par le champ de la lentille.

◇ **7.2.4.** Déduire la formule d'une lentille mince de grande focale

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

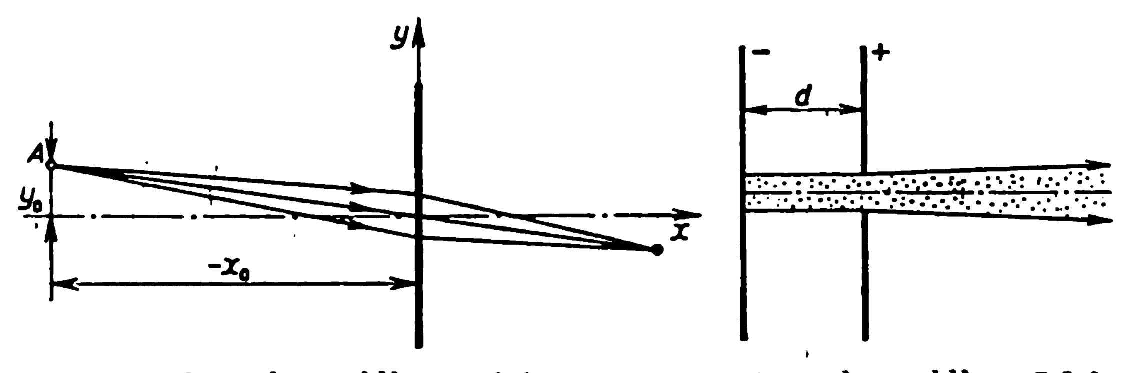
où f est la distance focale, a la distance de la source d'électrons à la lentille et b la distance entre l'endroit où se focalisent les électrons et la lentille.



Pour le problème 7.2.4

◇ 7.2.5. A quelle distance de l'axe d'une lentille un faisceau d'électrons issu d'un point A de coordonnées $-x_0$ et y_0 est-il focalisé par une lentille de grande focale f disposée à l'origine des coordonnées? $y_0 \ll x_0$, f.

◇ 7.2.6. Pour des électrons émis par une armature de condensateurs un orifice rond pratiqué dans une deuxième armature est une lentille



Pour le problème 7.2.5 Pour le problème 7.2.6

isolée si le rayon de l'orifice est notablement plus petit que la distance d entre les armatures.

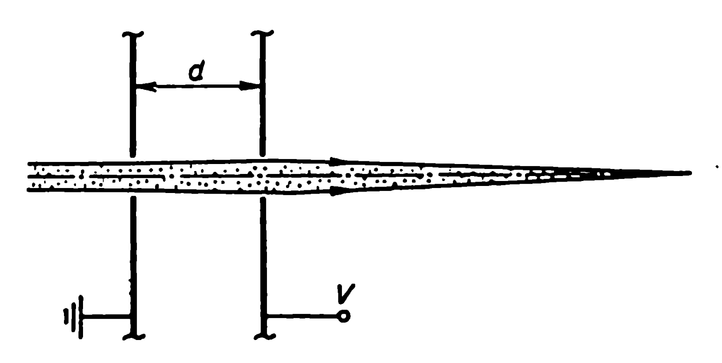
a. La distance focale de cette lentille dépend-elle de la différence de potentiel entre les armatures?

b*. Déterminer la distance focale de cette lentille en utilisant la formule donnée dans le problème 7.1.27a. On négligera la vitesse initiale des électrons.

◇ 7.2.7*. Un faisceau parallèle de protons accélérés par une différence de potentiel V_0 se déplace le long de l'axe de deux petits orifices ronds coaxiaux pratiqués dans les armatures d'un condensateur. A quelle distance de la deuxième armature est focalisé ce faisceau si le potentiel de cette armature est égal à V? La première armature est mise à la terre. La distance entre les armatures est d.

◇ 7.2.8*. Une lentille complexe se compose de trois plaques métalliques parallèles disposées à une distance d l'une de l'autre et mu-

nies de petits orifices circulaires ayant un axe commun. Les plaques extrêmes sont mises à la terre, à la plaque centrale est appliqué un

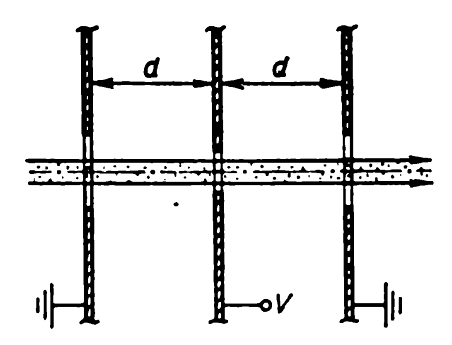


Pour le problème 7.2.7

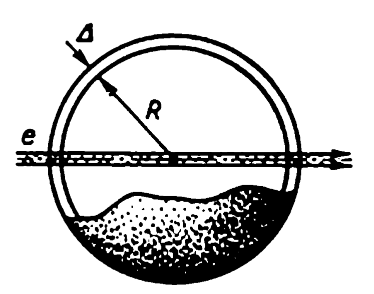
potentiel V. Déterminer la distance focale de cette lentille pour des électrons accélérés par le potentiel $V_0 \gg V$.

7.2.9. Un pinceau cylindrique de particules chargées accélérées par une différence de potentiel V_0 passe par le centre d'une cavité sphérique uniformément chargée. À quelle distance est focalisé ce pinceau si le potentiel au centre de la sphère $V \ll V_0$?

◇ **7.2.10.** Où est focalisé un pinceau cylindrique d'électrons accélérés par une différence de potentiel V_0 au moyen du champ électri-



Pour le problème 7.2.8



Pour le problème 7.2.10

que créé par deux sphères concentriques de rayons R et $R - \Delta$, $\Delta \ll R$? La sphère extérieure est mise à la terre, le potentiel de la sphère intérieure $V \ll V_0$, le pinceau passe par le centre des sphères.

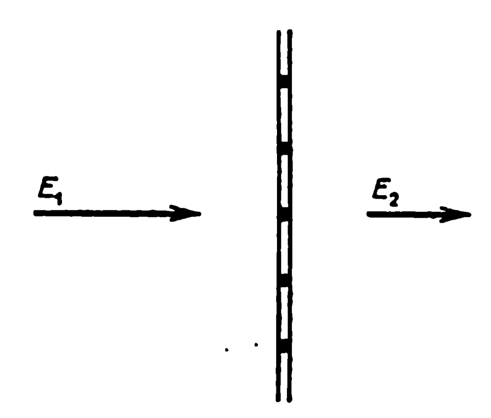
7.2.11*. Résoudre le problème 7.2.10 dans le cas où un faisceau d'électrons émis d'un point disposé à une distance $L \gg R$ du centre des sphères fait un petit angle avec la normale à sa surface.

7.2.12. Une électrode d'un condensateur plan est l'émetteur d'électrons, l'autre se compose de fils parallèles espacés d'une distance notablement inférieure à une distance d entre les électrodes. La différence de potentiel entre les électrodes est V. Déterminer la dispersion des électrons qui sont passés par la deuxième électrode

d'après l'énergie « transversale » si l'intervalle entre les fils est a et leur épaisseur b. On négligera la vitesse initiale des électrons.

7.2.13. Déterminer la différence de potentiel entre les armatures d'un condensateur si un faisceau, en forme de ruban, de protons perpendiculaire aux armatures et passant par deux étroites fentes parallèles est focalisé à une distance l de la deuxième armature. Les protons sont accélérés par une différence de potentiel V_0. La distance entre les armatures du condensateur est d. La première armature est mise à la terre, $l \gg d$.

◇ 7.2.14*. Démontrer que les fils uniformément chargés d'une grille à mailles carrées focalisent en un point un faisceau cylindrique



Pour le problème 7.2.14

d'électrons qui passe par une maille si l'épaisseur des fils est de beaucoup inférieure aux dimensions de la maille et si le faisceau tombe normalement au plan de la grille. A quoi est égale la distance focale d'une telle maille si loin du plan de la grille le champ électrique est uniforme, à droite il est égal à E_1 et à gauche à E_2, l'énergie des électrons étant égale à eV.

§ 7.3. Mouvement dans un champ électrique variable

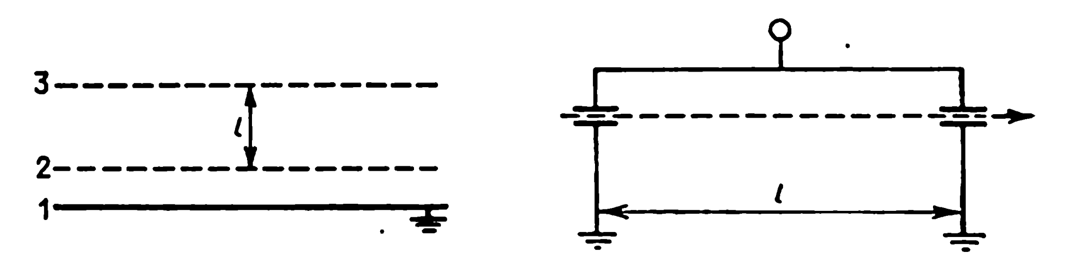
7.3.1. Une des lames d'un condensateur plan (la cathode) est source d'électrons. Un champ électrique d'intensité E entre les lames change de signe à intervalles de temps égaux τ de courte durée. Combien de temps met l'électron pour atteindre la lame opposée (l'anode)? La distance entre la cathode et l'anode est l.

◇ 7.3.2. Le dessin représente les électrodes d'une triode planaire. Des électrons sont émis par la cathode *1* sous l'action du champ de la grille plane *2* qui est maintenue sous une tension constante V. Une tension ΔV entre les grilles *2* et *3* change de signe à intervalles de temps τ égaux. La distance entre les grilles *2* et *3* est égale à l. Déterminer la vitesse à laquelle se déplacent les électrons derrière la deuxième grille si le temps τ est: a) notablement inférieur et b) nota-

blement supérieur au temps que mettent les électrons pour parcourir l'intervalle entre les grilles.

7.3.3. Dans un générateur électronique on utilise une triode dans laquelle la distance entre la cathode et l'anode est égale à 1 mm. Evaluer la fréquence d'oscillations maximale que l'on peut obtenir à l'aide de ce générateur si la tension entre l'anode et la cathode est égale à 200 V.

7.3.4. a. Calculer la sensibilité en tension du tube cathodique d'un oscillographe, i.e. le déplacement d'un spot sur un écran dû



Pour le problème 7.3.2 Pour le problème 7.3.8

à une tension de 1 V aux bornes des plaques de commande. La longueur des plaques est l, la distance entre elles $d \ll l$, la distance de l'extrémité des plaques à l'écran $L \gg l$. La tension d'accélération est V.

b. Déterminer la sensibilité du tube cathodique si $V = 10$ kV, $L = 30$ cm, $l = 3$ cm, $d = 5$ mm.

7.3.5. Dans un oscillographe une paire de plaques horizontale se trouve sous une tension $V_1 = V_0 \sin \omega t$ et une paire de plaques verticale sous une tension $V_2 = V_0 \cos \omega t$. La sensibilité de l'oscillographe (en centimètres par volt) est $5/V_0$. Quelle image apparaît sur l'écran de l'oscillographe?

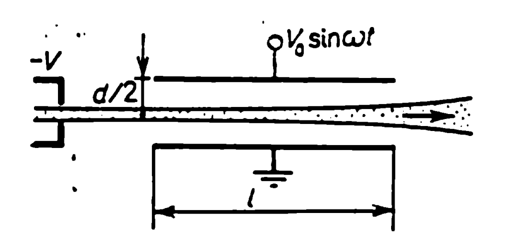
7.3.6. La longueur des plaques d'un oscillographe est l, la tension d'accélération V. A quelle fréquence du signal électrique diminue la sensibilité de l'oscillographe?

7.3.7. Lorsqu'un signal HF de fréquence $\nu \gg 1/\tau$ (τ est le temps de transit de l'électron entre les plaques) est amené aux plaques d'un oscillographe, une bande de largeur δ apparaît sur l'écran de celui-ci. La sensibilité de l'oscillographe dans le régime de travail ordinaire est S. Déterminer l'amplitude du signal.

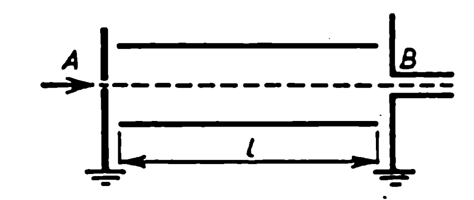
◇ **7.3.8.** Un pinceau d'électrons accéléré par une tension V passe successivement par un champ électrique de deux petits condensateurs distants de l l'un de l'autre. Les condensateurs sont mis en parallèle et connectés à une source de tension alternative. A une fréquence f le pinceau qui est sorti des condensateurs se déplace dans la direction initiale. Déterminer les valeurs possibles du rapport entre la charge de l'électron et sa masse.

◇ **7.3.9*.** Un pinceau d'électrons accéléré par une différence de potentiel V entre dans un condensateur plan parallèlement à ses lames. Déterminer la dispersion angulaire des électrons si les lames du condensateur se trouvent sous tension $V_0 \sin \omega t$. La distance d endre les lames du condensateur est notablement inférieure à sa longueur l.

◇ **7.3.10.** Un dispositif servant à extraire d'un faisceau électronique des électrons doués d'une vitesse déterminée se compose d'un




Pour le problème 7.3.9



Pour le problème 7.3.10

condensateur plan de longueur l fermé des deux côtés par des écrans munis d'un orifice d'entrée A et d'un long canal de sortie B. Une tension alternative de fréquence ω et d'amplitude V_0 est appliquée aux lames du condensateur. La distance entre les lames est d.

a. Quelle est la vitesse des électrons qui ont été extraits par le dispositif d'un faisceau électronique se déplaçant parallèlement aux lames?

b*. De combien l'orifice A doit-il être plus étroit que le canal B pour qu'un groupe d'électrons extraits passe par ce canal?

7.3.11. A partir de la date $t = 0$ un électron libre est soumis à l'action d'un champ électrique d'intensité $E = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$. Trouver les vitesses maximale et moyenne de l'électron.

7.3.12*. Quelle énergie (en eV) peuvent acquérir des électrons dans un champ électrique d'un faisceau laser? L'amplitude d'intensité du champ est égale à 10^{11} V/m, la fréquence est de $3 \cdot 10^{15}$ s^{-1}.

7.3.13*. Dans un champ électrique à haute fréquence d'intensité $E = E_0 \sin \omega t$ un plasma raréfié acquiert un potentiel positif. Déterminer ce potentiel si la masse des ions $M \gg m_e$.

7.3.14*. Un électron élastiquement lié dans une molécule a une fréquence de résonance d'oscillations ω_0. Le coefficient d'amortissement d'oscillations est γ. Trouver l'amplitude stationnaire des oscillations forcées de l'électron dans un champ électrique d'intensité $E = E_0 \sin \omega t$.

7.3.15*. Déterminer la permittivité diélectrique d'un milieu composé d'électrons élastiquement liés dans une molécule dans un champ électrique d'intensité $E = E_0 \sin \omega t$. La fréquence de résonance est ω_0, le coefficient d'amortissement $\gamma \ll \omega_0$, le nombre d'électrons dans l'unité de volume du milieu n_e.

§ 7.4. Interaction de particules chargées

7.4.1. A quoi sera égale la vitesse de deux électrons se trouvant à une distance λr l'un de l'autre s'ils commencent à se disperser quand leur distance de séparation est égale à r?

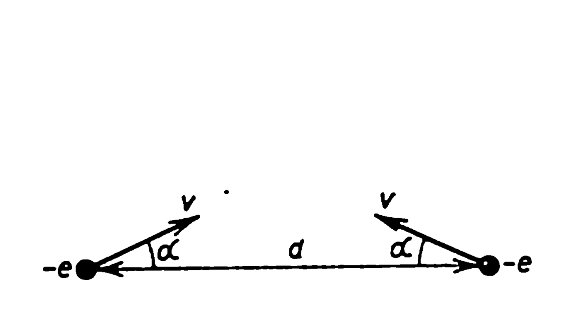
7.4.2. Quatre électrons sont placés aux angles d'un carré régulier de côté a. Les électrons se dispersent sous l'action de forces électriques. Déterminer leurs vitesses à l'infini.

7.4.3*. Deux protons et deux positons sont placés suivant la diagonale aux angles d'un carré régulier de côté a. Evaluer le rapport des vitesses des protons et des positons à l'infini. La masse du proton est 1840 fois plus grande que celle du positon et leurs charges sont les mêmes.

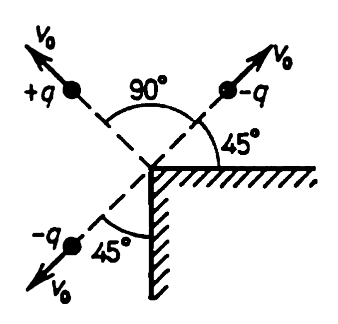
7.4.4. Deux électrons se déplacent de l'infini à une même vitesse v à la rencontre l'un de l'autre. Déterminer la distance minimale à laquelle ils se rapprochent.

7.4.5. Deux électrons séparés par une grande distance se déplacent respectivement à des vitesses v_1 et v_2 à la rencontre l'un de l'autre. Déterminer la distance minimale à laquelle ils se rapprochent.

7.4.6. Une boule chargée se trouvant à une grande distance se déplace vers le centre d'une autre boule chargée initialement immobile. Des charges sont distribuées à la surface des deux boules de façon



Pour le problème 7.4.7



Pour le problème 7.4.10

uniforme. Quelle doit être la vitesse de la boule mobile pour qu'elle puisse entrer en collision avec l'autre? La masse, la charge et le rayon de la boule immobile sont m_1, q_1 et R_1. Les paramètres de la boule mobile sont m_2, q_2 et R_2.

◇ **7.4.7.** Les vitesses de deux électrons sont égales à v, sont situées dans un même plan et, pour une distance d entre les électrons, forment un angle α avec la droite qui lie les électrons. A quelle distance minimale se rapprochent les électrons?

7.4.8*. Deux électrons se trouvent à une distance r l'un de l'autre, la vitesse de l'un étant égale à zéro et celle de l'autre formant un angle aigu avec la ligne qui lie les électrons. Quel sera l'angle

entre les vitesses des électrons lorsqu'ils se trouveront de nouveau à la distance r l'un de l'autre?

7.4.9*. Un corps de masse m et de charge q se trouvant à grande distance d'un plan métallique se déplace vers celui-ci. Déterminer la vitesse du corps au moment où il se trouve à une distance d du plan. La vitesse initiale du corps est nulle, ses dimensions sont notablement inférieures à d.

◇ **7.4.10*.** Les vitesses de trois particules chargées de masse m sont représentées sur le dessin. La distance de chaque particule à l'arête d'un dièdre métallique est d. Les charges des deux premières particules se déplaçant en sens opposés sont égales à $-q$, la charge de la troisième particule est q. Déterminer la vitesse de ces particules lorsqu'elles se trouvent à une grande distance l'une de l'autre.

7.4.11. Dans un des modèles de l'ion H_2^+ un électron gravite sur une orbite circulaire située dans le plan de symétrie de l'ion. La distance entre les protons est R. Trouver la vitesse à laquelle se déplace l'électron sur une orbite de rayon r.

7.4.12. Un électron décrit une orbite circulaire autour d'un noyau lourd de charge Ze à une distance r de ce dernier. Quelle énergie minimale faut-il communiquer à l'électron pour l'arracher du noyau?

7.4.13*. La distance entre un électron et un positon dans le positonium est r. Quelle énergie minimale faut-il communiquer à l'électron pour que le positonium se scinde?

7.4.14*. Deux particules de masses m et M portant des charges de signes contraires se déplacent sur une circonférence sous l'action d'une attraction électrique. La vitesse de la particule de masse m est augmentée instantanément de n fois sans que sa direction change. Pour quel n minimal les particules se disperseront-elles après cela?

7.4.15*. Un positonium au repos est frappé à un faisceau de mêmes particules. Quelle doit être la vitesse minimale des particules dans le faisceau pour assister parfois à une « fragmentation » totale de deux positoniums en collision? La vitesse du mouvement orbital de l'électron et du positon dans le positonium est v.

7.4.16. Une capture non radiative d'un électron par un proton libre (formation d'un atome d'hydrogène) est-elle possible?

7.4.17*. Un proton au repos est frappé par un autre venu de l'infini à une vitesse v. Le paramètre de choc est ρ. Déterminer à quelle distance il se rapprochent.

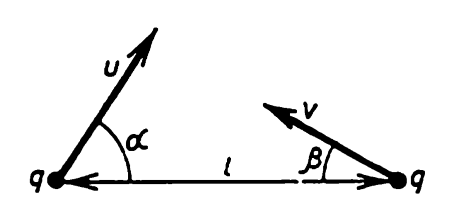
◇ **7.4.18*.** Deux particules identiques qui portent une charge q sont animées de vitesses u et v situées dans un même plan et formant des angles α et β avec la ligne qui les lie, se trouvent à une distance l l'une de l'autre. Déterminer la masse des particules, sachant que la distance minimale à laquelle elles se rapprochent est égale à r.

7.4.19*. Deux charges sont placées à une distance l l'une de l'autre et lâchées. Au bout d'un temps t_0 la distance entre les charges a doublé. Ces mêmes charges sont placées à une distance $3\,l$ et lâchées.

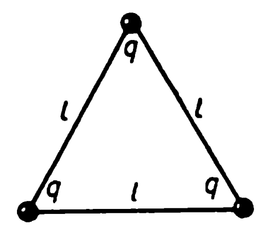
Au bout de combien de temps la distance entre les charges aura-t-elle à nouveau doublé?

7.4.20. Une particule de masse m portant une charge q et éloignée à grande distance se déplace vers le centre d'une sphère uniformément chargée non fixée. Le rayon de la sphère est R, sa charge Q, sa masse M. Quelle vitesse doit avoir la particule à grande distance de la sphère pour pouvoir passer à travers les petits orifices pratiqués dans cette sphère? $qQ > 0$.

7.4.21. Une particule de masse m portant une charge q et se trouvant à grande distance d'un anneau chargé non fixé s'approche de lui en se déplaçant sur son axe à une vitesse v_0. Le rayon de l'anneau est R, sa charge Q, sa masse M. Cet anneau est d'abord au repos. Quelle sera la vitesse de la particule quand elle passera par le centre de l'anneau?



Pour le problème 7.4.18



Pour le problème 7.4.23

7.4.22*. Une particule de masse m portant une charge q et se trouvant à grande distance d'une boule uniformément chargée non fixée s'approche d'elle en se déplaçant vers son centre. Le rayon de la boule est R, sa charge Q, sa masse M. Initialement cette boule était au repos. Quelle vitesse minimale doit avoir la particule à grande distance de la boule pour passer par son centre?

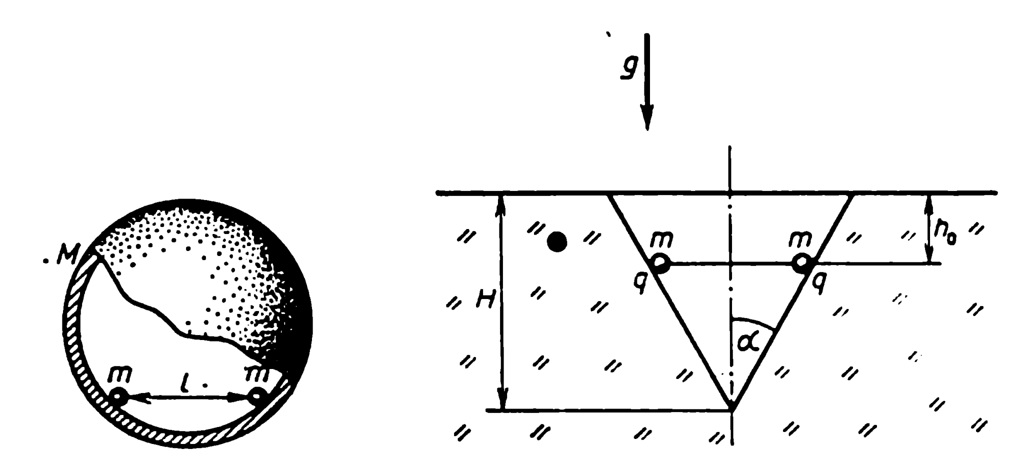
◇ **7.4.23*.** Trois billes identiques de masse m portant une charge q de même signe sont liées par des fils impondérables, inextensibles et non conducteurs de longueur l. Un des fils est brûlé. Déterminer la vitesse maximale des billes.

◇ **7.4.24.** Deux perles identiques de masse m portant une charge q se trouvent à l'intérieur d'une sphère lisse non conductrice de masse M et de rayon R. La distance entre les perles est l. Trouver la vitesse maximale de la sphère si les perles sont libérées.

7.4.25. Deux corps de masse m portant une charge Q sont situés sur un plan horizontal à une distance R l'un de l'autre. Par suite d'une interaction électrique les deux corps commencent à se déplacer sur le plan. Quelle distance parcourra chacun des corps si le coefficient de frottement des corps sur le plan est égal à μ? Quelle vitesse maximale acquerront les corps au cours du mouvement?

◇ **7.4.26*.** Deux petits corps chargés et liés par un fil se trouvent dans un trou conique, de profondeur H et d'angle au sommet α, à h_0 au-dessous du plan de la base de ce trou. Le fil est brûlé et les corps

commencent à glisser vers le haut, sur la paroi du trou, puis ils en sortent. Le coefficient de frottement des corps sur la paroi du trou est μ, la masse et la charge de chaque corps sont respectivement m et q. A quelle hauteur montent les corps une fois sortis du trou?



Pour le problème 7.4.24

Pour le problème 7.4.26

7.4.27. Deux boules chargées de masse m portant une charge q sont liées par un ressort non déformé de longueur l et lâchées. Les oscillations des boules cessent au bout d'un certain temps par suite des frottements qui existent dans le ressort et les deux boules se trouvent à une distance $2l$ l'une de l'autre. Déterminer la quantité de chaleur dégagée dans le ressort.

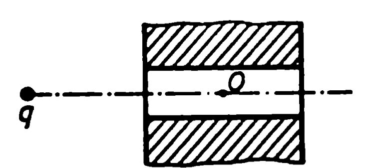
7.4.28. Lors de la vibration de deux billes chargées et liées à un ressort, la longueur de ce dernier varie de l_1 à l_2. La longueur du ressort non déformé est l_0, la charge de chaque bille q. Déterminer la raideur du ressort.

7.4.29. A la suite d'une explosion une sphère de masse m portant une charge q se désintègre en un grand nombre de fragments identiques dont la vitesse est égale à v au moment de l'explosion et dirigée le long du rayon de la sphère. Déterminer la vitesse maximale de ces fragments.

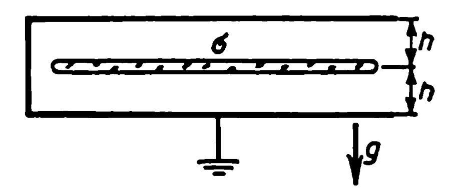
7.4.30. Deux gouttes de mercure identiques de rayon R qui se déplacent l'une à la rencontre de l'autre ont à grande distance une vitesse v. Elles entrent en collision et fusionnent en une seule goutte. Déterminer la quantité de chaleur qui est dégagée pendant la collision si: a) les gouttes portent des charges de signes contraires Q et $-Q$; b) une goutte porte une charge $-q$ et l'autre Q. La masse volumique du mercure est ρ, la tension superficielle σ.

◇ 7.4.31. Une charge ponctuelle q se trouve sur l'axe d'un trou cylindrique pratiqué dans une plaque métallique à une certaine distance de celle-ci. La charge est lâchée. Décrire qualitativement son mouvement.

◇ **7.4.32*.** Une plaque mince chargée se trouve, à distance h égale, entre deux plans métalliques horizontales parallèles et mis à la terre. La surface de la plaque est S, sa masse m, la densité superficielle de



Pour le problème 7.4.31

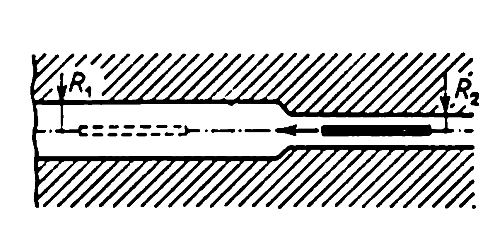


Pour le problème 7.4.32

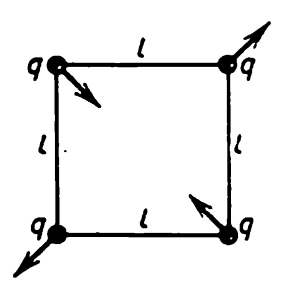
charge σ. Quelle vitesse minimale faut-il communiquer à cette plaque pour qu'elle atteigne le plan supérieur? La distance h aux plans est notablement inférieure aux dimensions linéaires de la plaque.

7.4.33. A l'intérieur d'une boule conductrice non chargée et fixée de rayon R est pratiquée une cavité sphérique de rayon r dont le centre coïncide avec celui de la boule. Quelle vitesse minimale faut-il communiquer à une particule de masse m portant une charge q et se trouvant au centre pour qu'elle passe à travers un canal fin de la boule et s'en éloigne à grande distance?

◇ **7.4.34*.** Une tige mince portant une charge dont la densité linéique est ρ se déplace le long de l'axe d'un long canal cylindrique qui a été découpé dans un conducteur. La longueur de la tige l est



Pour le problème 7.4.34



Pour le problème 7.4.35

notablement supérieure à R_1 et à R_2. Loin de l'étranglement du canal, à droite, la vitesse de la tige est v_0. Trouver la vitesse de la tige loin de l'étranglement du canal, à gauche. La masse de cette tige est m.

◇ **7.4.35*.** A quoi est égale la période des petites oscillations de quatre corps chargés qui sont liés par des fils identiques de longueur l et qui se déplacent comme indiqué sur le dessin? La masse et la charge du corps sont respectivement m et q.

7.4.36*. Un plasma se compose d'électrons et d'ions lourds positivement chargés. Le nombre des électrons et des ions contenus dans

une unité de volume est le même et égal à n. Dans une couche de plasma d'épaisseur h on communique à tous les électrons une même vitesse v dans la direction perpendiculaire à cette couche. Au bout de combien de temps la masse principale des électrons sera-t-elle arrêtée par des forces électriques si : a) $v \gg he\sqrt{n/m_e}$; b) $v \ll he\sqrt{n/m_e}$, où e et m_e sont la charge et la masse de l'électron ? Evaluer dans les deux cas la fréquence des oscillations des électrons.

CHAPITRE 8

COURANT ÉLECTRIQUE

§ 8.1. Courant. Densité de courant. Courant dans le vide

8.1.1. a. Des électrons se déplacent dans un synchrotron sur une orbite presque circulaire de longueur $l = 240$ m. Pendant un cycle d'accélération le nombre des électrons se trouvant sur l'orbite est à peu près égal à $n = 10^{11}$, leur vitesse est pratiquement égale à la vitesse de la lumière. A quoi est égal le courant?

b. Déterminer le courant qui est créé par un électron gravitant sur une orbite de rayon $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ m dans un atome d'hydrogène.

8.1.2. Dans un conducteur de longueur l une charge totale mobile, uniformément distribuée dans ce conducteur, est égale à q. Déterminer la vitesse moyenne des charges si le courant est égal à I.

8.1.3. Dans le générateur de Van de Graaff une bande caoutchoutée de largeur $a = 30$ cm se déplace à une vitesse $v = 20$ m/s. Près de la poulie inférieure on communique à cette bande une charge tellement grande qu'elle crée de part et d'autre de celle-ci un champ d'intensité $E = 1,2 \cdot 10^6$ V/m. A quoi est égal le courant?

8.1.4. Dans un gaz raréfié un courant est créé par le mouvement des ions. Démontrer que le choc mutuel d'ions identiques ne modifie pas le courant.

8.1.5. Supposons que le nombre des électrons de conduction dans un métal soit égal au nombre des atomes. Quelle sera alors la vitesse moyenne des électrons de conduction dans un fil d'argent de 1 mm de diamètre parcouru par un courant de 30 A?

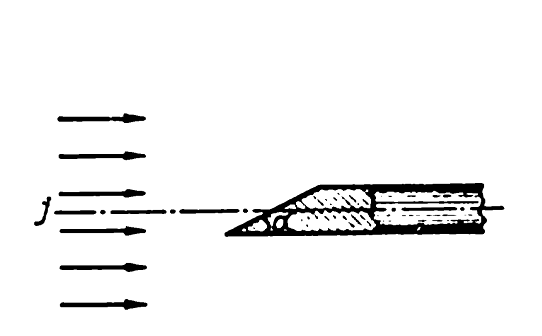
8.1.6. Une feuille recouverte d'une substance β-radioactive émet ν électrons d'une unité de surface par unité de temps. Leur vitesse est égale à v, toute direction de la vitesse est équiprobable. Trouver la densité de courant. Pourquoi ne dépend-elle pas de v?

8.1.7. Dans un jet de grains de poussière β-radioactifs animés d'une vitesse u le nombre des électrons qui sont contenus dans une unité de volume est égal à n_e. La vitesse de l'électron par rapport au grain de poussière qui l'a émis est égale à v et toutes les directions des vitesses sont équiprobables. Déterminer la densité de courant électronique dans le jet.

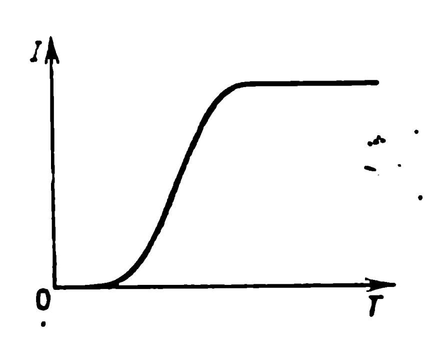
◇ **8.1.8.** Dans un tube à rayons X un faisceau électronique caractérisé par une densité de courant $j = 0,2$ A/mm² tombe sur le bout

d'une tige métallique biseauté d'un angle de 30°. La surface de ce bout $s = 10^{-4}$ m^2 et la tige elle-même est disposée le long de l'axe du faisceau. Déterminer le courant circulant dans la tige.

8.1.9. Une boule métallique de rayon $r = 10$ cm est placée dans un faisceau de protons qui est caractérisé par une densité de courant



Pour le problème 8.1.8



Pour le problème 8.1.13

$j = 1$ μA/cm^2. Déterminer le temps au bout duquel la boule sera portée à un potentiel $V = 220$ V. On négligera l'action du champ créé par la boule sur le faisceau.

8.1.10. La densité de courant dans un faisceau électronique est j, la vitesse des électrons v. Déterminer la densité de charge dans le faisceau.

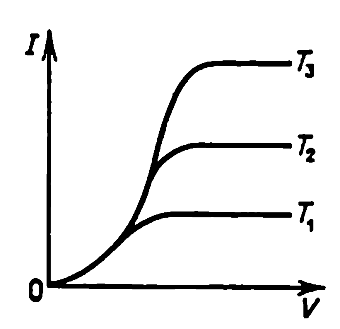
8.1.11. Dans un faisceau électronique de section circulaire de rayon initial $r = 3$ cm la vitesse des électrons $v = 10^8$ m/s pour un courant total dans le faisceau $I = 100$ A. Evaluer l'intensité initiale du champ électrique sur la surface du faisceau et la distance à laquelle le rayon du faisceau augmente de deux fois sous l'action du champ électrique propre.

8.1.12*. Un champ électrique retardateur d'intensité E est créé entre deux grilles parallèles. Un large faisceau électronique dont la densité de charge est ρ_0 et la vitesse est v_0 tombe suivant la normale à la grille antérieure. En négligeant l'interaction entre les électrons, trouver la distribution de la densité de charge entre les grilles dans le cas où: a) la vitesse des électrons est tellement grande qu'ils passent à travers les grilles et ne reviennent pas; b) les électrons sont réfléchis par le champ. A partir de quelles valeurs de ρ_0 faut-il tenir compte, dans le deuxième cas, du champ créé par la charge entre les grilles?

◇ **8.1.13.** Dans une diode à vide il y a deux électrodes: la cathode à partir de laquelle « s'évaporent » des électrons (elle est spécialement chauffée) et l'anode sur laquelle tombent les électrons émis par la cathode. Expliquer pourquoi la diode peut être utilisée comme redresseur. Le dessin montre comment le courant passant dans le circuit de l'anode dépend de la température de la cathode, la tension

entre l'anode et la cathode étant constante. Expliquer qualitativement cette dépendance.

◇ **8.1.14.** Le dessin représente trois graphiques de variation du courant circulant dans l'anode en fonction de la tension appliquée



Pour le problème 8.1.14

aux électrodes de la diode, qui sont relevés pour différentes valeurs de la température de la cathode. Quelle courbe correspond à la cathode à basse température et quelle autre à la cathode à haute température ?

8.1.15. Lorsque le courant circulant dans une diode est loin d'être saturé, il se forme, près de la surface de la cathode, une mince couche d'électrons à partir de laquelle la majeure partie d'entre eux revient sur la cathode, qui les attire, et une autre partie se diffuse dans le sens opposé, étant, eux, entraînés par le champ vers l'anode. Pourquoi sur la frontière extérieure de cette couche peut-on considérer le champ comme nul?

8.1.16*. Une cathode et une anode, constituant une diode à vide, sont deux plaques métalliques parallèles et séparées entre elles par un interstice $d = 0{,}5$ cm. La surface de chaque plaque $S = 10$ cm^2. Lorsque la tension appliquée entre la cathode et l'anode est $V = 5000$ V, le courant est $I = 1$ A. En posant que le champ électrique entre les deux plaques est uniforme, déterminer la densité de charge en fonction de la distance à la cathode. Admettons que la vitesse initiale des électrons est nulle. Peut-on, dans le cas considéré, négliger l'action qu'exerce sur les électrons leur charge spatiale?

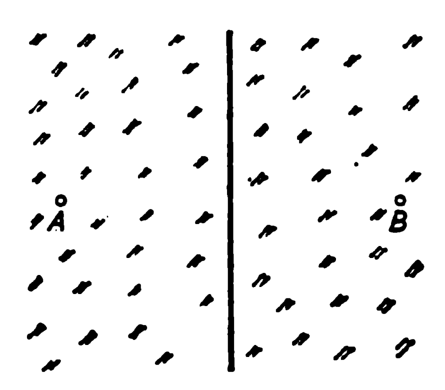
8.1.17*. Pour tenir compte de l'influence qu'exerce une charge spatiale sur le travail d'une diode plane avec une distance interélectrodes d il faut établir la dépendance de la densité de charge ρ, du potentiel φ et de la vitesse v des électrons par rapport à une distance x à la cathode. Pour des courants qui sont loin d'être saturés, la vitesse des électrons et l'intensité du champ à la cathode peuvent être considérées comme nulles. Dans le cas où la cathode est mise à la terre on peut représenter le potentiel sous la forme $\varphi = V\,(x/d)^n$. En déduire $\rho\,(x)$ et $v\,(x)$ et, en utilisant la condition du courant stationnaire, trouver l'exposant n. Obtenir les expressions exactes pour la

densité de courant et pour le courant circulant à travers la diode pour une tension donnée V. La surface des électrodes est S.

8.1.18*. L'anode et la cathode d'une diode sont de forme arbitraire. Supposons que pour une tension déterminée aux bornes de cette diode, dans un régime qui est loin d'être de saturation, il s'établit entre les électrodes une charge spatiale dont la densité est égale à $\rho(x, y, z)$. De combien de fois augmente la densité de cette charge si la tension aux bornes de la diode est augmentée de n fois ? De combien de fois augmente le courant à travers la diode ?

8.1.19. Un fil rectiligne est enfoui profondément dans un sol homogène. Le courant de fuite par unité de longueur du fil est égal à i. Déterminer la densité de courant à une distance r du fil. La longueur du fil est de beaucoup supérieure à r.

◇ **8.1.20.** a. Un courant I est amené à un point A d'un milieu et ce même courant I est dérivé d'un point B. En supposant que chaque point du milieu crée, indépendamment des autres points, un champ



Pour le problème 8.1.20

stationnaire à symétrie sphérique du courant, déterminer la densité superficielle de courant dans le plan de symétrie des points A et B. Quel est le courant total à travers ce plan ? Comment change la solution si le courant I est également amené au point B ?

b*. Déterminer la distribution de la densité de courant à la surface du sol si une source ponctuelle de courant I se trouve à une profondeur h de sa surface.

8.1.21*. Une charge ponctuelle q se déplace à une vitesse v parallèlement à la surface d'un conducteur parfait à une distance l de cette surface. Déterminer la densité linéique d'un courant superficiel « induit » dans ce conducteur à une distance r de cette charge ; $r > l$.

§ 8.2. Conductibilité. Résistance. Sources de f.é.m.

8.2.1*. a. Déterminer la conductivité d'un métal si le nombre d'électrons de conduction contenus dans une unité de volume du métal est n_e, le temps entre les chocs successifs d'un électron avec

des ions du réseau cristallin est τ. Immédiatement après un choc, toutes les directions de la vitesse de l'électron sont équiprobables.

b. Evaluer le temps moyen entre les chocs successifs d'un électron de conduction avec des ions du réseau cristallin du cuivre.

8.2.2*. Un container rempli d'air à la température ambiante et sous pression atmosphérique est irradié par un rayonnement X qui ionise une petite partie des molécules. Les ions négatifs sont des molécules de O_2 qui ont capturé un électron. Les dimensions du container sont de $10 \times 10 \times 2$ cm; deux parois de 10×10 cm sont faites de métal, les autres d'un matériau isolant. Entre les parois conductrices est appliquée une tension de 1000 V qui crée un courant de 1,5 μA. En supposant que le nombre des ions simples positifs et négatifs est le même, évaluer la part des molécules ionisées du gaz. La longueur de libre parcours des ions est égale à 10^{-7} m.

8.2.3. Sous l'action d'un champ électrique constant il s'établit dans un conducteur un courant continu, i.e. les porteurs de courant ont une vitesse moyenne constante et non pas une accélération constante, ce qui signifie qu'il existe une force exercée par la matière sur les porteurs de courant. Exprimer la force moyenne qui agit sur un porteur en fonction de la conductivité λ de la matière, de la densité des porteurs de courant n, de la vitesse de dérive v et de la charge e.

8.2.4. Un anneau en fil métallique de rayon $r = 0{,}1$ m tourne à une vitesse angulaire $\Omega = 10^3$ rad/s. Déterminer le courant qui circule à travers l'anneau lors du ralentissement uniforme de sa rotation jusqu'à son arrêt total au cours d'un temps $\tau = 10^{-3}$ s. La section du fil $s = 0{,}5$ cm², la conductivité du métal $\lambda = 6 \cdot 10^7$ S/m.

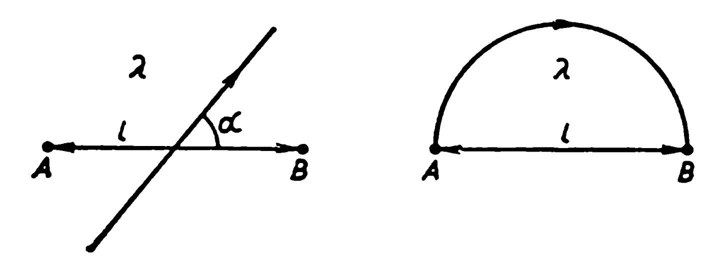
8.2.5. La vitesse moyenne d'un mouvement orienté de charges dans les conducteurs est de quelques centimètres par seconde au maximum. Pourquoi une lampe de bureau s'allume-t-elle dès que le bouton de l'interrupteur est appuyé?

8.2.6*. En se servant du tableau ci-dessus, déterminer le rapport entre la conductivité thermique et la conductivité électrique pour certains métaux à 0 °C. Comment expliquer le résultat obtenu?

Métaux	k, W/(m·K)	λ, 10^7 S/m	Métaux	k, W/(m·K)	λ, 10^7 S/m
Cuivre	385	6,0	Fer	60	0,9
Zinc	111	1,7	Plomb	34	0,5

◇ **8.2.7.** Déterminer l'intensité d'un champ électrique et la différence de potentiel entre les points A et B d'un conducteur si le courant y circule sous un angle α par rapport à la direction de la droi-

te AB. Trouver la différence de potentiel entre les points A et B si la ligne de courant reliant ces points est un demi-cercle. La distance

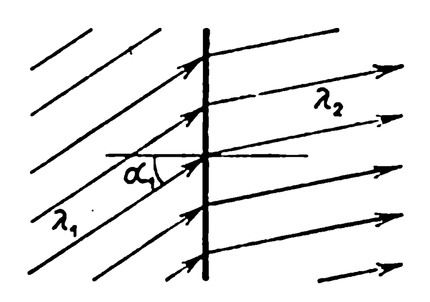


Pour le problème 8.2.7

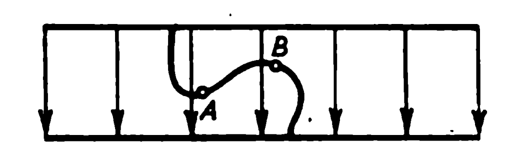
de A à B est égale à l. La densité de courant dans le conducteur est j, sa conductivité λ.

8.2.8. Une densité de courant j est perpendiculaire au plan de séparation de deux milieux de conductivités λ_1 et λ_2. Trouver la densité superficielle de charge sur ce plan.

◇ 8.2.9. A la surface de séparation de deux milieux dont les conductivités sont λ_1 et λ_2 arrivent des lignes de courant partant du premier milieu et formant un angle α_1 avec la normale au plan. Quel



Pour le problème 8.2.9



Pour le problème 8.2.12

angle forment avec cette normale les lignes de courant dans le second milieu ? A quoi est égale la densité superficielle de charge à la surface de séparation de deux milieux ? Dans le premier milieu la densité de courant est j.

8.2.10. La conductivité d'un milieu varie selon la loi $\lambda = \lambda_0 a/(1 + x)$. Déterminer la densité de charge pour une densité de courant stationnaire j dirigée le long de l'axe des x.

8.2.11. Une charge excessive Q_0 se trouve au centre d'une boule conductrice dont la résistivité est ρ.

a. Comment varie, en fonction de Q_0, le courant circulant du centre de la boule vers sa surface ?

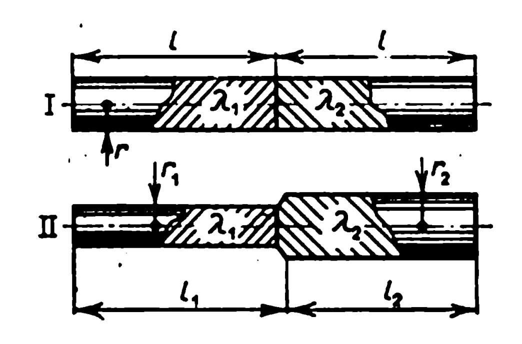
b*. Comment varie la charge au centre de la boule avec le temps ?

◇ 8.2.12. Les lames d'un condensateur chargé sont liées par un mince conducteur courbé. Quel est le sens du courant entre les points

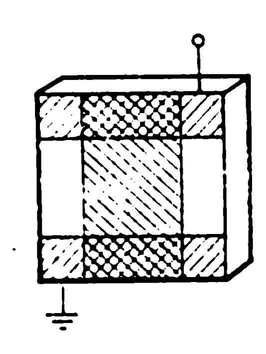
A et B? Comment peut-on le faire concorder avec la direction du champ qui règne dans le condensateur?

8.2.13. Un cylindre fait d'un matériau conducteur de conductivité λ a une longueur l et une section droite S. La différence de potentiel entre ses bouts est égale à V. Déterminer le courant circulant à travers la section du cylindre. Quelle est la résistance de ce cylindre?

◇ 8.2.14. Avec des métaux de conductivités λ_1 et λ_2 on a fabriqué de longues tiges et les a réunies, comme l'indique le dessin. Une




Pour le problème 8.2.14


Pour le problème 8.2.15

différence de potentiel V est maintenue entre les bouts extrêmes. Déterminer la résistance des tiges réunies et les courants qui y circulent.

◇ 8.2.15. Un expérimentateur veut préparer une couche d'aluminium de 500 nm d'épaisseur en la déposant, par pulvérisation sous vide, sur la surface propre d'une plaque de verre. Il dépose d'abord deux couches d'aluminium assez épaisses en laissant au centre de la plaque une bande de surface propre recouverte par un masque. Ensuite, en utilisant un autre masque, il dépose sur le verre, dans le sens transversal, une bande d'aluminium de même largeur que la bande propre. Les couches épaisses sont alors utilisées comme des sorties servant à mesurer la résistance de la couche déposée. Avec quelle résistance de la couche faut-il arrêter la déposition si la résistivité de l'aluminium à la température ambiante est égale à $2{,}83 \times 10^{-8}$ ohms·m?

8.2.16*. Un long tube cylindrique en isolant est recourvert d'une couche conductrice mince. La résistance entre les bouts du tube est R_0. La couche conductrice est coupée par un outil coupant mince suivant la spirale allant sous un angle α par rapport à la génératrice du tube. Ensuite, on connecte les contacts et on dépose un revêtement isolant. Déterminer la résistance obtenue.

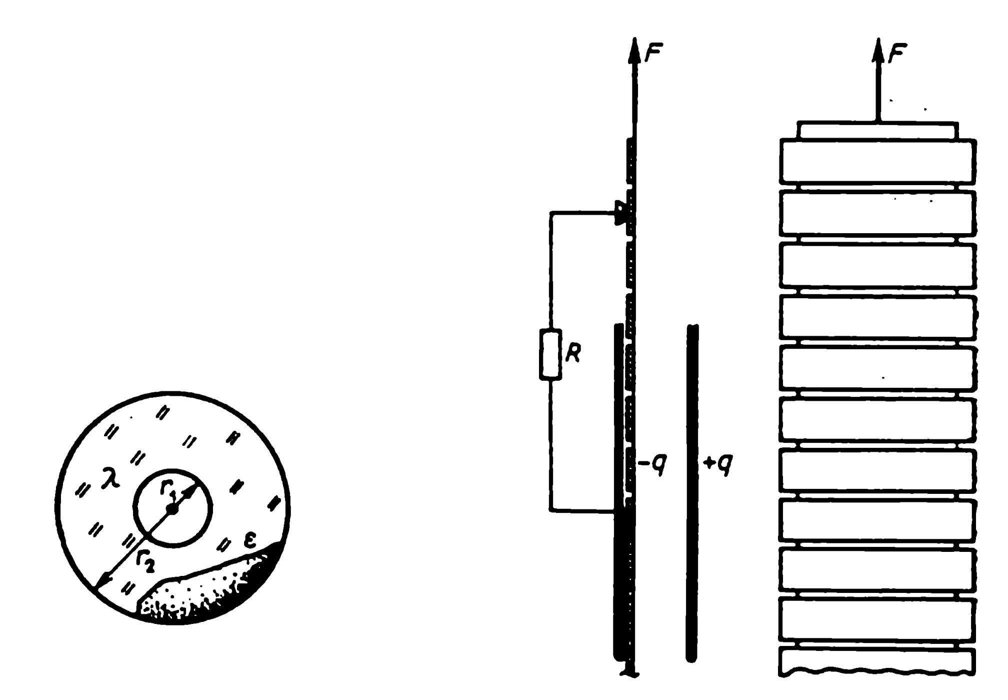
8.2.17*. Une boule métallique de rayon r est placée dans un milieu de conductivité λ qui est petite. Déterminer le courant qui s'écoule de la boule si son potentiel est égal à V. Si cette boule est

connectée par un fil isolé à un paratonnerre, quelle sera la résistance de mise à la terre?

8.2.18*. Deux électrodes qui sont des boules métalliques de 30 cm de diamètre sont suspendues à des câbles isolés dans la mer à une profondeur de 60 m. La distance entre les deux boules est de 300 m. La conductivité de l'eau de mer est de 4 S/m. Evaluer la résistance de l'eau entre les boules.

8.2.19*. Des électrodes de cuivre plongées dans de l'eau salée contenue dans un grand récipient sont mises sous tension continue. En se servant d'une sonde connectée à un voltmètre à haute résistance on peut obtenir une « carte » d'équipotentielles. Comment déterminer la direction des lignes de courant et la densité de courant d'après les données de cette carte? Pourquoi le champ électrique dans l'eau est-il le même que pour des électrodes dans le vide entre lesquelles on applique la même tension?

◇ **8.2.20.** Les rayons des armatures d'un condensateur sphérique sont respectivement r_1 et r_2, la charge est $\pm q$. Trouver la résistance



Pour le problème 8.2.20 Pour le problème 8.2.24

et le courant de fuite dans ce condensateur si l'espace entre les armatures est rempli par une substance de permittivité ε et de conductivité λ.

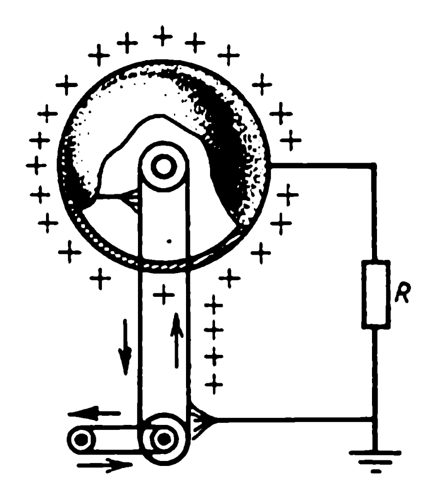
8.2.21*. Après avoir rempli un condensateur par un milieu de conductivité λ et de permittivité ε la résistance entre ses bornes devient égale à R. Trouver la capacité du condensateur. Ce résultat dépend-il de la construction du condensateur?

8.2.22*. Où faut-il placer les contacts électriques sur les surfaces inférieure et supérieure d'une plaque conductrice ronde pour que la résistance entre ces contacts soit minimale?

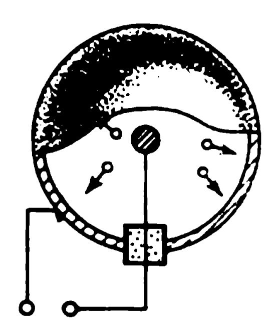
8.2.23. Pourquoi, en considérant le courant électrique dans une substance, ne tient-on pas compte de l'énergie cinétique des porteurs de courant liée à leur mouvement ordonné? Evaluer l'énergie cinétique d'un électron (en électrons-volts) pour un courant $I = 100$ A circulant dans un fil de sodium de section $S = 1$ mm². Le nombre des électrons de conduction contenus dans une unité de volume du fil $n_e = 2{,}5 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}.

◇ **8.2.24*.** Une bande se compose d'étroites bandelettes conductrices ayant des jeux isolants encore plus étroits. Elle touche une lame de condensateur et un petit contact entre lesquels est branchée une résistance R. Au début la bande n'était pas chargée et la charge des lames du condensateur était $\pm q$. La longueur des lames est l, et leur largeur coïncide avec celle de la bande. La bande est tirée du condensateur avec une force F. Trouver le courant qui traverse la résistance et la vitesse uniforme de la bande. La distance du bord des lames du condensateur au contact est notablement plus grande que la distance entre les lames et notablement plus petite que leur longueur.

◇ **8.2.25.** Dans un générateur de Van de Graaff des porteurs de charge « collés » à une bande non conductrice sont transportés contre



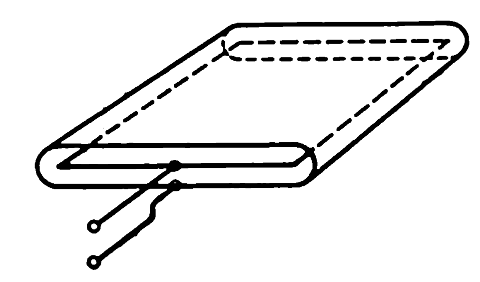

Pour le problème 8.2.25


Pour le problème 8.2.26

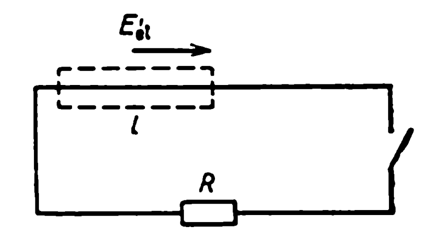
un champ. A l'intérieur d'une boule des charges sont prélevées sur la bande par un champ fort localisé sur un balai de contact. L'énergie nécessaire pour le mouvement de la bande peut être fournie par un moteur électrique, un moteur à essence ou la force humaine. La charge totale portée par la bande est q, sa longueur l, la résistance entre la boule et la terre R. Déterminer le potentiel stabilisé de la boule dans deux cas: a) la bande se déplace à une vitesse constante v; b) on déplace la bande en lui appliquant une force constante F.

◇ 8.2.26. Une batterie électrique « atomique » est une sphère métallique avec un morceau de substance β-radioactive, isolé de cette sphère. Le nombre d'atomes se désintégrant par unité de temps est égal à ν. L'énergie des électrons émis est W. Déterminer la tension aux bornes ouvertes de la batterie. Quel courant maximal peut fournir cette batterie? Pour quelle résistance de la charge peut-on considérer cette batterie comme générateur de courant?

◇ 8.2.27*. Une source de courant est constituée par une mince plaque de substance radioactive entourée d'un corps conducteur. La

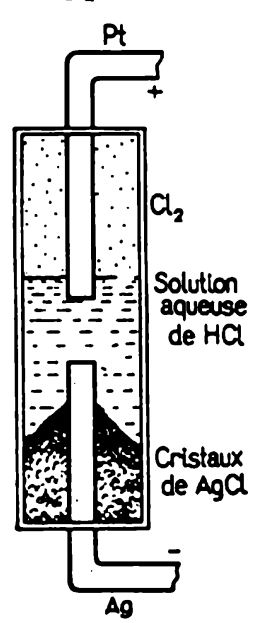


Pour le problème 8.2.27



Pour le problème 8.2.28

largeur du jeu entre le corps et la plaque est de beaucoup inférieure aux dimensions linéaires de la plaque. Comment dépend le courant par rapport à la tension appliquée entre le corps et la plaque radioactive si, pour une tension positive, le courant est égal à I_0? L'énergie des électrons émis par la plaque est eV_0. Les électrons sont émis uniformément dans toutes les directions.



Pour le problème 8.2.29

◇ 8.2.28. Sans entrer dans le détail de l'origine des forces étrangères, construire le graphique du potentiel d'un circuit ouvert et fermé ayant une résistance R. Sur une portion de circuit de longueur l une force étrangère rapportée à l'unité de charge est égale à $E_{ét}$ et en dehors de cette portion elle est nulle. Comment changera le graphique si la portion l a une résistance r? Quelle énergie par unité de charge transmet une source de forces étrangères sur la portion l?

◇ 8.2.29. Dans une pile chimique évoluent les réactions: $Ag + Cl^- = AgCl + e$ sur l'électrode d'argent négative et $^1/_2\ Cl_2 + e = Cl^-$ sur l'électrode de platine positive (la plaque n'entre pas en réaction). Pour un courant très faible, il se dégage à l'intérieur de la pile 3280 cal de chaleur par chaque mole de AgCl formé. Grâce à la réaction $Ag + {}^1/_2\ Cl_2 = AgCl$ il se dégage 29 380 cal par chaque mole de AgCl formé. Trouver la f.é.m. de la pile, i.e. l'éner-

gie que cette dernière communique à l'unité de charge transmise (1 cal $\approx$ 2,6·10[19] eV).

8.2.30. Lors d'une dissolution du zinc dans H_2SO_4 il se dégage 4,40·10[5] J/mol de chaleur, pour séparer le cuivre de $CuSO_4$ il faut dépenser 2,34·10[5] J/mol d'énergie. Il paraît que la f.é.m. de la pile Daniell peut être calculée en égalant la différence de ces énergies au produit de la charge transmise par la f.é.m. Calculer ainsi la f.é.m. à 1 % près. Mais une vraie valeur de la f.é.m. s'avère être plus grande (à la température normale elle est égale à 1,09 V). Qu'y a-t-il? D'où provient l'énergie?

8.2.31. Une pile Daniell fournit un courant de 0,1 A durant 8 h. Trouver la consommation du zinc et du vitriol bleu $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ (en moles).

8.2.32*. Lors de la décharge d'un condensateur portant une charge q dans un bain d'électrolyse contenant de l'eau acidulée il se dégage une masse m d'un gaz détonant. La masse de la substance qui est dégagée au cours de l'électrolyse ne dépend que de la charge transmise. En procédant donc à la décharge du condensateur à travers k bains mis en série on obtient une masse km du gaz détonant. En brûlant ce gaz on obtient beaucoup d'énergie. Pour un k assez grand cette énergie dépassera l'énergie initiale du condensateur chargé! Il y a donc une erreur dans nos raisonnements. Trouver cette erreur.

8.2.33. La densité de courant totale dans des électrolytes est la somme de la densité de courant des ions positifs et de celle des ions négatifs: $j = e_+n_+v_+ + e_-n_-v_-$, où $e_\pm$, $v_\pm$ et $n_\pm$ sont respectivement la charge, la vitesse des ions positifs et négatifs et leur nombre dans une unité de volume. Pourquoi la masse de substance dégagée sur la cathode est-elle proportionnelle au courant total et non pas au courant des ions positifs?

8.2.34*. La f.c.é.m. d'un bain d'électrolyse est $\mathscr{E}$. Soit un condensateur porté à une tension $V \gg \mathscr{E}$. Combien de bains identiques faut-il mettre en série pour y dégager, en déchargeant le condensateur, la masse maximale de métal dans une solution saline?

§ 8.3. Circuits électriques

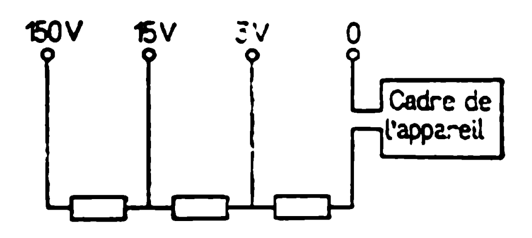
◇ **8.3.1.** L'échelle d'un voltmètre a 150 divisions. Ce voltmètre possède quatre bornes prévues pour mesurer la tension jusqu'à 3,15 et 150 V. L'aiguille de l'appareil dévie de 50 divisions lorsque celui-ci est parcouru par un courant de 1 mA. Quelle est la résistance interne de l'appareil lorsqu'il est branché pour différentes gammes?

8.3.2. Quel shunt faut-il ajouter à un galvanomètre muni d'une échelle avec 100 divisions dont la valeur est de 1 μA et ayant une résistance interne de 180 ohms, pour qu'il puisse mesurer le courant jusqu'à 1 mA?

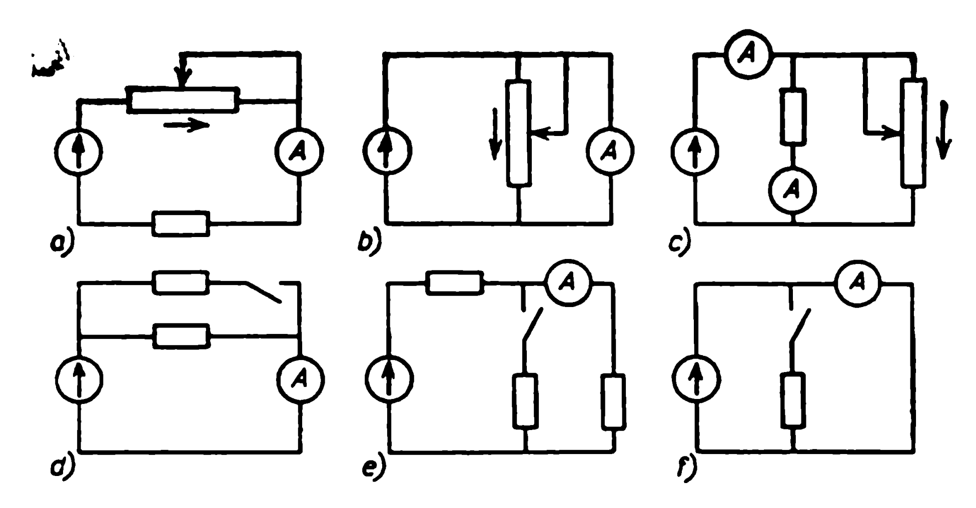
8.3.3. Un voltmètre muni d'une échelle allant jusqu'à 100 V a une résistance interne de 10 kohms. Quelle différence de potentiel maximale peut-on mesurer avec cet appareil si on lui ajoute une résistance supplémentaire de 90 kohms?

◇ 8.3.4. Comment réagissent les appareils au déplacement du curseur des résistances dans le sens des flèches sur les schémas *a* à *c* et à la fermeture des clés dans les schémas *d* à *f*? La résistance interne du générateur est très petite [1]).

8.3.5. a. Il faut déterminer la chute de tension sur la résistance *R*. A cet effet on connecte un voltmètre aux extrémités de la résistance. Quelle erreur relative commet-on au moment des mesures



Pour le problème 8.3.1



Pour le problème 8.3.4

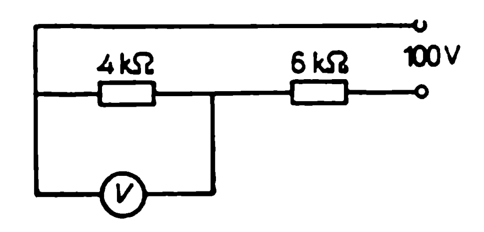
si l'on prend les indications du voltmètre pour celle qui était lue avant son branchement? L'intensité du courant passant dans le circuit est maintenue constante. La résistance du voltmètre est *r*.

b. Pour mesurer le courant qui passe dans un circuit comprenant une résistance *R* on a branché un ampèremètre. Quelle erreur relative sera commise si l'on pose que le branchement de l'ampèremètre ne change pas le courant? La tension aux bornes du circuit est maintenue constante. La résistance de l'ampèremètre est *r*.

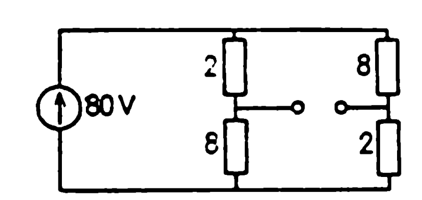
[1]) Le générateur est désigné sur les schémas par un cercle avec une flèche qui indique le sens du courant du générateur.

◇ **8.3.6.** Un voltmètre est mis en parallèle avec une résistance de 4 kohms et indique 36 V. La tension aux bornes d'une source de courant est maintenue constante et égale à 100 V. Trouver le rapport du courant circulant dans le voltmètre au courant parcourant une résistance de 6 kohms. Qu'indique ce voltmètre si les résistances sont remplacées respectivement par 4 et 6 ohms?

8.3.7. Pour le fonctionnement normal d'un appareil il faut disposer d'une tension de 20 V, la tension du réseau étant de 120 V. Un expérimentateur a branché dans le circuit un diviseur de tension dont les bras ont respectivement une résistance de 5 et 1 kohm;




Pour le problème 8.3.6



Pour le problème 8.3.9

avant le branchement de l'appareil il a vérifié par un voltmètre à haute résistance que la seconde résistance se trouvait réellement sous une tension de 20 V. Mais l'appareil branché ne fonctionne pas. L'expérimentateur en comprend la raison et obtient le fonctionnement normal de l'appareil en le connectant au diviseur de tension dont les bras ont respectivement une résistance de 250 et de 100 ohms. Trouver la résistance de l'appareil si, dans ce cas, il était également connecté à la deuxième résistance du diviseur.

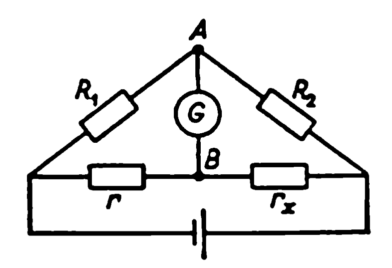
8.3.8. En procédant à la commutation d'un voltmètre pour mesurer une gamme de tension deux fois plus grande (de 100 à 200 V) on pourrait s'attendre à ce que l'aiguille dévie d'un nombre de divisions deux fois plus petit. Mais on n'obtient pas le résultat espéré bien que dans le reste du circuit on n'ait rien changé. Quelle tension, plus grande ou plus petite, indique le voltmètre après la commutation?

◇ **8.3.9.** A quoi est égale la différence de potentiel entre les bornes dans le circuit représenté sur le dessin? Qu'indique un ampèremètre s'il est connecté à ces bornes [1])?

◇ **8.3.10.** Dans un pont de Wheatstone les résistances sont choisies de façon qu'un galvanomètre sensible connecté à des points A et B indique le zéro. En admettant que les résistances R_1, R_2 et r soient

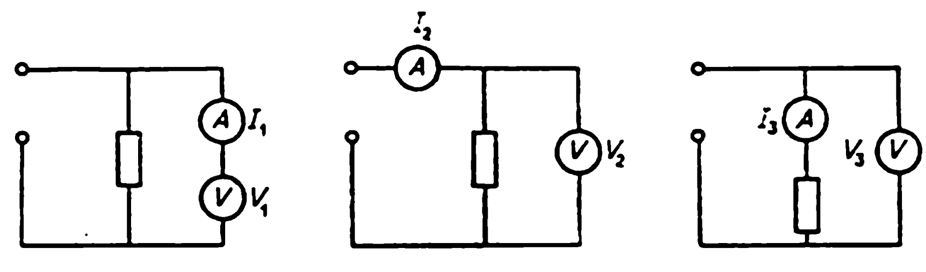
[1]) Ici et dans les exercices suivants les résistances représentées sur les dessins sont données en ohms sans indications d'unités sur les schémas. Si les caractéristiques des appareils de mesure ne sont pas mentionnées, la résistance de l'ampèremètre et celle du voltmètre doivent être respectivement considérées comme beaucoup plus petite et beaucoup plus grande que les résistances du circuit.

connues, déterminer la résistance r_x. En changeant de place la batterie et le galvanomètre on obtient de nouveau un montage en pont. Le bilan se conserve-t-il dans le nouveau montage?



Pour le problème 8.3.10

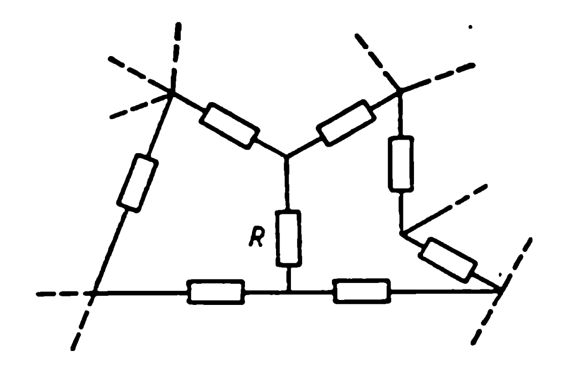
◇ **8.3.11.** Les mêmes appareils montés de trois façons différentes donnent les indications suivantes: V_1, I_1; V_2, I_2; V_3, I_3. Trouver



Pour le problème 8.3.11

les résistances du voltmètre, de l'ampèremètre et la valeur de la résistance. La tension appliquée à ces circuits n'est pas nécessairement la même.

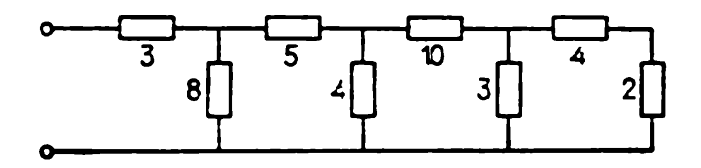
◇ **8.3.12*.** Une portion de circuit se compose de résistances inconnues. Comment, en disposant d'ampèremètres, d'un voltmètre, d'une



Pour le problème 8.3.12

batterie et de fils de connexion, peut-on mesurer la résistance R en ne coupant aucun contact dans le circuit?

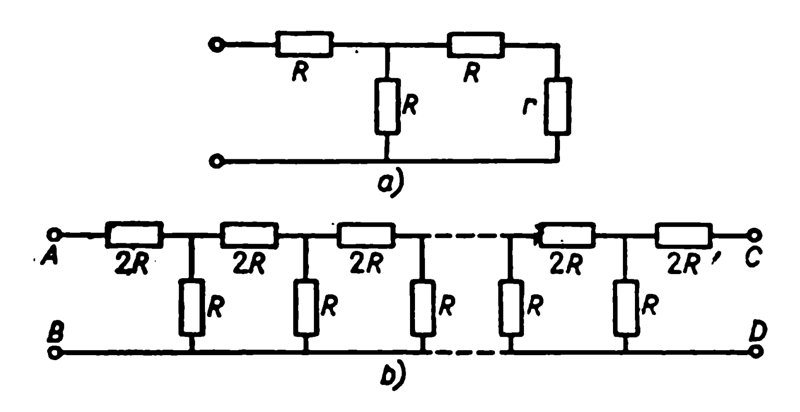
◇ **8.3.13.** A quoi est égale la résistance entre les bornes du circuit représenté sur le dessin?



Pour le problème 8.3.13

◇ **8.3.14.** a. Quelle doit être la résistance r pour que la résistance d'entrée entre les bornes soit elle aussi égale à r?

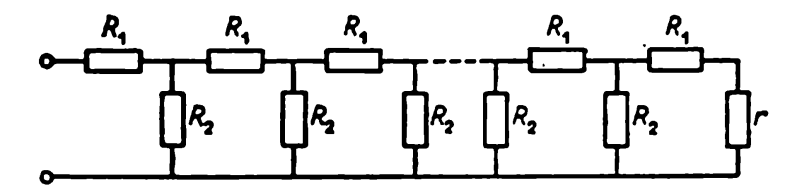
◇ b*. Quelle résistance r faut-il connecter aux bornes C et D pour que la résistance de toute la chaîne entre les bornes A et B ne dépende pas du nombre de mailles élémentaires?



Pour le problème 8.3.14

c. Le courant total passant dans le circuit est égal à I. Déterminer les courants circulant dans la n-ième maille si la chaîne de résistances est infinie. Quelle est la résistance de cette chaîne?

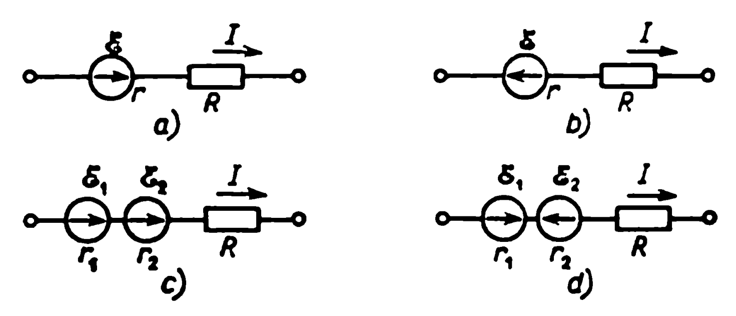
◇ **8.3.15*.** Un atténuateur est un diviseur de tension dont le circuit est représenté sur le dessin. Quelles doivent être les résistances



Pour le problème 8.3.15

R_1 et R_2 pour que chaque résistance suivante R_1 se trouve sous une tension dix fois plus petite que la résistance précédente?

◇ **8.3.16.** Dans une résistance R, une énergie IR est dissipée par unité de charge transmise quel que soit le sens d'un courant I. Un générateur fournit dans le circuit une énergie (f.é.m.) $\mathscr{E}$ par unité de charge transmise si le sens du courant coïncide avec celui de l'intensité des forces étrangères (force étrangère rapportée à l'unité de charge) et prend une énergie $\mathscr{E}$ si leurs sens sont opposés. Lorsque

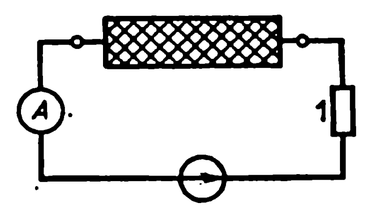


Pour le problème 8.3.16

le courant passe par le générateur, la dissipation de l'énergie a également lieu sur sa résistance interne. En s'appuyant sur des considérations énergétiques, déterminer la tension aux bornes des portions de circuits représentées sur le dessin.

8.3.17. Une batterie fermée sur une résistance de 10 ohms donne un courant de 3 A et fermée sur une résistance de 20 ohms elle donne un courant de 1,6 A. Trouver la f.é.m. et la résistance interne de la batterie.

◇ **8.3.18.** Un ampèremètre, une résistance de 1 ohm et une source de tension continue de 5 V sont connectés à une boîte munie de deux



Pour le problème 8.3.18

bornes. L'ampèremètre indique un courant de 1 A. Lorsqu'on branche une autre source de tension de 20 V, l'ampèremètre indique un courant de 2 A. Qu'y a-t-il à l'intérieur de la boîte?

8.3.19. Un générateur de tension est dit parfait si la tension sous laquelle il se trouve est la même quelle que soit la charge. Un générateur de courant est parfait s'il crée le même courant quelle que soit la charge. Quelle est la signification de l'assertion : « Un générateur de courant parfait a une résistance infinie, tandis que dans un générateur de tension parfait elle est nulle »? Un générateur de tension

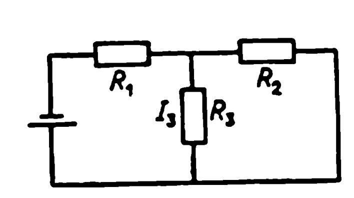
réel perd de l'énergie sur une résistance interne, il est équivalent au générateur de tension parfait avec une résistance mise en série. Un générateur de courant réel a une résistance de fuite finie, il est équivalent au générateur de courant parfait avec une résistance mise en parallèle (shunt). Représenter le circuit du générateur de courant avec un shunt interne, qui est équivalent au générateur ayant une tension de 120 V et une résistance interne de 20 ohms [1]).

8.3.20. Un générateur donne un courant de 4 A sous une tension de 120 V avec une charge et un courant de 2 A sous une tension de 160 V avec une autre charge. Trouver les paramètres des circuits équivalents du générateur de courant et du générateur de tension.

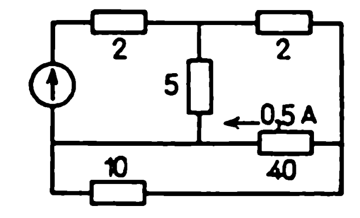
8.3.21. Vers la fin de sa charge un accumulateur est parcouru par un courant de 4 A. La tension à ses bornes est alors de 12,6 V. Pendant sa décharge par un courant de 6 A la tension est égale à 11,1 V. Trouver le courant de court-circuit.

8.3.22. Pour étudier la variation de courant d'une cellule photoélectrique en fonction de son éclairement on utilise un microampèremètre dont l'échelle n'est pas suffisante. Pour augmenter de deux fois les limites de mesure des courants un shunt correspondant est connecté au microampèremètre. On constate alors que, l'éclairement de la cellule photoélectrique restant le même, on voit varier non seulement la déviation de l'aiguille de l'appareil mais aussi l'intensité du courant. Expliquer ce phénomène et confirmer l'explication par le calcul. Sous éclairement constant la cellule photoélectrique peut être considérée comme générateur de tension ou générateur de courant à paramètres fixés.

◇ **8.3.23.** Les résistances R_1, R_2, R_3 qui font partie du circuit représenté sur le dessin et le courant I_3 qui circule à travers la résistance R_3 sont connus. Déterminer les courants qui circulent dans les résistances R_1 et R_2 et la tension aux bornes de la batterie.



Pour le problème 8.3.23



Pour le problème 8.3.24

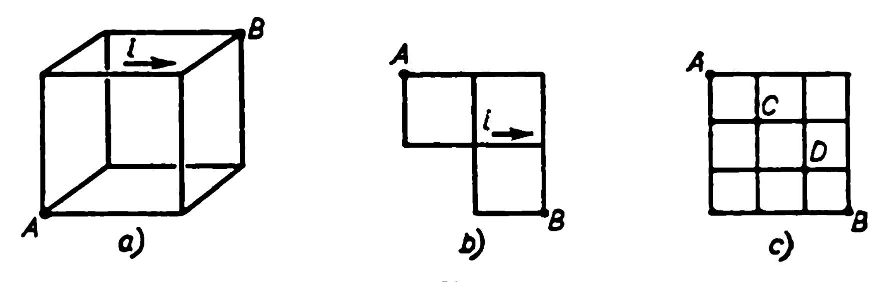
◇ **8.3.24.** Dans le circuit représenté sur le dessin sont indiqués les résistances et le courant qui traverse l'une d'entre elles. Déterminer les courants qui traversent toutes les résistances et la tension aux bornes du générateur.

[1]) On appelle tension d'un générateur une différence de potentiel qui existe aux bornes de sortie ouvertes du générateur.

◇ **8.3.25.** En utilisant la symétrie des circuits, résoudre les problèmes suivants:

a. Les arêtes d'un cube en fil ont une résistance r identique. Le courant circulant dans une arête est i. Déterminer la différence de potentiel entre les nœuds A et B, la résistance entre ces nœuds et le courant total circulant de A vers B.

b. Déterminer les courants circulant dans chaque côté de la cellule, le courant total circulant du nœud A vers le nœud B et la résistan-

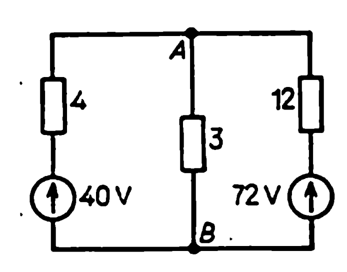


Pour le problème 8.3.25

ce totale entre ces nœuds. Le côté de chaque cellule a une résistance r et le courant circulant dans l'un des côtés est égal à i.

c. Chaque côté d'un carré a une résistance r. Déterminer la résistance entre les nœuds A et B. A quoi est égale la résistance entre les nœuds C et D?

◇ **8.3.26.** En résolvant les problèmes avec plusieurs sources de f.é.m., on peut d'abord calculer les courants créés par chaque source de f.é.m., puis trouver le courant total en tant que la somme de



Pour le problème 8.3.26

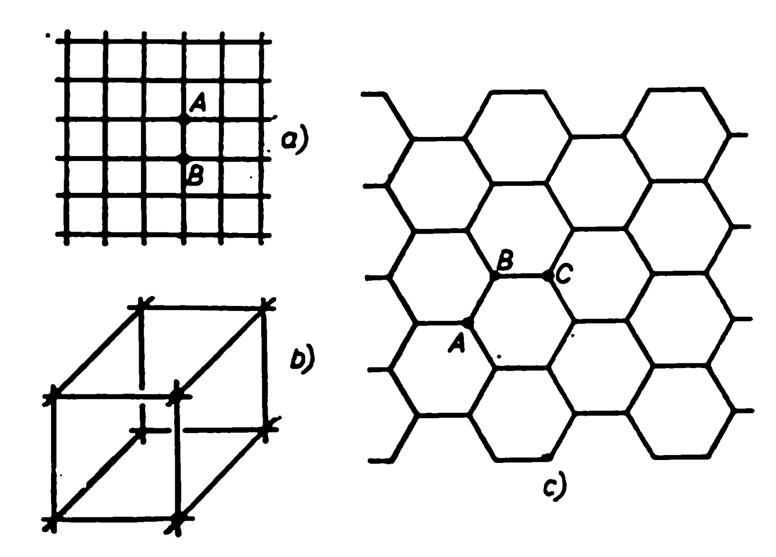
ces courants. Ce procédé, appelé méthode de superposition, est tout à fait légitime si l'on prend en considération, dans les calculs, la résistance interne des sources. Déterminer par ce procédé le courant circulant entre les nœuds A et B.

◇ **8.3.27*.** a. Supposons que dans un circuit infini composé de mailles carrées, on amène par un nœud A le courant i et on dérive par le nœud voisin B le même courant i. Quel est le courant qui circule dans la résistance reliant les nœuds A et B? Quelle est la

résistance équivalente du circuit entre ces nœuds si la résistance d'un côté de la maille est r?

◇ b. Quelle est la résistance équivalente entre les nœuds voisins d'une ossature cubique infinie si la résistance d'une arête du cube est r?

◇ c. Déterminer la résistance entre les nœuds A et B d'une grille infinie bidimensionnelle ayant des mailles sous forme d'hexagones



Pour le problème 8.3.27

réguliers et la résistance entre les nœuds C et A séparés par un seul nœud voisin. Le côté de chaque maille a une résistance r.

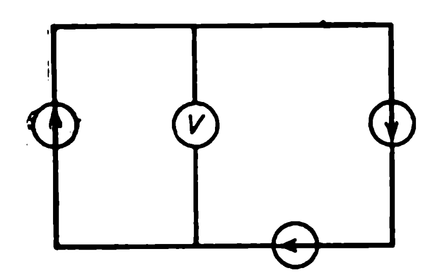
8.3.28. Deux batteries ayant respectivement des f.é.m. $\mathscr{E}_1 = 20$ V, $\mathscr{E}_2 = 30$ V et des résistances internes $r_1 = 4$ ohms, $r_2 = 60$ ohms sont mises en parallèle. Quels sont les paramètres $\mathscr{E}$ et r du générateur que l'on peut utiliser à la place des batteries sans changer le courant circulant dans la charge?

8.3.29. Deux batteries ayant une même résistance interne sont montées de façon que la f.é.m. de la source de tension ainsi constituée soit égale à $\mathscr{E}$. La f.é.m. de l'une des batteries est égale à $^3/_2\,\mathscr{E}$. Dessiner tous les schémas des connexions possibles. Déterminer la f.é.m. de la seconde batterie pour chacun des schémas.

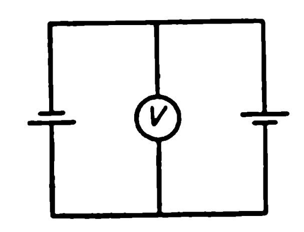
8.3.30. Trois batteries identiques mises en parallèle sont connectées à une résistance externe. Comment varie le courant traversant cette résistance si l'on inverse la polarité de l'une des batteries?

◇ **8.3.31.** Qu'indique un voltmètre si les générateurs sont identiques? Quel est le courant parcourant le circuit si la tension de chaque générateur est de 1,5 V et la résistance interne de 2 ohms?

◇ **8.3.32.** Trouver les indications d'un voltmètre si la résistance interne de l'une des batteries est de 3 ohms et de l'autre, de 1 ohm. La f.é.m. de chaque batterie est de 1,5 V.

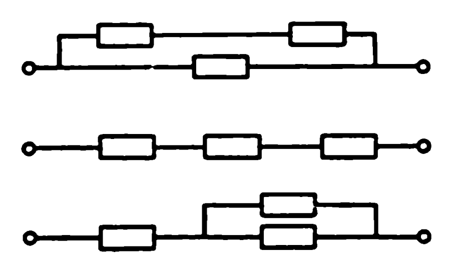


Pour le problème 8.3.31



Pour le problème 8.3.32

◇ 8.3.33. Un réchaud électrique a trois sections de même résistance. Lorsqu'elles sont mises en parallèle, l'eau commence à bouillir dans une bouilloire au bout de 6 mn. Au bout de combien de temps com-



Pour le problème 8.3.33

mence à bouillir de l'eau de même masse et de même température initiale lorsque les sections sont montées comme l'indique le dessin?

8.3.34. Soit un fil de résistance R à travers lequel on peut faire passer un courant ne dépassant pas I sans risque de le brûler. Quelle puissance maximale peut avoir un réchaud électrique fabriqué avec ce fil s'il est branché sur un réseau sous une tension $V \ll IR$? Le fil peut être coupé en morceaux et mis en série et en parallèle.

8.3.35. Deux réchauds électriques montés en parallèle consomment une puissance N. Quelle puissance consomment ces réchauds branchés en série si l'un des réchauds consomme une puissance N_0?

8.3.36. Dans une vieille batterie composée de n accumulateurs mis en série et ayant une résistance interne r, la résistance interne de l'un des accumulateurs s'est brusquement accrue jusqu'à 10 r. En supposant que la f.é.m. de tous les accumulateurs est identique, déterminer pour quelle résistance de la charge la puissance qui y est dégagée ne varie pas lors du court-circuit de l'accumulateur détérioré.

8.3.37. Un accumulateur est connecté une fois à un circuit extérieur de résistance R_1 et une autre fois, à celui de résistance R_2. La quantité de chaleur dégagée dans le circuit extérieur par unité de temps est identique. Déterminer la résistance interne de l'accumulateur.

8.3.38. Comparer la tension aux bornes et la puissance dégagée dans un circuit extérieur par une batterie de 50 éléments mis en série et ayant chacun une résistance de 0,2 ohm et une f.é.m. de 2 V si la

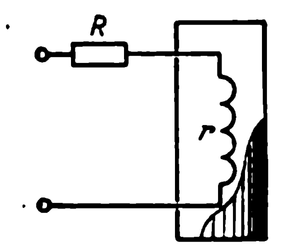
résistance du circuit extérieur est de 0,2 ohm, et par un électrophore qui crée aux bornes des conducteurs sphériques une différence de potentiel de 100 kV et a une résistance interne de 10^8 ohms si la résistance du circuit extérieur est de 10^6 ohms. Comment varient le courant et la puissance dans le circuit extérieur si sa résistance est doublée?

8.3.39. Il faut transmettre à une distance de 5 km une puissance de 500 kW provenant d'une source de tension de 10 kV; la perte de tension admissible dans les fils est de 1 %. Quelle est la section minimale du fil de cuivre? De combien de fois faut-il augmenter la tension de la source pour diminuer les pertes de puissance de 100 fois dans la même ligne qui transmet la même puissance?

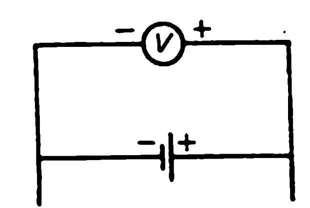
8.3.40. Comment varie la puissance d'un générateur qui est dégagée sur une résistance interne en fonction du courant I? La tension aux bornes du générateur est $\mathscr{E}$, la résistance interne r. A quelle résistance correspond la puissance maximale?

8.3.41. Quelle puissance maximale peut fournir un générateur ayant une tension de 100 V et une résistance interne de 20 ohms? Quelle puissance peut-on obtenir du même générateur ayant un rendement de 80 % ? Si le courant maximal admissible traversant le générateur fait 0,1 du courant de court-circuit, quelle puissance maximale peut-on obtenir du générateur sans risquer de le déranger?

◇ **8.3.42*.** De la chaleur doit être amenée à un thermostat à une vitesse constante. Au cours de l'expérience la température y varie,



Pour le problème 8.3.42



Pour le problème 8.3.44

ce qui provoque une variation de la résistance de la spirale de chauffage. Il faut que la puissance dégagée sur la résistance r de la spirale ne varie presque pas lors des petites variations de r. Construire le graphique de variation de la puissance en fonction de r et déterminer, à l'aide de ce graphique, pour quel rapport de R à r on obtient l'insensibilité requise de la puissance à la variation de r.

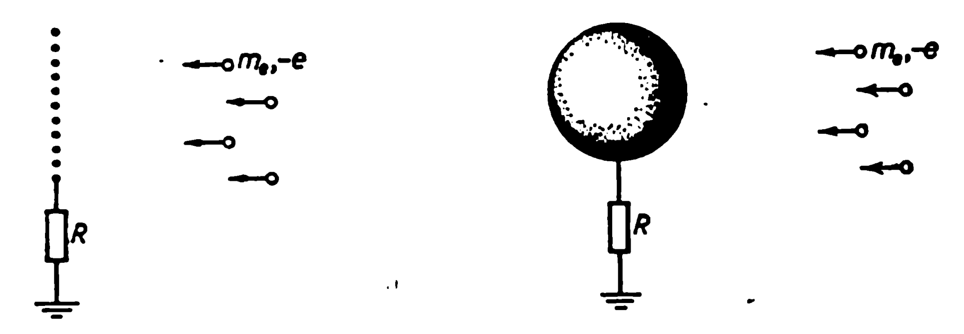
8.3.43. La charge d'un accumulateur avec une f.é.m. $\mathscr{E}$ est réalisée par un poste de charge dont le réseau se trouve sous une tension V. La résistance interne de l'accumulateur est r. Déterminer la puissance utile dépensée pour la charge de l'accumulateur et la puissance dissipée en chaleur. La puissance utile de l'accumulateur

dépasse-t-elle la puissance thermique? Pourquoi, lors d'une charge rapide de l'accumulateur, faut-il se soucier spécialement de l'évacuation de la chaleur?

◊ **8.3.44.** Une batterie ayant une f.é.m. de 4 V et une résistance interne de 1 ohm fait partie d'un circuit inconnu. Aux pôles de cette batterie est connecté un voltmètre qui indique une tension de 6 V. Déterminer la quantité de chaleur dégagée par unité de temps sur la résistance interne de la batterie.

8.3.45. On maintient une tension constante V dans un condensateur sphérique de capacité C. Déterminer la quantité de chaleur dégagée par unité de temps dans le condensateur si la conductivité d'un milieu qui remplit le condensateur est λ et sa permittivité diélectrique $\varepsilon \approx 1$.

◊ **8.3.46.** Une sonde, qui représente une grille de cuivre, est mise à la terre par une résistance R et placée dans un faisceau d'électrons



Pour le problème 8.3.46 Pour le problème 8.3.47

dont la vitesse est égale à v à grande distance de la sonde. Déterminer la quantité de chaleur qui est dégagée dans une unité de temps quand la sonde est bombardée par des électrons si le courant de terre est égal à I.

◊ **8.3.47.** Une boule de rayon a est liée à la terre par une résistance R. Un faisceau électronique, dont une unité de volume contient n_e particules, vient de l'infini et s'approche de cette boule à une vitesse v. Déterminer la charge limite de la boule. On admettra que la vitesse des particules est grande (réfléchir, par rapport à quelle grandeur).

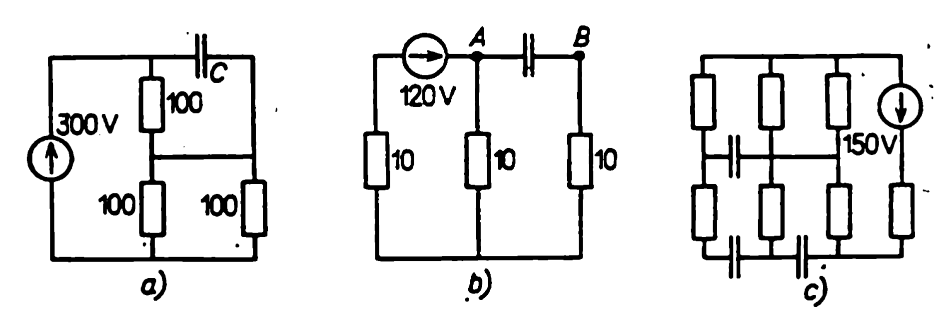
8.3.48*. La puissance thermique de la spirale d'un réchaud électrique dépend linéairement de la différence de température de la spirale et de l'air ambiant: $N = k\,(T - T_0)$. La résistance de la spirale dépend aussi linéairement de cette différence: $R = R_0\,[1 + \alpha\,(T - T_0)]$, où R_0 est la résistance de la spirale à la température ambiante. A quelle température sera portée la spirale lorsqu'elle sera parcourue par un courant I?

§ 8.4. Condensateurs et éléments non linéaires dans les circuits électriques

◇ **8.4.1.** Les circuits de courant continu à condensateurs sont donnés sur le dessin.

a. Déterminer la charge du condensateur de 4 μF de capacité dans le régime permanent.

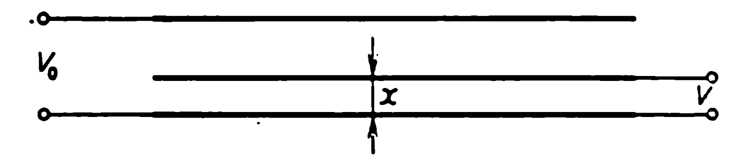
b. A quoi est égale la tension entre les points A et B dans le régime permanent? Qu'indique le voltmètre ayant une résistance interne de 5 kohms s'il est connecté aux points A et B?



Pour le problème 8.4.1

c. Déterminer la tension stationnaire aux bornes de tous les condensateurs si toutes les résistances sont identiques.

◇ **8.4.2.** Une source de tension étalon V_0 est connectée à des plaques extérieures fixées. La tension mesurée V est appliquée à la plaque extérieure inférieure et à la plaque intérieure mobile qui est de



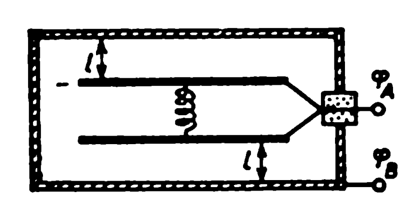
Pour le problème 8.4.2

même surface que les plaques extérieures. La plaque mobile est déplacée dans le jeu tant que la force électrique agissant sur cette plaque ne s'annule pas, puis on mesure la distance x de cette plaque à la plaque extérieure inférieure. Trouver V si la distance entre les plaques extérieures est l et si les dimensions des plaques sont notablement supérieures à cette distance. Comment modifier le schéma des connexions pour mesurer les tensions $V > V_0$?

◇ **8.4.3.** Pour mesurer une tension on utilise des voltmètres de deux types: des voltmètres électromagnétiques qui mesurent la tension d'après le courant circulant dans le cadre de l'appareil et des voltmè-

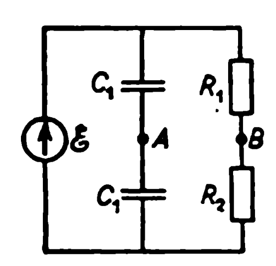
tres électrostatiques dont le schéma approché est donné sur le dessin. Un fil passe à travers un bouchon isolant à deux plaques parallèles. Ces plaques sont retenues sur place par un ressort de raideur k. Le potentiel d'une boîte conductrice est φ_B. Déterminer le potentiel φ_A si l'élongation du ressort est égale à x. A l'état non étendu du ressort la distance des plaques aux parois de la boîte est l; la surface des plaques $S \gg l^2$, x^2.

◇ 8.4.4. Déterminer la différence de potentiel entre les points A et B. Par quel voltmètre faut-il la mesurer? Quelles charges porteront les condensateurs si l'on connecte un voltmètre électromagnétique?





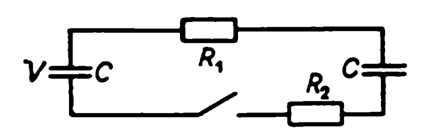
Pour le problème 8.4.3



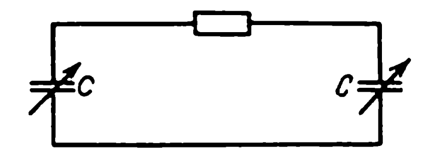
Pour le problème 8.4.4

Pourquoi le voltmètre électromagnétique est-il d'autant meilleur que sa résistance interne est plus grande, tandis que le voltmètre électrostatique est-il d'autant meilleur que sa capacité est plus petite?

◇ 8.4.5*. Trouver la quantité de chaleur qui a été dégagée sur chaque résistance après la fermeture d'une clé. Un condensateur a d'abord été porté à une tension V et l'autre n'a pas été chargé.



Pour le problème 8.4.5

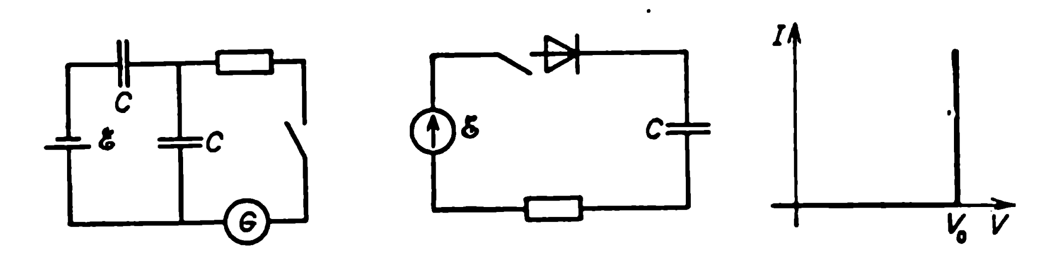


Pour le problème 8.4.6

◇ 8.4.6*. Trouver la quantité de chaleur qui a été dégagée sur la résistance si lors de changements successifs de la capacité de condensateurs de C à $C/2$ on a effectué un travail A. La charge initiale de chaque condensateur est q.

◇ 8.4.7. Quelle charge passe à travers un galvanomètre après la fermeture d'une clé? Quelle quantité de chaleur est alors dégagée sur la résistance de la clé?

◇ 8.4.8. Le dessin représente la caractéristique courant-tension d'une diode. Cette dernière s'ouvre sous une tension V_0. Le condensateur n'est d'abord pas chargé. Quelle quantité de chaleur est dégagée sur la résistance après la fermeture d'une clé?

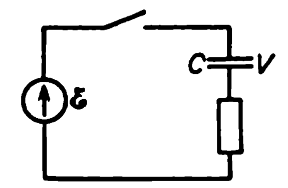


Pour le problème 8.4.7 Pour le problème 8.4.8

◇ 8.4.9. Quelle quantité d'énergie chimique est emmagasinée dans un accumulateur après la fermeture d'une clé dans le circuit électrique représenté sur le dessin? Quelle quantité de chaleur est alors dégagée?

8.4.10. Une batterie à f.é.m. $\mathscr{E}$ se compose de n éléments identiques mis en série. Comment faut-il charger le condensateur de capacité C pour que les pertes fassent une part minimale possible de l'énergie emmagasinée? Quelle est cette part?

◇ 8.4.11*. La capacité initiale et la charge initiale d'un condensateur sont respectivement C et q. La capacité du condensateur commen-



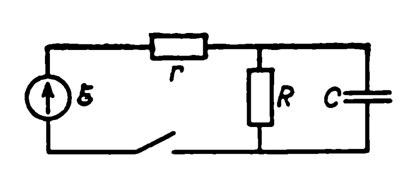


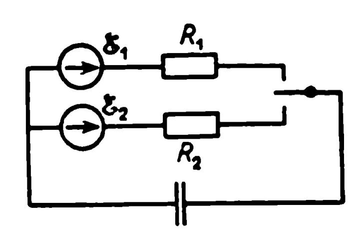
Pour le problème 8.4.9 Pour le problème 8.4.11

ce à varier avec le temps de façon que le courant passant dans le circuit reste constant et égal à I. Calculer la puissance consommée depuis le générateur et la comparer avec celle qui est consommée par le condensateur. Pourquoi les grandeurs comparées sont-elles différentes?

◇ 8.4.12. Un circuit est parcouru par un courant continu. Une clé est ouverte. Au bout de combien de temps la charge sur un condensateur varie-t-elle de 1/1000 de sa valeur initiale?

◇ 8.4.13*. On ferme une clé successivement sur chacun des contacts pour de petits intervalles de temps identiques. La charge d'un condensateur varie très peu au cours de chaque branchement. Quelle

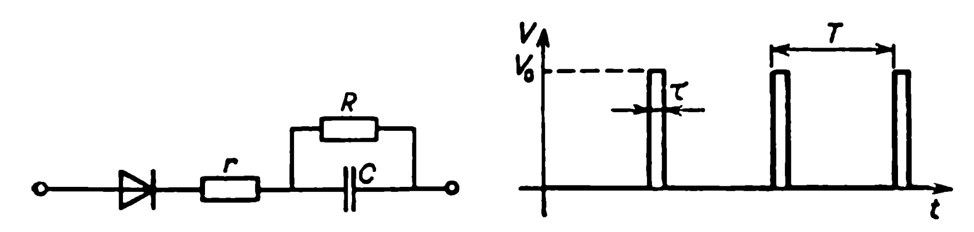




Pour le problème 8.4.12 Pour le problème 8.4.13

charge portera le condensateur après un grand nombre de commutations? Déterminer la charge du condensateur dans le cas où le temps durant lequel est fermé le premier circuit est k fois plus petit que le temps durant lequel est fermé le second circuit.

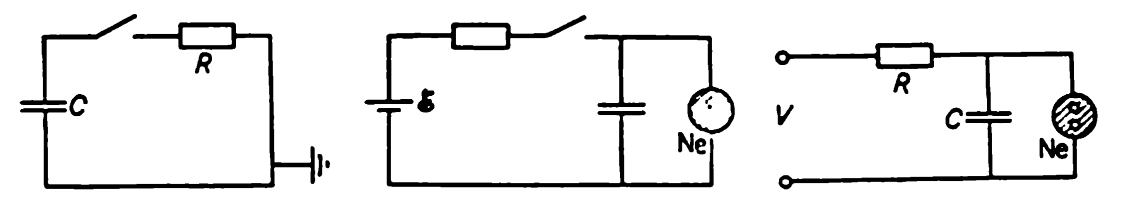
◇ **8.4.14*.** Des impulsions de tension V_0 rectangulaires qui se répètent périodiquement sont amenées à l'entrée d'un circuit. La durée de l'impulsion est τ, la période de répétition T. Les impulsions sont amenées à travers une diode qu'on peut considérer comme clé



Pour le problème 8.4.14

parfaite. Déterminer la tension qui s'établit aux bornes d'un condensateur si, durant chaque période, sa tension ne varie que très peu.

◇ **8.4.15*.** Après la fermeture d'une clé un condensateur de capacité C porté à une tension V_0 se décharge dans une résistance R. Comment est liée la vitesse de variation de la tension aux bornes du



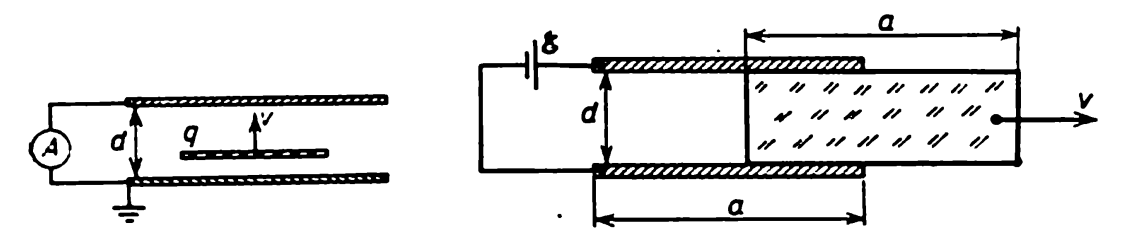
Pour le problème 8.4.15 Pour le problème 8.4.16 Pour le problème 8.4.17

condensateur dV/dt à la tension à ses bornes? A quoi sont égaux la tension aux bornes du condensateur et le courant qui passe dans le circuit au bout d'un temps τ après la fermeture de la clé?

◇ **8.4.16.** Une lampe à néon est branchée à l'aide du circuit représenté sur le dessin. Après la fermeture d'une clé un condensateur commence à se charger. Lorsque la tension aux bornes du condensateur atteint une valeur V, la lampe s'allume. La tension minimale aux bornes de cette lampe sous laquelle celle-ci reste encore allumée est de 80 V; le courant qui passe par la lampe est alors égal à 1 mA. La f.é.m. de la batterie est de 120 V, $80\ V < V < 120\ V$. Avec quelle résistance la lampe est-elle allumée de façon stationnaire (ne s'éteint pas)?

◇ **8.4.17*.** Comment dépend la fréquence du générateur qui est représenté sur le dessin par rapport à une tension V? Une lampe à néon s'allume sous une tension V_1 et s'éteint sous une tension $V_0 < V_1$. On négligera la résistance de la lampe allumée.

◇ **8.4.18.** a. Une mince plaque portant une charge q se déplace d'un mouvement uniforme à une vitesse constante v entre les lames



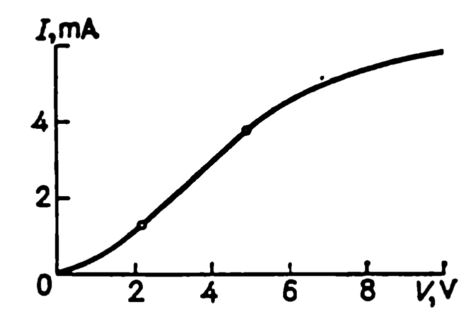
Pour le problème 8.4.18 Pour le problème 8.4.19

d'un condensateur. Déterminer le courant qui passe dans le circuit si le condensateur est court-circuité et si la distance entre les lames est d.

b. Le résultat change-t-il si une particule ponctuelle portant une charge q se déplace à une vitesse v à l'intérieur du condensateur perpendiculairement à ses lames?

◇ **8.4.19.** Entre les armatures d'un condensateur plan, dont les dimensions sont $a \times a$, se trouve une plaque diélectrique plane de même dimension occupant tout le volume qui existe entre elles. La permittivité diélectrique de la plaque est ε, son épaisseur d. Une tension constante $\mathscr{E}$ est maintenue entre les armatures. Quel courant passe dans le circuit du condensateur si la plaque est extraite du condensateur à une vitesse constante v dirigée le long de l'un des côtés des armatures?

8.4.20. Une diode se trouvant sous une tension positive V laisse passer un courant $I = \alpha V^2$; sous tension négative le courant traversant la diode est nul. Trouver le courant passant dans le circuit si cette diode est connectée à une batterie à f.é.m. $\mathscr{E}$ par l'intermédiaire d'une résistance R.



Pour le problème 8.4.21

◇ **8.4.21.** Une diode à caractéristique courant-tension représentée sur le dessin est connectée à une batterie à f.é.m. de 6 V par l'intermédiaire d'une résistance de 1,5 kohms. Déterminer le courant qui passe dans le circuit. Quelle doit être la résistance pour que la diode cesse de fonctionner sur une portion de caractéristique rectiligne?

CHAPITRE 9

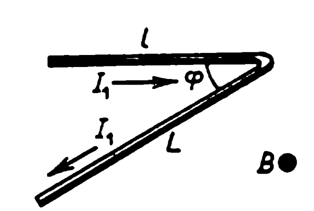
CHAMP MAGNÉTIQUE CONSTANT

§ 9.1. Induction d'un champ magnétique. Action d'un champ magnétique sur le courant

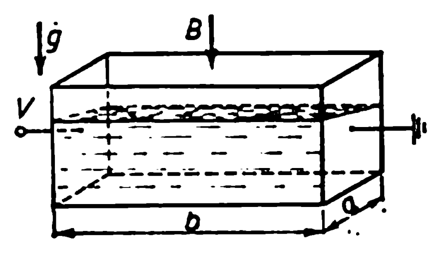
9.1.1. Une force de 15 N s'exerce sur un conducteur linéaire de 10 cm de longueur, disposé normalement à un champ magnétique, si le courant qui circule dans le conducteur est égal à 1,5 A. Trouver l'induction du champ magnétique.

9.1.2. Une force de 10 N agit sur une charge de 1 C qui se déplace à une vitesse de 1 m/s dans un champ magnétique. La charge se déplace sous un angle de 30° par rapport à la direction de l'induction du champ magnétique. A quoi est égale l'induction de ce champ?

9.1.3. Un conducteur linéaire de longueur l, disposé perpendiculairement à un champ magnétique, subit l'action d'une force F,



Pour le problème 9.1.3



Pour le problème 9.1.4

si le courant qui circule dans le conducteur est égal à I. Avec quelle force le champ magnétique agit-il sur:

◇ a) un conducteur de longueur $l + L$ courbé sous un angle φ si le plan de courbure est perpendiculaire au champ magnétique et si le courant circulant dans le conducteur est égal à I_1 [1]);

b*) un conducteur qui a la forme d'un demi-cercle de rayon R et est parcouru par un courant I_2 si le plan du demi-cercle est perpendiculaire au champ magnétique?

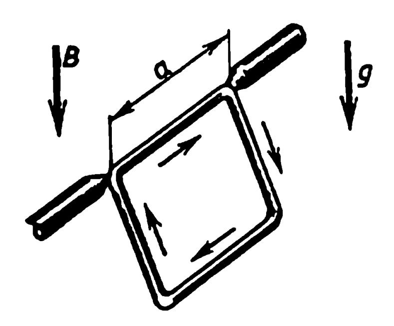
◇ **9.1.4*.** Une cuvette rectangulaire, dont deux parois opposées sont métalliques et les deux autres sont faites avec un isolant, est remplie par un électrolyte dont la masse volumique est ρ, la conduc-

[1]) Sur les dessins un cercle avec un point signifie que l'induction d'un champ magnétique (ou le courant) est dirigée vers nous, un cercle avec une croix, à partir de nous.

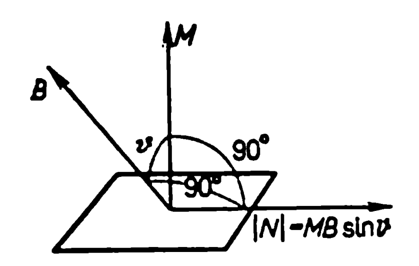
tivité λ. Les parois métalliques de la cuvette se trouvent sous une tension V et toute la cuvette est placée dans un champ magnétique uniforme, vertical, d'induction B. Déterminer la différence de niveau du liquide près des parois non métalliques de la cuvette. La longueur de la cuvette est a, sa largeur b.

9.1.5. Un conducteur pesant 0,16 kg et long de 80 cm est suspendu horizontalement à deux fils fins dans un champ magnétique uniforme, vertical. A l'aide de fils souples se trouvant en dehors du champ ce conducteur est connecté par ses extrémités à une source de courant. Trouver l'angle duquel dévient les fils de suspension par rapport à la verticale si le courant circulant dans le conducteur est de 2 A et l'induction du champ magnétique est de 1 T.

◇ **9.1.6.** Un cadre de forme carrée parcouru par un courant est fixé de façon qu'il puisse tourner librement autour d'un de ses côtés dis-



Pour le problème 9.1.6



Pour le problème 9.1.7

posé horizontalement. Le cadre se trouve dans un champ magnétique uniforme, vertical, d'induction B. L'angle que fait le cadre avec l'horizontale est α, sa masse m et la longueur du côté a. Trouver le courant qui circule dans le cadre.

9.1.7. Un cadre rectangulaire parcouru par un courant est placé dans un champ magnétique uniforme. L'induction d'un champ magnétique B est parallèle au plan du cadre. La surface du cadre est S et le courant qui y circule I.

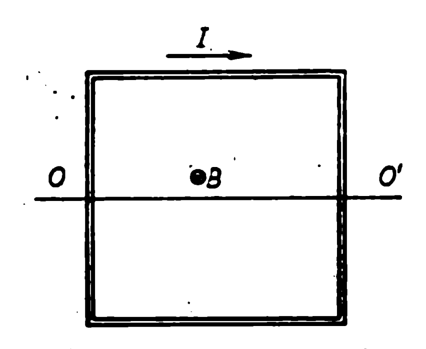
a. Démontrer que le moment des forces agissant sur le cadre $N = BM$, où $M = IS$ est le moment magnétique du cadre.

◇ b. Démontrer que le moment des forces qui agit sur le cadre dans le cas où l'induction du champ magnétique est dirigée comme l'indique le dessin, est égal à $N = [B \times M]$, où M est le moment magnétique du cadre, dont le module est égal à IS et la direction est perpendiculaire au plan du cadre.

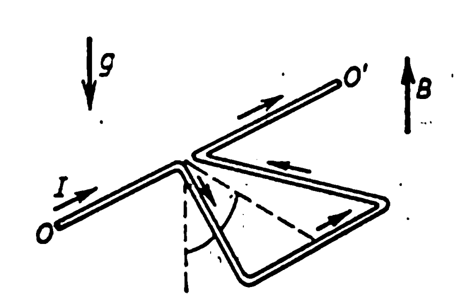
◇ **9.1.8*.** Un cadre de forme carrée parcouru par un courant se trouve dans un champ magnétique uniforme d'induction B. La masse du cadre est m et le courant qui y circule I. Déterminer la pulsation des oscillations libres du cadre autour de l'axe OO'.

◇ **9.1.9.** Un cadre triangulaire en fil, parcouru par un courant, peut tourner autour de l'axe horizontal OO' qui passe par le sommet du

triangle. La masse de l'unité de longueur du fil est ρ et le courant circulant dans le cadre I. Le cadre se trouve dans un champ magnétique d'induction B dirigé le long du champ de pesanteur. Déterminer l'angle de déviation du plan du triangle par rapport à la verticale.



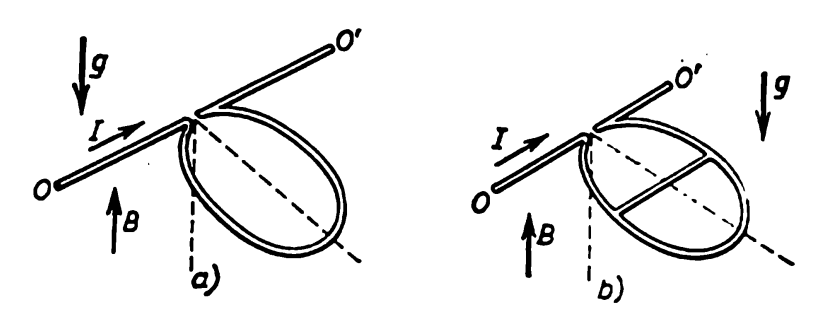
Pour le problème 9.1.8



Pour le problème 9.1.9

9.1.10. Démontrer que le moment des forces qui agit sur n'importe quel cadre plan parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique uniforme d'induction B est égal à $N = [B \times M]$.

◇ **9.1.11.** a. Un cadre en fil ayant la forme d'un cercle parcouru par un courant peut tourner autour de l'axe horizontal OO'. La masse de l'unité de longueur du fil est ρ, le courant qui circule dans



Pour le problème 9.1.11

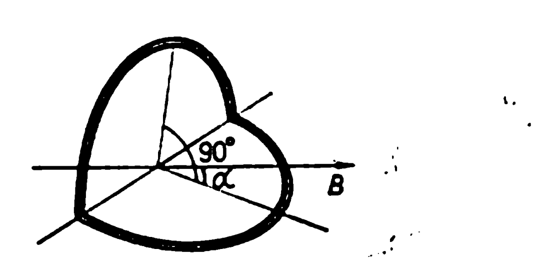
le cadre I. Ce cadre se trouve dans un champ magnétique d'induction B dirigé le long du champ de pesanteur. Déterminer l'angle de déviation du plan du cercle par rapport à la verticale.

b*. Un cadre en fil ayant la forme d'un cercle a, le long de son diamètre, une barrette en fil parallèle à l'axe horizontal OO' autour duquel le cadre peut tourner. La masse d'une unité de longueur du cadre et de la barrette est la même et est égale à ρ. Le courant qui entre dans le cadre est I. Le cadre est placé dans un champ magnétique d'induction B dirigé parallèlement au champ de pesanteur. De quel angle dévie le cadre par rapport à la verticale?

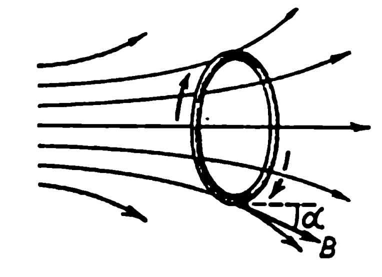
◇ **9.1.12.** Une spire de rayon R est pliée suivant son diamètre sous un angle droit et est placée dans un champ magnétique uniforme d'induction B de façon que l'un des plans de la spire forme un angle α

et l'autre un angle $\pi/2 - \alpha$ avec la direction de l'induction B. Le courant circulant dans la spire est I. Déterminer le moment des forces qui agit sur la spire.

9.1.13*. Une bobine dont les spires sont parcourues par un courant est en position verticale sur un plan. Le poids total de la bobine est P, le nombre de spires n, le rayon R et le courant circulant dans



Pour le problème 9.1.12



Pour le problème 9.1.14

les spires I. Quelle doit être l'induction d'un champ magnétique uniforme dirigé horizontalement pour que cette bobine se renverse sous l'action de ce champ?

◇ **9.1.14.** Un anneau de rayon R parcouru par un courant I est placé dans un champ non uniforme à symétrie axiale. L'axe de l'anneau coïncide avec l'axe de symétrie du champ magnétique. L'induction B du champ magnétique qui agit sur le courant fait un angle α avec l'axe de symétrie du champ. La masse de l'anneau est m. Déterminer l'accélération de l'anneau.

9.1.15*. Un anneau conducteur est placé dans un champ magnétique perpendiculaire à son plan. L'anneau est parcouru par un courant I. Si le fil dont il est fait supporte une charge de rupture F, quelle doit être l'induction du champ magnétique pour que l'anneau soit rompu? Le rayon de cet anneau est R. On négligera l'action qu'exerce sur lui le champ magnétique créé par le courant I.

§ 9.2. Champ magnétique d'une charge mobile. Induction du champ magnétique d'un courant linéaire [1])

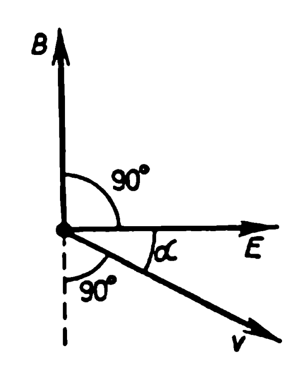
◇ **9.2.1.** Un champ électrique d'intensité E de charges qui se déplacent à une vitesse v [2]) crée un champ magnétique dont l'induction est $B = K\,[v \times E]$. Le coefficient K est égal à $\mu_0\varepsilon_0$ en SI et à $1/c$ en CGS, où c est la vitesse de la lumière. Démontrer que l'interaction

[1]) Si on n'indique pas dans le problème la valeur de la perméabilité magnétique d'un milieu, il faut la considérer comme égale à l'unité.

[2]) S'il n'y a pas de mention spéciale dans le problème on admettra que $v \ll c$.

magnétique entre deux charges mobiles est plus faible que leur interaction électrique.

9.2.2. En se servant de la formule du problème précédent, trouver la distribution de l'induction d'un champ magnétique créé autour



Pour le problème 9.2.1

d'un fil chargé infini ayant une densité de charge linéique ρ si le fil se déplace dans la direction longitudinale à une vitesse v.

9.2.3. Trouver la distribution de l'induction d'un champ magnétique induit autour d'un fil droit infini parcouru par un courant I.

9.2.4. Sur l'unité de longueur d'un long fil droit parcouru par un courant agit une force de $2{,}5 \cdot 10^{-7}$ N exercée par un second fil parcouru par le même courant. La distance entre ces deux fils est de 1 m, le courant circulant dans les fils est de 1 A. A quoi est égale la perméabilité magnétique de ce milieu?

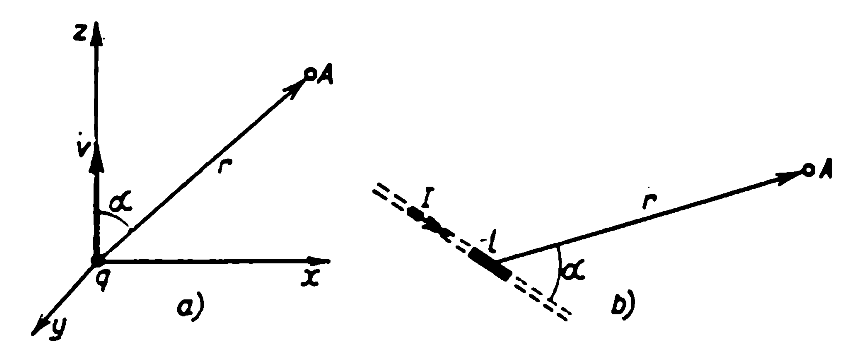
9.2.5. Chacun des quatre conducteurs longs droits parallèles qui passent par les sommets d'un carré (le côté du carré est de 30 cm) perpendiculairement à son plan est parcouru par un courant de 10 A; dans trois conducteurs le courant circule dans un sens et dans le quatrième, dans le sens opposé. Déterminer l'induction du champ magnétique induit au centre du carré.

9.2.6. De longs fils droits parcourus par un courant se coupent sous un angle droit. Déterminer l'induction d'un champ magnétique au point de coordonnées x et y si les axes de coordonnées coïncident avec ces fils et si le courant qui circule dans les fils est I.

9.2.7. De longs fils droits parcourus par un courant se coupent sous un angle α. Trouver l'induction d'un champ magnétique sur une droite qui passe par le point d'intersection de ces fils perpendiculairement à eux deux. Le courant qui circule dans ces fils est I.

◇ 9.2.8. a. En utilisant la formule du problème 9.2.1, déterminer l'induction d'un champ magnétique créé par une charge q, qui se déplace à une vitesse $\boldsymbol{v}$, à une distance r de cette charge. Le rayon vecteur $\boldsymbol{r}$ fait un angle α avec la vitesse $\boldsymbol{v}$.

◇ b. Déterminer l'induction d'un champ magnétique créé par un fil droit de longueur l, qui est parcouru par un courant I, à une distance r du fil si $l \ll r$. Le rayon vecteur $\boldsymbol{r}$ fait un angle α avec le fil.



Pour le problème 9.2.8

9.2.9. Démontrer qu'aux grandes distances de deux portions de fil l_1 et l_2 mises en série et parcourues par un courant, le champ magnétique est proche du champ magnétique créé par la portion de fil $l = l_1 + l_2$ parcourue par le même courant.

9.2.10. Un anneau de rayon R est parcouru par un courant I. Déterminer l'induction d'un champ magnétique au centre de l'anneau et sur son axe à une distance h du centre de l'anneau.

9.2.11. De combien de fois diminue l'induction du champ magnétique au centre d'un anneau parcouru par un courant si on le plie suivant son diamètre sous un angle α ? Le courant circulant dans l'anneau ne varie pas.

9.2.12. Un fil situé dans un plan se compose de deux longues portions droites et parallèles liées par un demi-cercle. Le fil est parcouru par un courant I. Déterminer l'induction d'un champ magnétique au centre du demi-cercle.



Pour le problème 9.2.13 Pour le problème 9.2.14

◇ **9.2.13.** Un long fil droit parcouru par un courant I a une portion sous forme d'un demi-cercle de rayon R. Déterminer l'induction d'un champ magnétique au centre du demi-cercle.

◇ **9.2.14*.** Un fil droit a une spire de rayon R. Ce fil est parcouru par un courant I. Déterminer l'induction d'un champ magnétique au centre de la spire et sur son axe à une distance h de son centre.

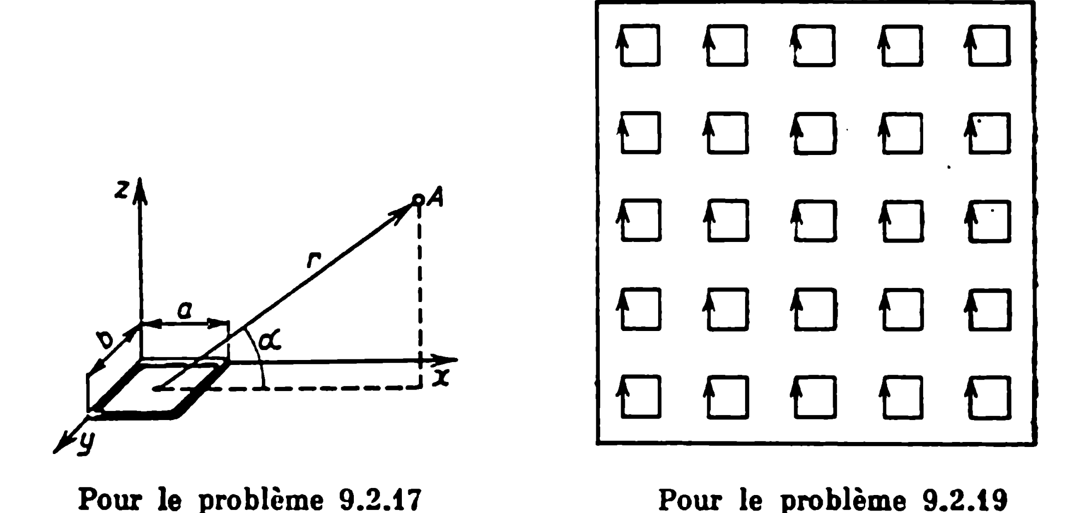
9.2.15. a. Un anneau métallique s'est rompu quand le courant qui circulait dans l'anneau fut égal à I_0. On a fabriqué un anneau

analogue mais avec un matériau dont la limite de rupture est dix fois plus grande. Par quel courant peut être rompu le nouvel anneau?

b*. Quel courant va rompre le nouvel anneau fait avec ce matériau plus solide si les dimensions du nouvel anneau sont deux fois plus grandes que celles de l'ancien?

9.2.16. Déterminer l'induction d'un champ magnétique sur l'axe d'un circuit, dont le moment magnétique est M, à de grandes distances h dans les cas où le circuit est un cercle, un carré, un triangle équilatéral.

◇ 9.2.17*. Déterminer l'induction du champ magnétique d'un cadre rectangulaire parcouru par un courant I en un point A situé



Pour le problème 9.2.17 Pour le problème 9.2.19

à une distance r qui est de beaucoup supérieure aux dimension linéaires de ce cadre. Le rayon vecteur $\boldsymbol{r}$ fait un angle α avec le plan du cadre.

9.2.18*. Le champ magnétique d'un circuit plan parcouru par un courant est défini, aux grandes distances de ce circuit, par le moment magnétique du circuit et ne dépend pas de sa forme. Démontrer cette proposition.

◇ 9.2.19*. a. Beaucoup de microcircuits carrés, parcourus par un courant, sont uniformément distribués à l'intérieur d'un grand circuit carré. Le moment magnétique de chaque microcircuit est M_0. Démontrer qu'à une distance notablement supérieure à la distance entre les microcircuits l'induction de leur champ magnétique coïncide avec l'induction du champ magnétique du grand circuit dont le moment magnétique est nM_0, où n est le nombre de microcircuits se trouvant à l'intérieur du grand circuit.

b. Une mince plaque carrée, dont les dimensions sont $a \times a \times h$ ($h \ll a$), est aimantée dans une direction perpendiculaire à son plan. L'induction d'un champ magnétique au centre de cette plaque est B.

Déterminer le moment magnétique de l'unité de volume de la substance dont est faite la plaque.

9.2.20. On a découpé dans du fer aimanté un mince disque plan de rayon R et d'épaisseur h. Le plan du disque est perpendiculaire à la direction de l'aimantation. Le moment magnétique de l'unité de volume du fer est M. Déterminer l'induction d'un champ magnétique sur l'axe du disque à une distance l de son centre.

9.2.21. Evaluer l'induction d'un champ magnétique au centre d'un anneau de fer plan ayant une épaisseur de 1 cm, un rayon intérieur de 10 cm et un rayon extérieur de 20 cm. Tous les atomes de fer sont orientés le long de l'axe de l'anneau, le moment magnétique d'un atome de fer est égal à $2\mu_e = 1{,}85 \cdot 10^{-23}$ J/T.

9.2.22. L'induction d'un champ magnétique au centre d'un mince disque d'acier de rayon R, aimanté le long de son axe, est égale à B. Ce disque est placé dans un champ magnétique uniforme d'induction B_0 qui ne change pas le moment magnétique du disque. Comment faut-il orienter le disque dans ce champ magnétique pour que le moment des forces qui agit sur ce disque soit maximal ? A quoi est égal ce moment ?

9.2.23. La force d'interaction entre deux minces plaques carrées aimantées qui sont disposées à une distance H l'une au-dessus de l'autre, est égale à F. Les dimensions des plaques sont $a \times a \times h$. Evaluer le moment magnétique de l'unité de volume d'une plaque si son épaisseur $h \ll H$.

§ 9.3. Champ magnétique d'un courant distribué sur une surface ou dans l'espace

9.3.1. En utilisant la formule du problème 9.2.1, déterminer l'induction d'un champ magnétique près d'une plaque uniformément chargée qui se déplace à une vitesse v le long de son plan. La densité superficielle de charge de la plaque est σ.

9.3.2. Trouver l'induction d'un champ magnétique à l'intérieur d'un condensateur plan qui se déplace à une vitesse de 9 m/s parallèlement à ses lames. La distance entre les lames est de 10 mm, la tension entre leurs bornes de 10 kV.

9.3.3. A quoi est égale l'induction du champ magnétique d'un plan infini parcouru par un courant de densité linéique i ?

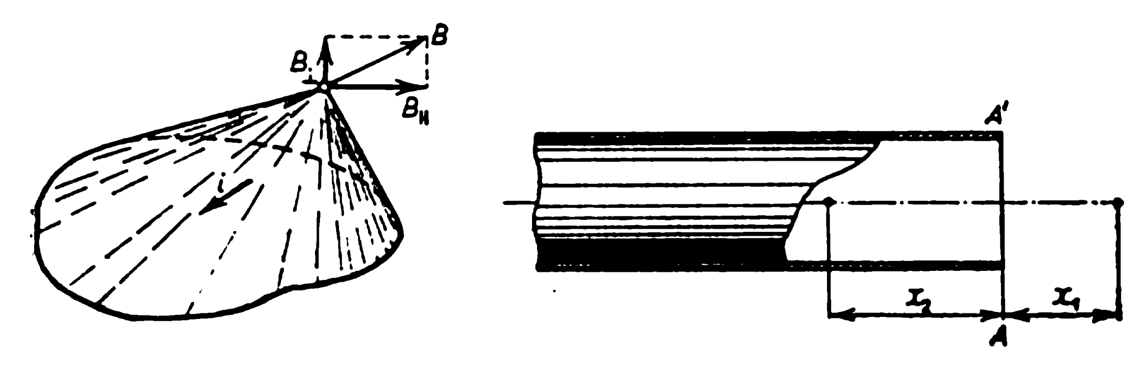
9.3.4. Des courants, dont les densités linéiques sont respectivement égales à i_1 et i_2, circulent dans le même sens sur deux plans parallèles. Déterminer l'induction d'un champ magnétique entre ces plans et en dehors de ceux-ci.

9.3.5. Deux barres parallèles sont parcourues par un courant I. La largeur b des barres est notablement supérieure à la distance qui existe entre elles. A quoi est égale la force qui agit sur l'unité de longueur d'une barre ?

9.3.6. a. On laisse passer un courant I à travers une plaque de section rectangulaire $a \times b$ ($a \ll b$). Le module de l'élasticité longitudinale de cette plaque est E. Déterminer de combien diminue la dimension a sous l'action des forces magnétiques.

b. Du cuivre doux « coule » sous une pression de $4 \cdot 10^7$ Pa et de l'acier sous une pression de $5 \cdot 10^8$ Pa. Evaluer l'induction minimale d'un champ magnétique qui fait « couler » le cuivre et l'acier.

◇ **9.3.7.** Un courant de densité linéique i circule sur la surface plane représentée sur le dessin. Démontrer que la composante de



Pour le problème 9.3.7 Pour le problème 9.3.10

l'induction d'un champ magnétique, qui est parallèle à la surface et perpendiculaire à la direction de i, est définie par la formule $B_{\parallel} = \mu_0 i\Omega/4\pi$ en SI et $B_{\parallel} = i\Omega/c$ en CGS, où Ω est l'angle solide sous lequel est vue la surface.

9.3.8. En utilisant la formule $B_{\parallel} = \mu_0 i\Omega/4\pi$ du problème 9.3.7, résoudre les problèmes suivants:

a. Déterminer l'induction du champ magnétique d'une bande infiniment longue de largeur $2h$ en un point situé à une distance h au-dessus de la ligne moyenne de la bande si un courant de densité linéique i circule le long de cette bande.

b. Déterminer l'induction d'un champ magnétique à l'intérieur d'un cylindre infiniment long à la surface duquel circule un courant transversal de densité linéique i. Ce résultat dépend-il de la forme de la section droite de la surface cylindrique?

c*. Un courant de densité j circule dans un long conducteur droit dont la section est un triangle équilatéral de côté a. Déterminer l'induction d'un champ magnétique sur les arêtes du conducteur.

9.3.9. Quelle force de tension provoque un courant I dans les spires d'un long solénoïde? Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde est n, son rayon R.

◇ **9.3.10*.** Sur la surface d'un cylindre circulaire semi-infini de rayon R passe un courant transversal de densité linéique i.

a. Déterminer la composante de l'induction d'un champ magnétique le long de l'axe du cylindre dans sa section extrême AA'.

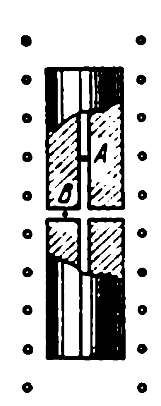
b. Comment varie l'induction d'un champ magnétique sur l'axe du cylindre en fonction des distances x_1 et x_2 à son extrémité ? A quoi est égale cette induction aux grandes distances du cylindre ?

9.3.11*. a. Un cylindre plein est découpé dans du fer aimanté à saturation de façon que son axe coïncide avec la direction de l'aimantation. Démontrer l'équivalence du champ magnétique de ce cylindre avec le champ créé par un courant transversal circulant sur sa surface et dont la densité linéique est égale au moment magnétique de l'unité de volume du fer.

b. Dans une longue tige aimantée à saturation, le long de l'axe, on a découpé un cube de façon que l'une des arêtes du cube soit dirigée le long de la direction de l'aimantation. De combien de fois l'induction d'un champ magnétique au centre du cube sera-t-elle plus petite que l'induction dans la tige ?

c. Déterminer l'induction d'un champ magnétique au centre d'un cylindre de longueur l et de rayon r. Le moment magnétique d'une unité de volume du fer est égal à M. A quoi est égale cette induction pour $r \ll l$? pour $r \gg l$?

d. Résoudre le problème précédent dans le cas où un trou de petit rayon est foré le long de l'axe du cylindre.



Pour le problème 9.3.13

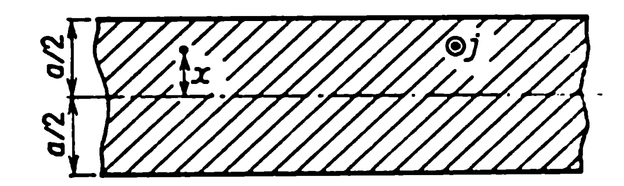
9.3.12. De minces plaques carrées, dont les dimensions sont $a \times a \times h$ ($h \ll a$), sont aimantées à saturation dans une direction perpendiculaire à leur plan. Au centre de chaque plaque l'induction d'un champ magnétique est B_0. A quoi sera égale l'induction du champ à l'intérieur d'une longue colonne rectangulaire de section $a \times a$ assemblée de ces plaques ?

◇ **9.3.13.** Un bâtonnet ferromagnétique cylindrique à cavités étroites est placé dans un long solénoïde qui est parcouru par un courant de 0,5 A. Le nombre de spires par unité de longueur de ce solénoïde est égal à 10, la perméabilité magnétique du ferromagnétique est égale à 600. Déterminer l'induction d'un champ magnétique dans les cavités longitudinale et transversale (aux points A et B).

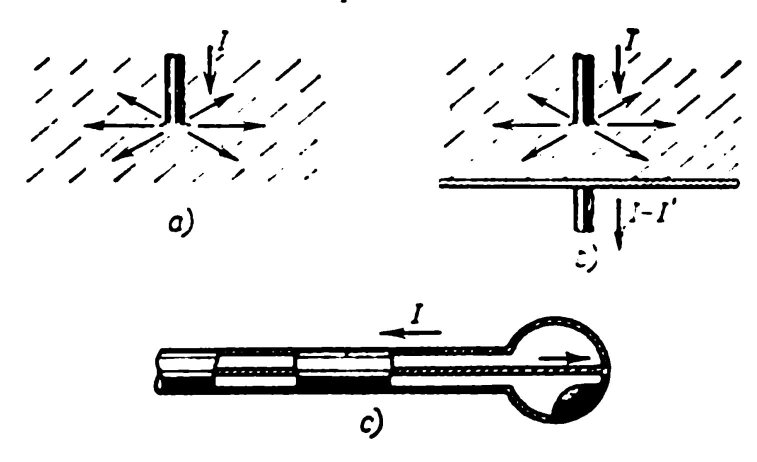
9.3.14. Un disque de rayon R et de hauteur $h \ll R$ fait d'un matériau de perméabilité magnétique $\mu = 1 + k$, $k \ll 1$, est placé à travers un champ magnétique uniforme d'induction B_0. De combien l'induction au centre du disque diffère-t-elle de B_0 ?

9.3.15. La circulation d'induction d'un champ magnétique constant suivant un circuit fermé dans le vide est égale au produit du courant passant à travers la surface limitée par ce circuit par μ_0. Donner des exemples qui confirment cette loi. En utilisant cette loi, résoudre les problèmes suivants.

a. Un fil droit infiniment long de rayon r est par



Pour le problème 9.3.15



Pour le problème 9.3.17

courant I qui est uniformément distribué dans la section du fil. Trouver l'induction d'un champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur de ce fil.

◇ b. Une barre longue et large de dimension transversale a est parcourue par un courant uniformément distribué dans la section du fil. La densité de courant est j. Comment varie l'induction du champ magnétique en fonction de la distance x au plan moyen de la barre?

9.3.16. Un solénoïde toroïdal à N spires est parcouru par un courant I. Le rayon extérieur du tore est R, son rayon intérieur r. Déterminer l'induction minimale et maximale du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

◇ **9.3.17.** a. Un courant I passe dans un long fil droit perpendiculaire à une surface conductrice et s'y répand. Déterminer la distribution du champ magnétique.

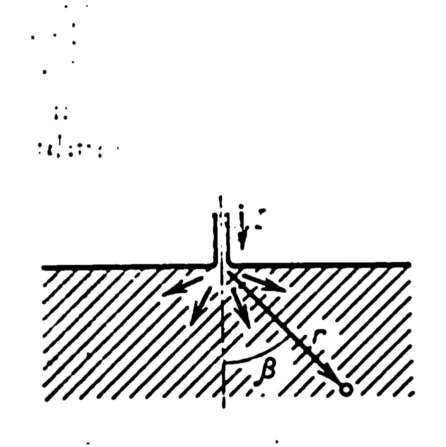
b. Un long fil parcouru par un courant I traverse un plan conducteur dans une direction perpendiculaire à ce dernier. Le courant qui reste sur le plan est égal à I'. Déterminer la distribution du champ magnétique dans ce système.

c. Un câble coaxial entre dans une cavité sphérique, comme l'indique le dessin. Trouver l'induction du champ magnétique dans tout l'espace.

◇ **9.3.18*.** Un courant I circulant dans un long fil droit entre dans un conducteur perpendiculairement à sa surface et s'y répand uniformément. Comment varie l'induction d'un champ magnétique à l'intérieur du conducteur en fonction de l'angle β et de la distance r?

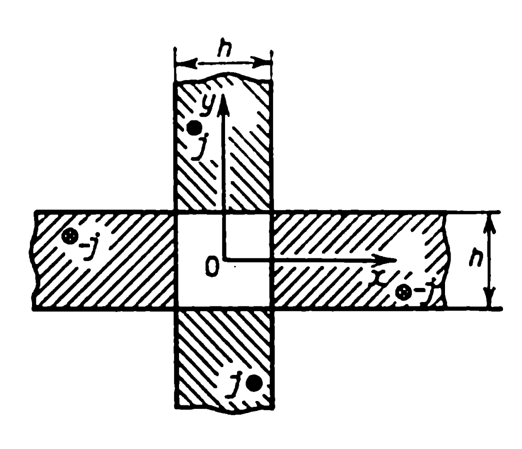
◇ **9.3.19.** La distribution du courant dans deux plaques orthogo-

nales d'épaisseur h est représentée sur le dessin. Dans la région d'intersection des deux plaques le courant est nul. Dessiner le graphique de variation de l'induction d'un champ magnétique en fonction de x.



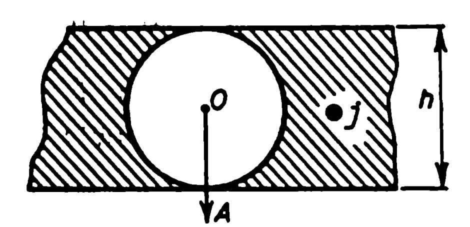


Pour le problème 9.3.18

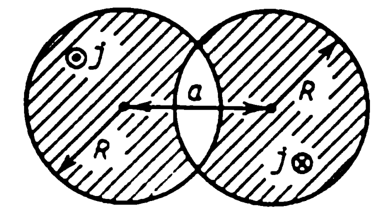


Pour le problème 9.3.19

◇ **9.3.20.** Dans une plaque infinie d'épaisseur h on a découpé une cavité cylindrique de rayon $h/2$ dont l'axe est parallèle aux surfaces de cette plaque. Tout le volume de cette dernière, excepté la cavité, est parcouru par un courant dirigé le long de l'axe de la cavité.



Pour le problème 9.3.20



Pour le problème 9.3.22

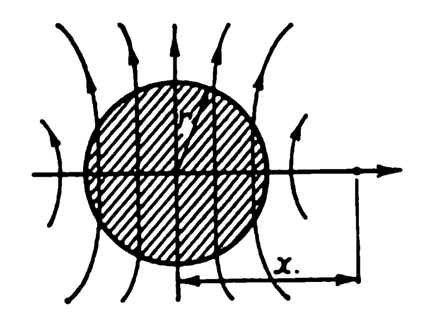
Trouver la distribution de l'induction d'un champ magnétique le long d'une droite OA qui passe par l'axe de la cavité et est perpendiculaire aux surfaces de la plaque. La densité de courant est j.

9.3.21*. Déterminer l'induction d'un champ magnétique dans une longue cavité cylindrique disposée à l'intérieur d'un conducteur cylindrique si l'axe de cette cavité est parallèle à l'axe de ce conducteur et s'il se trouve à une distance d de ce dernier. Le courant est uniformément distribué dans la section du conducteur. La densité de courant est j.

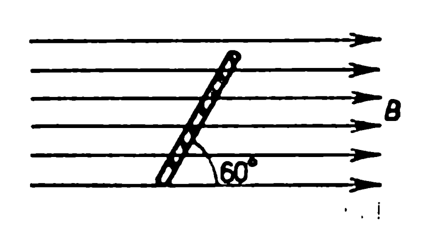
◇ **9.3.22*.** a. Deux cylindres de rayon R, dont les axes se trouvent à une distance a l'un de l'autre, se coupent comme le montre le dessin. Les régions hachurées sont traversées par des courants de densité $\pm j$ qui circulent le long des axes dans les sens opposés. Trouver l'induction d'un champ magnétique dans la région qui est située entre ces régions hachurées.

b. En utilisant le résultat du problème précédent et en appliquant la méthode de passage à la limite, trouver, pour $a \to 0$, $j \to \infty$, la distribution de densité linéique de courant sur la surface d'un cylindre de rayon R que donne le champ magnétique d'induction B_0, qui est uniforme à l'intérieur du cylindre. Comment est liée la densité linéique maximale de courant à l'induction B_0 du champ?

9.3.23*. Les plans des spires d'un solénoïde circulaire forment un angle α avec son axe. Le courant du solénoïde est I, le nombre de



Pour le problème 9.3.24



Pour le problème 9.4.1

spires par unité de longueur de ce dernier n, le rayon R. Déterminer l'induction d'un champ magnétique à l'intérieur de ce solénoïde.

◇ **9.3.24***. Une longue tige de fer cylindrique de rayon r est aimantée dans un champ magnétique qui est perpendiculaire à son axe. Le moment magnétique de l'unité de volume de la tige est $\mathcal{M}$. Comment varie l'induction du champ magnétique en fonction de x à des distances notablement inférieures à la longueur de la tige?

§ 9.4. Flux magnétique

◇ **9.4.1**. L'induction d'un champ magnétique uniforme est égale à B.

a. A quoi est égal le flux magnétique à travers un carré de côté a dont le plan forme un angle de 60° avec la direction du champ magnétique?

b. A quoi est égal le flux magnétique à travers une surface plane S qui fait un angle α avec la direction du champ magnétique?

◇ **9.4.2**. Déterminer le flux magnétique à travers la portion de sphère de rayon R représentée sur le dessin. L'induction B d'un champ magnétique est dirigée le long de l'axe de symétrie de cette portion.

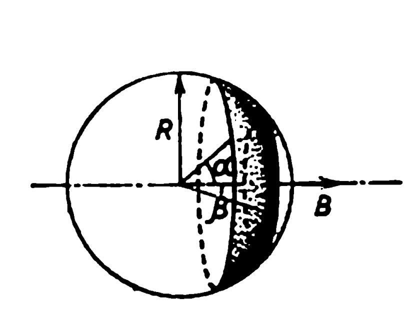
9.4.3. Montrer que le flux magnétique, qui est créé par un plan ayant une densité linéique de courant i, à travers toute surface fermée est égal à zéro.

9.4.4*. Démontrer que le flux magnétique, qui est créé par l'élément de courant, à travers toute surface fermée est nul.

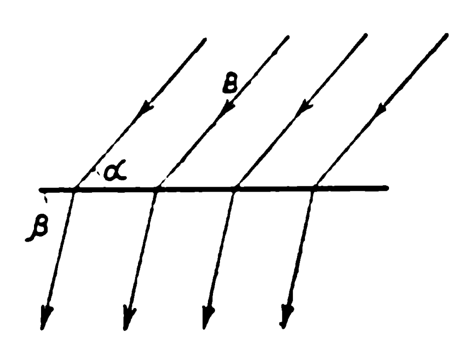
9.4.5. Une frontière horizontale plane divise un espace en deux parties. Dans la partie inférieure l'induction d'un champ magné-

tique est nulle. Démontrer que le champ uniforme près de la surface dans la partie supérieure est dirigé parallèlement à cette surface.

◇ 9.4.6. En passant à travers une surface plane l'induction d'un champ magnétique B change l'angle α, par rapport à cette surface,



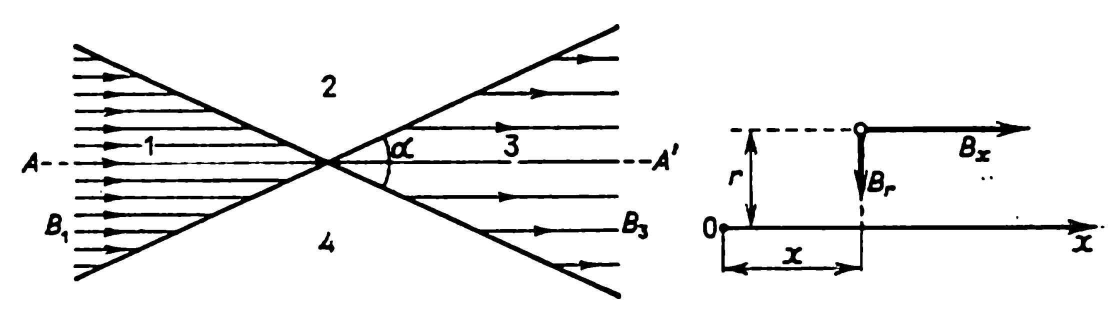
Pour le problème 9.4.2



Pour le problème 9.4.6

en β. De combien de fois varie l'induction du champ? A quoi est égale la densité linéique de courant à la surface?

◇ 9.4.7*. Des plans qui se coupent sous un angle α divisent un espace en quatre régions. Le champ magnétique de chaque région est uniforme. Dans les régions *1* et *3* l'induction du champ est parallèle



Pour le problème 9.4.7

Pour le problème 9.4.8

au plan de symétrie AA', dirigée dans le même sens et respectivement égale à B_1 et B_3. Déterminer l'induction du champ dans les régions *2* et *4*.

◇ 9.4.8. a. La composante de l'induction d'un champ magnétique à symétrie axiale, qui est dirigée le long de l'axe de symétrie du champ, dépend linéairement de x: $B_x = B_0 x/x_0$, où x_0 et B_0 sont les constantes. Exprimer la composante radiale de l'induction du champ en fonction de la distance à l'axe. Comment varie l'angle d'inclinaison du champ par rapport à son axe de symétrie en fonction de x et de r? Dessiner les lignes d'induction de ce champ.

b. Dans le problème précédent la composante de l'induction du champ magnétique varie le long de l'axe selon la loi $B = B_0 (x/x_0)^n$. Déterminer la composante radiale de l'induction du champ. Comment déterminer B_r dans le cas général où $B_x = B_0 f(x)$?

9.4.9. La composante de l'induction d'un champ magnétique le long de l'axe d'un cylindre infini de rayon R varie comme B_0x/x_0 à l'intérieur du cylindre, et à l'extérieur cette composante est nulle. Comment varie, en dehors du cylindre, la composante radiale de l'induction en fonction de la distance à son axe?

9.4.10*. a. Déterminer le flux magnétique à travers la surface d'un cylindre semi-infini parcouru par un courant transversal de densité linéique i. Le rayon du cylindre est R.

b. Avec quelle force s'attirent les moitiés d'un long solénoïde parcouru par un courant I? Le rayon du solénoïde est R, le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde n.

9.4.11. Deux longues tiges aimantées dans un sens longitudinal s'attirent l'une à l'autre par leurs bouts. Pour les arracher l'une de l'autre il faut appliquer une force F dans la direction axiale. La section des tiges est la même, l'aire de la section est S. Déterminer l'induction d'un champ magnétique au point de jonction des tiges.

9.4.12. Un solénoïde parcouru par un courant I se trouve dans un champ magnétique non uniforme. Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde est n. Le flux magnétique qui entre et sort à travers les bouts du solénoïde est respectivement égal à Φ_1 et Φ_2. Déterminer la force qui agit sur ce solénoïde le long de son axe.

9.4.13. On appelle inductance mutuelle de deux circuits le coefficient de proportionnalité entre le courant qui passe dans l'un des deux circuits et le flux magnétique qu'il crée dans le second circuit. Déterminer l'inductance mutuelle: a) de deux contours circulaires de rayons r et R disposés sur le même axe de symétrie, à une distance $l \gg r$, R l'un de l'autre; b) d'un long solénoïde de rayon r contenant n spires par unité de longueur et d'un contour circulaire qui embrasse ce solénoïde et qui lui est coaxial.

CHAPITRE 10

MOUVEMENT DE PARTICULES CHARGÉES DANS DES CHAMPS COMPLEXES

§ 10.1. Mouvement dans un champ magnétique uniforme

10.1.1. Un proton accéléré par une tension de 20 kV entre dans un champ magnétique uniforme ayant une induction de 0,1 T perpendiculairement au champ. Trouver le rayon du cercle que décrit le proton gravitant dans le champ magnétique.

10.1.2. Un électron accéléré par une tension de 200 V se déplace dans un champ magnétique terrestre dont l'induction est de 70 μT. Trouver le rayon du cercle qui est décrit par l'électron si la vitesse de ce dernier est perpendiculaire au champ magnétique de la Terre.

10.1.3. a. Déterminer la fréquence de révolution (fréquence de cyclotron) d'une particule de masse m portant une charge q dans un champ magnétique d'induction B.

b. Déterminer la fréquence de cyclotron d'un électron qui se déplace dans un champ magnétique dont l'induction est de 1 T.

10.1.4. Quel est le rapport entre les rayons des trajectoires de deux électrons, dont les énergies cinétiques sont respectivement K_1 et K_2, si un champ magnétique uniforme est perpendiculaire à leur vitesse?

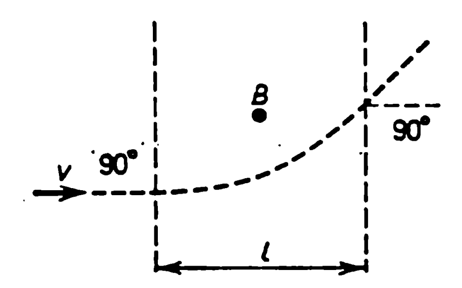
10.1.5. Au bout de combien de temps après la première rencontre aura lieu la deuxième rencontre de deux particules chargées qui se déplacent perpendiculairement à un champ magnétique d'induction B? Lors de la première rencontre ces deux particules se déplaçaient dans des sens orthogonaux. La charge des particules est q, la masse m. On négligera leur interaction.

10.1.6. A l'aide de la chambre de Wilson placée dans un champ magnétique d'induction B on observe la diffusion élastique de particules α par des noyaux de deutérium. Trouver l'énergie initiale d'une particule α si le rayon de courbure des portions initiales des trajectoires du noyau et de la particule α est égal à R après la diffusion. Les deux trajectoires se situent dans un plan perpendiculaire à l'induction du champ magnétique.

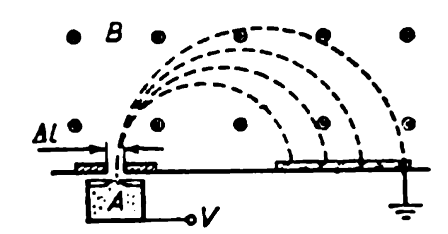
◇ **10.1.7.** Un électron entre dans une région de champ magnétique de largeur l. La vitesse v de l'électron est perpendiculaire à l'induction $\boldsymbol{B}$ du champ et aux frontières de la région. Sous quel angle par

rapport à la frontière de la région sort l'électron du champ magnétique?

◇ **10.1.8.** Le dessin représente un spectromètre de masse des plus simples dans lequel l'induction d'un champ magnétique est de 0,1 T. Dans l'ioniseur A se forment des ions qui sont accélérés par une tension de 10 kV. En changeant leur direction dans le champ magnétique les ions tombent sur une plaque photographique et provoquent



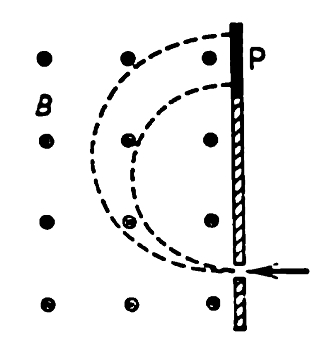
Pour le problème 10.1.7



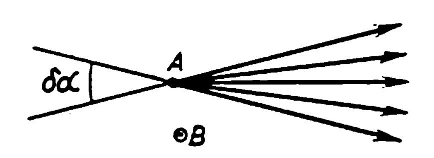
Pour le problème 10.1.8

son noircissement. A quelle distance de la fente se trouvent, sur la plaque photographique, les bandes des ions $^1H^+$, $^2H^+$, $^3H^+$, $^4He^+$? Quelle doit être la largeur de la fente pour que les bandes des ions $^{16}O^+$ et $^{15}N^+$ se séparent?

◇ **10.1.9.** Dans un dispositif qui sert à déterminer une composition isotopique les ions potassium $^{39}K^+$ et $^{41}K^+$ sont d'abord accélérés



Pour le problème 10.1.9



Pour le problème 10.1.10

par un champ électrique et entrent, ensuite, dans un champ magnétique uniforme d'induction B qui est perpendiculaire à la direction de leur mouvement. Au cours de l'expérience, vu l'imperfection de l'appareillage, la tension d'accélération varie près de sa valeur moyenne d'une valeur $\pm\Delta V$. Avec quelle erreur relative $\Delta V/V_0$ faut-il maintenir constante la valeur de la tension d'accélération pour que les traces que laissent les faisceaux d'isotopes de potassium sur une plaque photographique P ne se recouvrent pas?

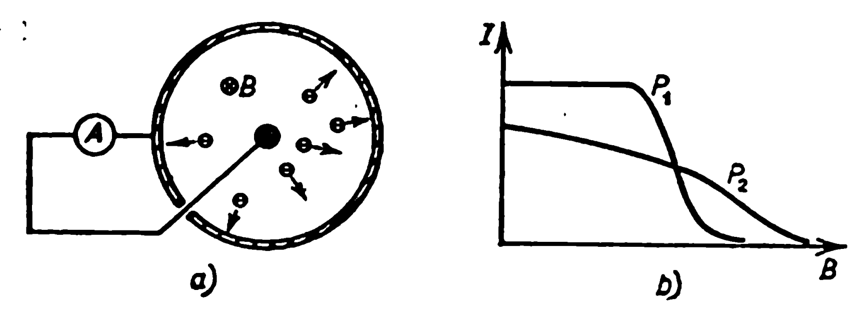
◇ **10.1.10*.** D'un point A partent à une vitesse v des particules ayant une faible dispersion angulaire $\delta\alpha$ et se déplacent ensuite dans un champ magnétique uniforme d'induction B, perpendiculairement

à ce champ. Déterminer à quelle distance du point A se focalise le faisceau et évaluer en ce point sa dimension transversale. La masse des particules est m, leur charge q.

10.1.11. Une particule de masse m portant une charge q pénètre dans un champ magnétique uniforme d'induction B à une vitesse v formant un angle α avec ce champ. Trouver le rayon et le pas de l'hélice que décrit la particule dans son mouvement.

10.1.12*. Des électrons ayant une faible dispersion angulaire $\delta\alpha$ sont émis d'un seul point à une vitesse v le long d'un champ magnétique uniforme d'induction B. Déterminer à quelle distance du point de départ le faisceau aura une dimension transversale minimale et évaluer cette dimension.

◇ **10.1.13.** a. Un dispositif à vide se compose d'un cylindre de rayon R coaxial à un fil qui sont placés dans un champ magnétique longitudinal d'induction B. Lors du chauffage du fil sa surface émet des



Pour le problème 10.1.13

électrons ayant une énergie cinétique K, le circuit extérieur entre le cylindre et le fil étant parcouru par un courant I. Dessiner la variation de I en fonction de B. Trouver les valeurs de B pour lesquelles le courant dans le vide est nul.

b. Le dessin représente deux dépendances de I par rapport à B pour différentes pressions P_1 et P_2 de gaz résiduels. Quelle est la pression la plus grande?

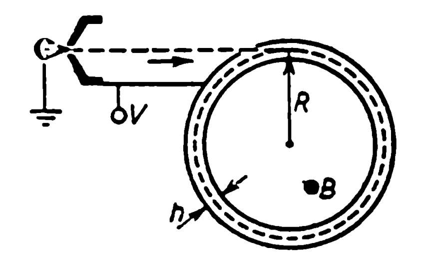
10.1.14. Deux électrons se déplacent à une vitesse v de même module dans un champ magnétique uniforme. A un certain moment la distance entre eux est égale à $2R$ et les vitesses des électrons sont perpendiculaires au champ magnétique et à la droite qui les relie. Quelle doit être l'induction du champ magnétique pour que la distance entre les électrons reste inchangée?

10.1.15. Un électron gravite autour d'un proton sur une orbite de rayon R. Comment varie la fréquence de révolution de l'électron sur cette orbite si le système est placé dans un champ magnétique faible d'induction B qui est dirigé le long de l'axe de rotation?

◇ **10.1.16.** Quelle tension faut-il appliquer entre les armatures d'un condensateur cylindrique pour qu'il « capte en orbite » des électrons qui ont subi une différence de potentiel d'accélération V?

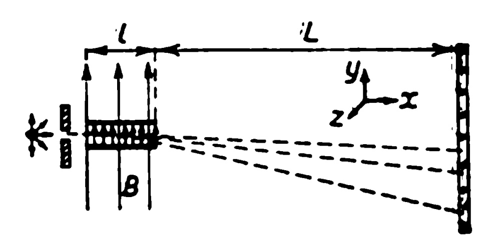
Le condensateur se trouve dans un champ magnétique uniforme d'induction B qui est dirigé le long de l'axe du condensateur. La distance h entre les armatures du condensateur est notablement inférieure au rayon moyen R du condensateur.

◇ **10.1.17.** a. Dans un condensateur plan de longueur l l'intensité du champ électrique est égale à E et l'induction du champ magnétique dirigé le long de E est égale à B. A l'entrée du condensateur il y a une source radioactive qui émet des électrons animés de vitesses





Pour le problème 10.1.16



Pour le problème 10.1.17

différentes. Ils forment un pinceau qui passe à travers ce condensateur et tombe ensuite sur une plaque photographique disposée à une distance $L \gg l$. Quelle ligne-trace laissent les électrons sur la plaque photographique si leurs déviations par rapport à la trajectoire rectiligne sont petites?

b. Trouver la ligne-trace des électrons sur la plaque photographique pour $B = 1$ T, $E = 5 \cdot 10^5$ V/m, $l = 5$ cm, $L = 50$ cm.

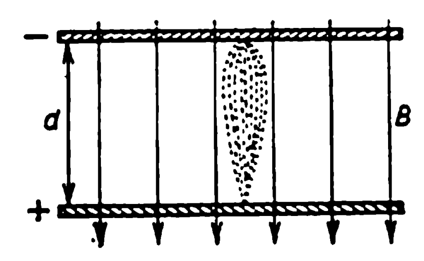
c. Si la vitesse d'un électron est grande, sa masse varie sensiblement; selon la formule de Lorentz $m = m_e/\sqrt{1 - \beta^2}$, où β est le rapport de la vitesse de l'électron à la vitesse de la lumière, m_e la masse de l'électron au repos. Résoudre le problème 10.1.17.a compte tenu de l'effet de variation de la masse de l'électron.

10.1.18. Déterminer le temps d'accélération d'un proton entrant dans le centre d'un accélérateur avec une énergie cinétique K si la tension d'accélération aux bornes des dés du cyclotron est V, l'induction du champ magnétique de l'accélérateur B et son rayon R. On négligera le temps de mouvement du proton entre les dés de l'accélérateur.

◇ **10.1.19.** Les lames d'un condensateur plan, qui se trouvent à une distance d l'une de l'autre (largeur de l'entrefer), sont disposées normalement à un champ magnétique d'induction B. Près de la cathode il y a une source d'électrons lents qui sont émis, dans différentes directions, vers les lames. Quelle doit être la tension aux bornes du condensateur pour que les électrons se focalisent sur l'anode? Qu'est-ce qui détermine la dimension du spot?

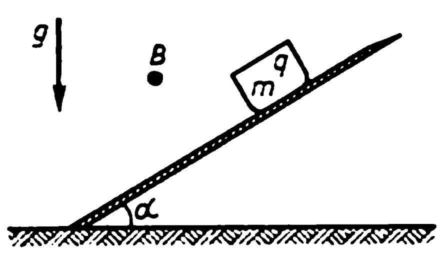
◇ **10.1.20.** Déterminer quelle vitesse maximale peut développer un corps chargé qui glisse sur un plan incliné dans un champ magnétique d'induction B et dans un champ de pesanteur. La masse et la

charge du corps sont respectivement m et q. Le champ magnétique est parallèle au plan incliné et perpendiculaire au champ de pesanteur. L'angle que fait le plan avec l'horizontale est α. Le coefficient de frottement du corps sur le plan est μ.



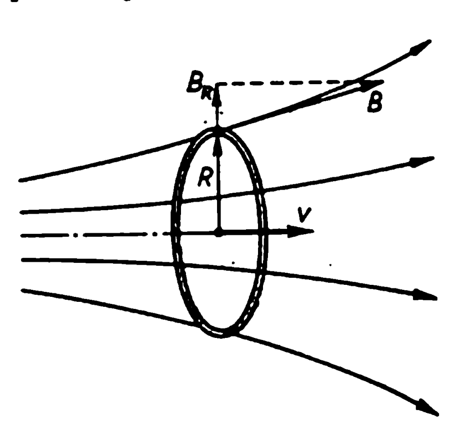


Pour le problème 10.1.19



Pour le problème 10.1.20

◇ **10.1.21.** Un anneau uniformément chargé de rayon R et dont la densité linéique de charge est ρ, se déplace de façon coaxiale avec un champ magnétique à symétrie axiale à une vitesse v. La composante radiale de l'induction du champ magnétique à une distance R de l'axe est égale à B_R. Déterminer le moment des forces qui s'exercent sur cet anneau.



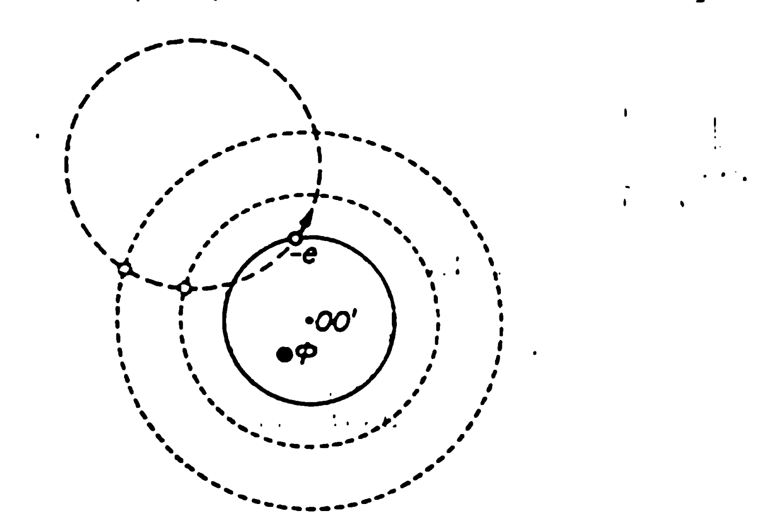
Pour le problème 10.1.21

10.1.22*. Démontrer que l'accroissement du moment d'impulsion ΔM de l'anneau du problème 10.1.21 est proportionnel à l'accroissement du flux d'induction magnétique à travers l'anneau $\Delta\Phi$: $\Delta M = (1/2\pi)\, Q\, \Delta\Phi$, où Q est la charge électrique de l'anneau. Pour la démonstration utiliser le fait que le flux d'induction magnétique à travers la surface latérale du cylindre est égal à la différence des flux à travers ses bouts.

10.1.23*. Quelle vitesse minimale faut-il communiquer à un anneau non conducteur, uniformément chargé et qui est disposé de façon coaxiale à un champ à symétrie axiale, le long de l'axe de ce champ, pour qu'il se déplace de la région du champ magnétique

uniforme B_1 à la région du champ uniforme B_2, $B_2 > B_1$? Le rayon de l'anneau est R, sa charge Q, sa masse m.

◇ **10.1.24.** a. Un électron décrit un cercle en se déplaçant dans un champ magnétique uniforme. On mène par cet électron un autre cercle dont l'axe OO' est dirigé le long du champ magnétique. Montrer que la somme $M + (1/2\pi)\, e\Phi$, où Φ est le flux de champ magné-

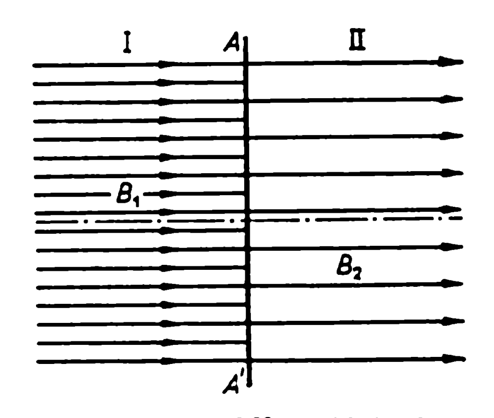


Pour le problème 10.1.24

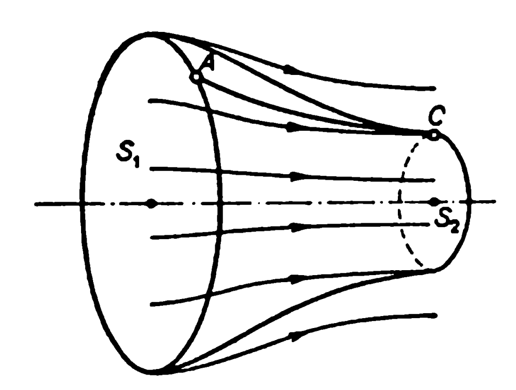
tique à travers ce cercle et M le moment d'impulsion de l'électron par rapport à l'axe OO', ne dépend pas de la position de cet électron.

b. Montrer que la somme $M + (1/2\pi)\, e\Phi$ ne varie pas lorsque l'électron décrit une hélice en se déplaçant dans un champ magnétique uniforme.

◇ **10.1.25.** Les régions I et II de deux champs magnétiques uniformes de même sens et d'inductions B_1 et B_2 ont un mince passage



Pour le problème 10.1.25

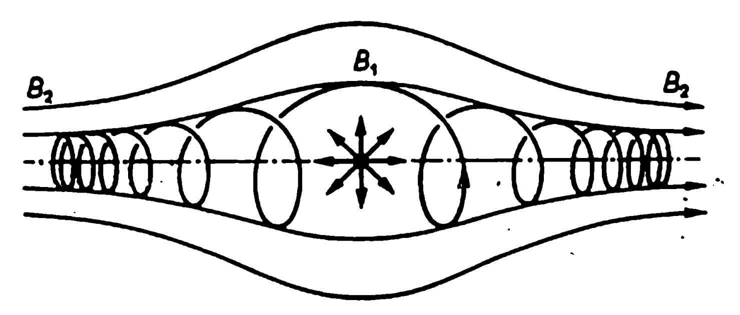


Pour le problème 10.1.26

axisymétrique AA' dans lequel le champ magnétique a une grande composante radiale. Dans la région I un électron se déplace le long du champ magnétique à une distance R de l'axe de symétrie du passage. Quel moment d'impulsion par rapport à l'axe de symétrie acquiert l'électron en passant de la région I à la région II ? La somme $M + (1/2\pi)\ e\Phi$ reste-t-elle constante lors du mouvement de cette particule (voir les notations dans le problème 10.1.24) ?

◇ **10.1.26***. Démontrer que la variation du moment d'impulsion d'un électron, lorsqu'il se déplace d'un point A à un point C dans un champ magnétique axisymétrique par rapport à l'axe du champ, est égale au produit de la différence des flux magnétiques à travers les sections S_1 et S_2 par $e/2\pi$.

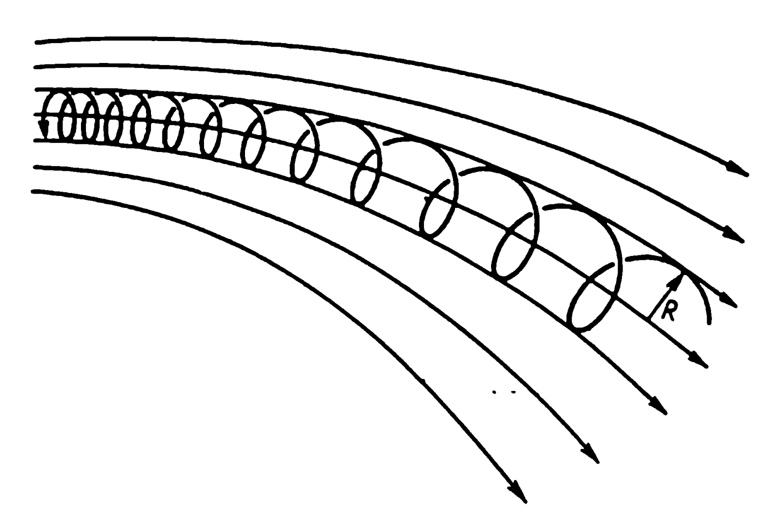
◇ **10.1.27***. Quelle partie des électrons qui sont émis dans tous les sens par un grain de poussière radioactif situé sur l'axe d'un piège



Pour le problème 10.1.27

magnétique reste à l'intérieur de ce dernier? L'induction du champ magnétique à l'intérieur du piège est B_1, en dehors de ce dernier, $B_2 > B_1$.

10.1.28*. Déterminer le rayon minimal que peut avoir un faisceau électronique lorsqu'il passe d'un champ d'induction B_1 à un



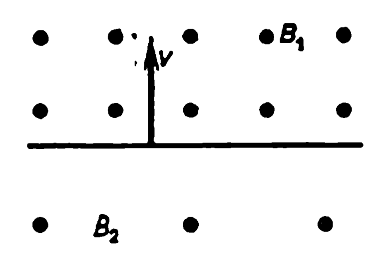
Pour le problème 10.1.29

champ d'induction B_2. Les axes de symétrie du champ de passage et du faisceau coïncident. Le rayon du faisceau dans le champ B_1 est égal à R, la vitesse du faisceau dans le champ B_1 est parallèle à l'induction.

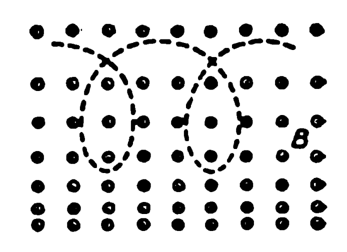
◇ **10.1.29***. Dans des champs magnétiques forts, un électron décrit une hélice « enroulée » sur une ligne de champ magnétique. Démontrer que, dans le cas où le rayon de l'hélice est tellement petit que le champ à l'intérieur de celle-ci peut être considéré comme uniforme, le produit du carré du rayon de l'hélice par l'induction du champ magnétique ne varie pas.

§ 10.2. Mouvement de dérive de particules

◇ **10.2.1.** Un espace est divisé par un plan en deux régions. L'une d'elles est le siège d'un champ magnétique d'induction B_1 et l'autre, d'induction B_2, les champs étant uniformes et parallèles l'un à l'autre. Depuis le plan de séparation, perpendiculairement à celui-ci,



Pour le problème 10.2.1

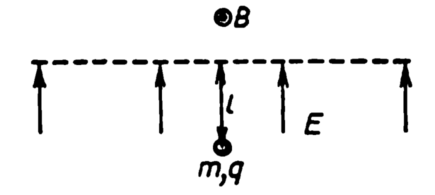


Pour le problème 10.2.2

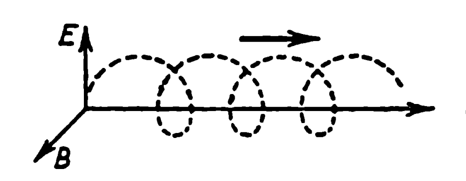
part un électron animé d'une vitesse v qui se dirige vers la région du champ d'induction B_1. Décrire le mouvement ultérieur de l'électron. Déterminer la vitesse moyenne (de dérive) de l'électron se déplaçant le long de la frontière de séparation des champs magnétiques, qui est perméable pour lui.

◇ **10.2.2***. Evaluer la vitesse de dérive d'un électron à travers un champ magnétique non uniforme dont les composantes de l'induction sont $B_x = 0$, $B_y = 0$, $B_z = B_0(1 + \alpha x)$. La vitesse de l'électron est v, $v \ll eB_0/(\alpha m_e)$.

◇ **10.2.3.** Des régions de champs uniformes, l'un magnétique et l'autre électrique, sont séparées par une frontière qui est un plan. Le



Pour le problème 10.2.3



Pour le problème 10.2.5

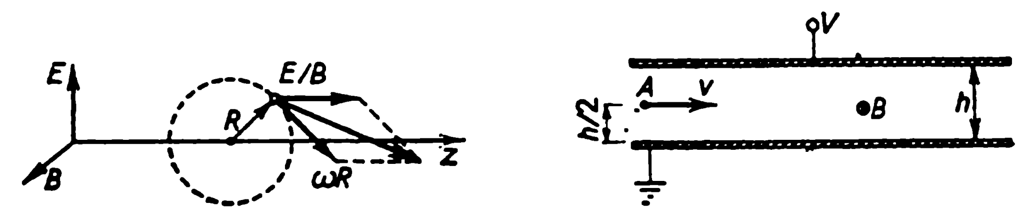
champ magnétique d'induction B est parallèle au plan de séparation. Le champ électrique d'intensité E lui est perpendiculaire. Une particule de masse m portant une charge q est placée dans ce champ électrique à une distance l de la frontière. Dessiner la trajectoire de cette particule. Trouver sa vitesse de dérive le long de la frontière de séparation des champs, qui est perméable pour elle.

10.2.4. Des champs, l'un électrique et l'autre magnétique, orthogonaux sont dits croisés. Quelle vitesse initiale doit avoir une particule chargée dans une direction perpendiculaire aux deux champs pour que son mouvement dans les champs croisés reste rectiligne? L'intensité du champ électrique est E, l'induction du champ magnétique B.

◇ **10.2.5.** Dans des champs croisés, l'un électrique E et l'autre magnétique B, une particule exécute un mouvement de dérive à travers les deux champs. A quoi est égale la vitesse de dérive de la particule?

10.2.6. A quoi est égale la vitesse de dérive d'une particule chargée qui se déplace à travers des champs électrique et magnétique, si l'angle entre E et B est égal à α?

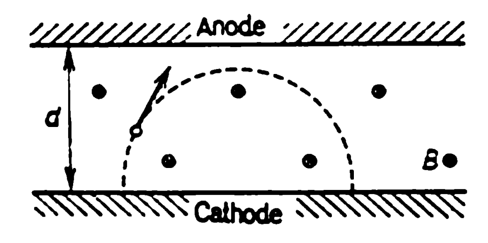
◇ **10.2.7.** Démontrer qu'une particule chargée qui se trouve dans des champs croisés, l'un électrique et l'autre magnétique, tourne à une vitesse $\omega = qB/m$ autour du centre qui se déplace à une vitesse



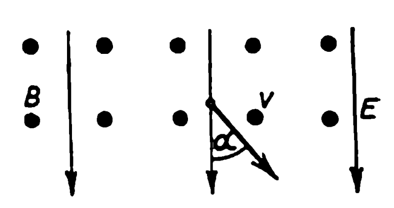
Pour le problème 10.2.7 Pour le problème 10.2.8

de dérive (la vitesse de la particule est donc égale, à tout instant, à la somme vectorielle de la vitesse linéaire de rotation autour du centre instantané et de la vitesse de dérive).

◇ **10.2.8.** Un condensateur plan est placé dans un champ magnétique uniforme d'induction B qui est parallèle à ses lames. Des élec-



Pour le problème 10.2.9



Pour le problème 10.2.10

trons sont émis d'un point A dans la direction normale à ce champ magnétique. La tension appliquée aux lames est égale à V. A quelle condition les électrons passeront-ils à travers le condensateur?

◇ **10.2.9.** Une anode et une cathode planes distantes l'une de l'autre de d se trouvent sous haute tension. Le système se trouve dans un champ magnétique d'induction B qui est parallèle au plan des électrodes. Déterminer à quelle tension les électrons atteignent l'anode. Trouver cette tension si $B = 0{,}1$ T, $d = 2$ cm.

◇ **10.2.10.** Un électron se déplace à une vitesse v à travers un champ magnétique uniforme d'induction B. On branche un champ électrique d'intensité E qui est normal au champ magnétique et dirigé sous un angle α par rapport à la vitesse de l'électron. Déterminer le mouvement ultérieur de cet électron.

10.2.11. Trouver la vitesse de dérive d'une particule portant une charge q dans un champ magnétique d'induction B et un champ créé par une force constante F, qui sont orthogonaux.

10.2.12. Trouver la vitesse de dérive d'un électron et d'un proton qui se déplacent dans le champ de pesanteur et le champ magnétique terrestre dont l'induction est égale à $0{,}7 \cdot 10^{-4}$ T. Le champ magnétique est normal au champ de pesanteur.

CHAPITRE 11

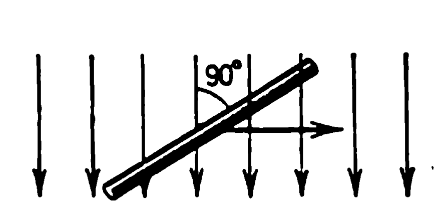
INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

§ 11.1. Mouvement de conducteurs dans un champ magnétique constant. Moteurs électriques

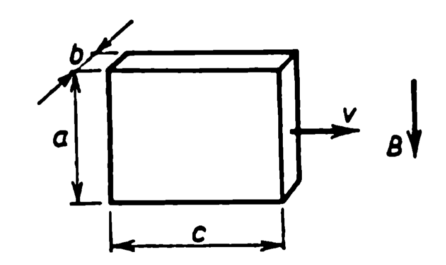
11.1.1. Entre quelles parties d'un avion apparaît la tension maximale d'un champ électrique due à son mouvement dans le champ magnétique de la Terre ?

◇ **11.1.2.** Un fil droit long de 0,3 m se déplace à une vitesse de 1 m/s à travers un champ magnétique d'une induction de 0,1 T. A quoi est égale la tension du champ électrique entre les extrémités du conducteur ?

◇ **11.1.3.** Une barre métallique, dont les dimensions sont $a \times b \times c$ ($b \ll a$, c), se déplace à une vitesse v dans un champ magnétique



Pour le problème 11.1.2



Pour le problème 11.1.3

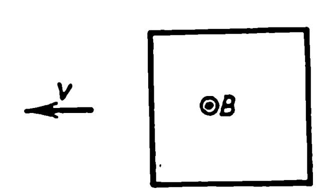
d'induction B, comme l'indique le dessin. Trouver la différence de potentiel entre les faces latérales de la barre et la densité de charge superficielle sur ces faces.

11.1.4*. Supposons qu'un atome peut être considéré comme une sphère de rayon r portant une charge négative uniformément distribuée, et qu'au centre de cette sphère se trouve un noyau ponctuel à charge positive Ze. Trouver à quelle vitesse peut se déplacer, sans se désintégrer, un tel atome à travers un champ magnétique d'induction B.

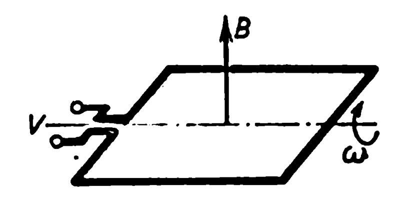
11.1.5*. Des ions hydrogène négatifs H^- accélérés par un champ électrique pénètrent dans un champ magnétique transversal dont l'induction est de 40 T. Evaluer à quelle différence de potentiel qui accélère ces ions ils ne sont pas encore détruits par le champ magnétique. L'énergie de liaison d'un électron périphérique dans un ion hydrogène négatif est de 0,72 eV $\approx 9\cdot10^{-13}$ J.

◇ **11.1.6.** L'induction magnétique B est normale au plan d'un cadre carré en fil. Trouver la distribution de l'intensité d'un champ électrique le long du fil du cadre si ce dernier se déplace à travers le champ à une vitesse constante v.

◇ **11.1.7.** L'induction d'un champ magnétique constant est mesurée à l'aide d'un cadre carré dont les dimensions sont $a \times a$ et qui tourne à une vitesse angulaire ω. Son axe de rotation est perpendiculaire



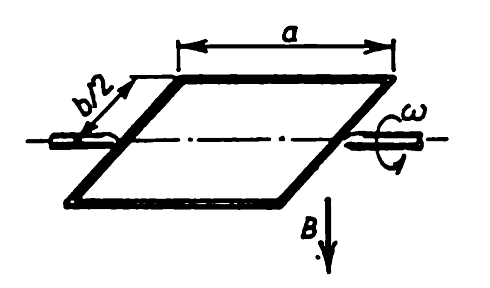
Pour le problème 11.1.6



Pour le problème 11.1.7

à la direction du champ magnétique. L'amplitude de la tension électrique prélevée sur le cadre est égale à V. Trouver l'induction du champ magnétique [1]).

◇ **11.1.8.** Un cadre rectangulaire dont les dimensions sont $a \times b$ est placé dans un champ magnétique d'induction B, le plan du cadre



Pour le problème 11.1.8

étant perpendiculaire, à l'instant initial, aux lignes de champ. Le cadre tourne à une vitesse angulaire ω.

a. Construire le graphique de variation du courant circulant dans le cadre en fonction du temps. La résistance du cadre est R.

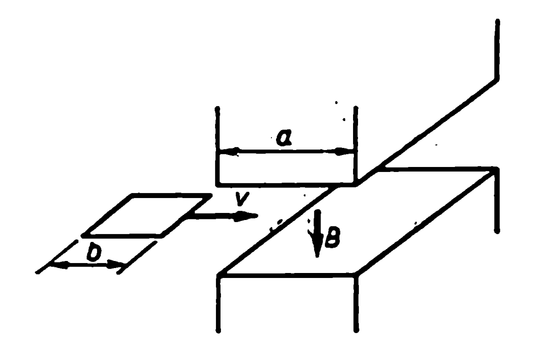
b. Comment s'exprime, en fonction du temps, le moment des forces nécessaire pour maintenir constante la vitesse de rotation du cadre?

◇ **11.1.9.** Une spire de fil carrée fermée dont le côté a une longueur b et dont la résistance de l'unité de longueur est ρ, passe à une vitesse constante v par l'entrefer d'un électro-aimant. Le champ magnétique existant dans l'entrefer est uniforme, son induction est égale à B. En admettant qu'en dehors de cet entrefer le champ est nul, déterminer l'énergie transformée en chaleur pour les cas où l'étendue de

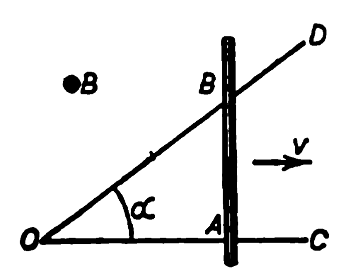
---
[1]) Dans les §§ 11.1, 11.2 on négligera l'induction du champ magnétique créé par le courant circulant dans les fils.

l'entrefer a dans la direction du mouvement de la spire est inférieure à b et supérieure à b et dans la direction perpendiculaire, supérieure à b.

◇ **11.1.10*.** Une tige métallique AB, dont la résistance de l'unité de longueur est ρ, se déplace à une vitesse constante v perpendiculaire à AB en fermant deux conducteurs parfaits OC et OD qui for-




Pour le problème 11.1.9

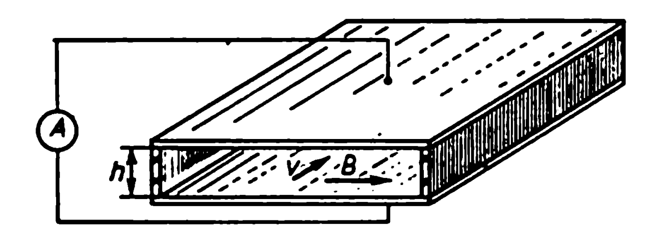


Pour le problème 11.1.10

ment l'un avec l'autre un angle α. La longueur OC est égale à l et $AB \perp OC$. Tout le système se trouve dans un champ magnétique uniforme constant d'induction B qui est perpendiculaire au plan du système. Trouver la quantité de chaleur totale qui se dégage dans le circuit pendant que la tige se déplace du point O au point C.

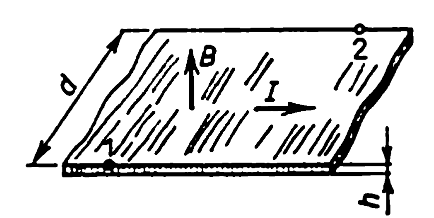
11.1.11. Dans un roman de science-fiction est proposé un projet de centrale électrique qui utilise l'énergie des courants maritimes et le champ magnétique de la Terre. On plonge dans l'océan deux plaques métalliques horizontales de surface $S = 1$ km² qui sont disposées à une distance $L = 100$ m l'une au-dessus de l'autre. L'eau de mer de résistivité $\rho = 0{,}25$ ohm·m coule d'est en ouest à une vitesse $v = 1$ m/s. A cet endroit le champ magnétique de la Terre est uniforme, dirigé du sud au nord et l'induction de ce champ $B = 10^{-4}$ T. Une tension apparaît donc entre deux plaques et si on les réunit par des fils à une charge extérieure il s'y dégagera de la puissance. Déterminer la puissance maximale qu'on peut obtenir de cette façon.

◇ **11.1.12*.** Dans un générateur magnétodynamique, entre des électrodes planes parallèles distantes de $h = 10$ cm l'une de l'autre

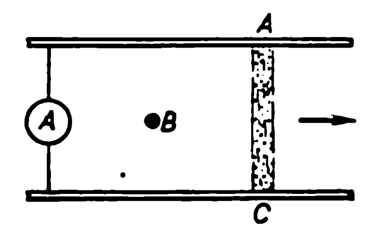


Pour le problème 11.1.12

on voit se déplacer un gaz incandescent dont la conductivité est proportionnelle à la masse volumique. La surface de chaque électrode $S = 1\ m^2$. Le champ magnétique du générateur est parallèle aux plaques et perpendiculaire au courant du gaz et son induction est




Pour le problème 11.1.13



Pour le problème 11.1.14

$B = 1$ T. A l'entrée du générateur la vitesse du gaz $v = 2000$ m/s, sa conductivité $\lambda = 50$ S/m. Déterminer le courant maximal et la tension maximale du générateur.

◇ **11.1.13.** Une bande conductrice de largeur d est parcourue par un courant I. Elle se trouve dans un champ magnétique d'induction B. La direction de ce champ est normale à son plan. Trouver la différence de potentiel entre les points *1* et *2* de la bande si son épaisseur est égale à h et la densité volumique de charge des porteurs de courant y est égale à ρ.

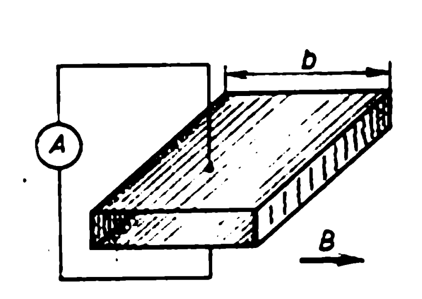
◇ **11.1.14.** a. Un accélérateur de plasma se compose de deux conducteurs massifs parallèles (rails) situés dans un plan perpendiculaire à un champ magnétique d'induction B. Une décharge électrique est initiée entre les points A et C dans de l'hydrogène. Le courant I, dans la décharge, est maintenu constant. Sous l'action du champ magnétique la région de décharge (amas de plasma) se déplace en prenant de la vitesse vers les extrémités des rails et s'en détache. A quoi est égale la vitesse de l'amas de plasma si sa masse est m? La distance entre les rails est l. La longueur de la portion où le plasma est accéléré est égale à L.

b. Résoudre le problème pour le cas où $B = 1$ T, $l = 0{,}1$ m, $L = 1$ m, $I = 10$ A; l'amas de plasma contient 10^{13} ions hydrogène.

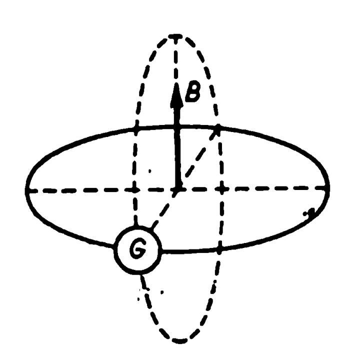
◇ **11.1.15.** Un gaz de masse volumique ρ se trouve dans un tube de section rectangulaire $a \times b$. Les parois verticales du tube sont des isolants et les parois horizontales des électrodes. Une décharge est initiée à l'une des extrémités du tube, après quoi le courant I est maintenu constant. La région de combustion de la décharge est poussée par des forces magnétiques à l'intérieur du tube en « ramassant » le gaz se trouvant devant elle. Déterminer la vitesse uniforme d'un « bouchon » de plasma en admettant qu'elle soit toujours supérieure à la vitesse du son dans le gaz. Le champ magnétique d'induction B est normal aux parois verticales du tube.

11.1.16. Un mince anneau conducteur est placé dans un champ magnétique B qui est normal au plan de l'anneau. Le rayon de l'anneau augmente à une vitesse constante v. Déterminer la variation du courant qui circule dans l'anneau en fonction du temps si à l'instant initial la résistance de l'anneau est R_0 et son rayon r_0. La masse volumique et la conductivité du matériau dont est fait cet anneau ne varient pas à la traction.

◇ **11.1.17.** Une spire d'aire S est disposée normalement à un champ magnétique d'induction B. Elle est fermée au moyen d'un galvano-



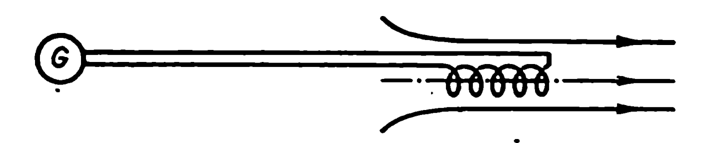
Pour le problème 11.1.15



Pour le problème 11.1.17

mètre sur une résistance R. Quelle charge passe à travers ce galvanomètre si la spire est mise parallèlement au champ?

◇ **11.1.18*.** La bobine d'un capteur de champ magnétique est fabriquée avec un fil de cuivre de 0,2 mm de diamètre. Le rayon de la bobine est de 1 cm. Sa résistivité est de $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ ohm·m. Le capteur



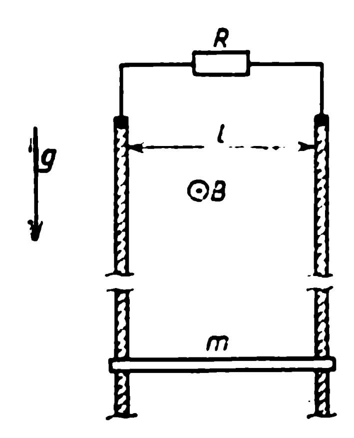
Pour le problème 11.1.18

détermine l'induction du champ magnétique d'après la charge qui passe à travers la bobine fermée sur le galvanomètre lorsqu'elle est introduite dans le champ magnétique de façon que l'axe de cette bobine coïncide avec la direction du champ. Déterminer l'induction du champ magnétique si une charge de 10^{-4} C passe à travers le galvanomètre lorsque la bobine est introduite dans le champ.

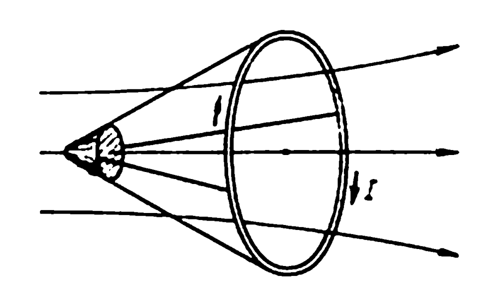
◇ **11.1.19.** Dans un champ magnétique uniforme d'induction B se trouvent deux crémaillères verticales disposées dans un plan perpendiculaire aux lignes de champ. Un conducteur de masse m peut glisser sur ces crémaillères séparées par une distance l l'une de l'autre. Déterminer la vitesse uniforme de ce conducteur si les extrémités supérieures des crémaillères sont fermées sur une résistance R. En

quels types d'énergie se transforme le travail effectué par la force de pesanteur?

11.1.20*. Dans le problème 11.1.19, déterminer la variation de la vitesse du conducteur en fonction du temps pour une vitesse




Pour le problème 11.1.19



Pour le problème 11.1.21

initiale nulle dans le cas où les extrémités supérieures des crémaillères sont fermées: a) sur la résistance R; b) sur la capacité C.

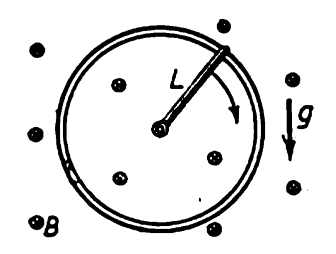
◇ **11.1.21.** Dans un champ magnétique à symétrie axiale un corps peut être accéléré en maintenant dans une spire liée à lui et orientée perpendiculairement à l'axe de symétrie du champ un courant continu I. Démontrer que l'accroissement de l'énergie cinétique du corps avec la spire est proportionnel à l'accroissement du flux magnétique à travers la spire et trouver le coefficient de proportionnalité.

11.1.22*. Un anneau de rayon a et de masse m tombe d'une grande hauteur dans un champ magnétique. La résistance de l'anneau est R. Le plan de l'anneau est toujours horizontal. Trouver la vitesse de chute uniforme de l'anneau si la composante verticale de l'induction du champ magnétique varie avec la hauteur selon la loi $B = B_0(1 + \alpha h)$.

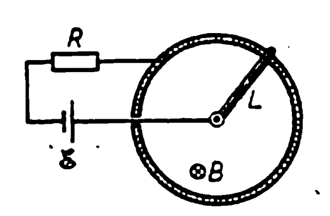
◇ **11.1.23*.** Un anneau métallique est placé verticalement dans un champ de pesanteur. Une tige métallique de longueur L et de masse m est articulée au centre de l'anneau et le touche par son autre extrémité. Un champ magnétique uniforme d'induction B est normal au plan de cet anneau. D'après quelle loi faut-il faire varier le courant circulant dans la tige pour que celle-ci tourne uniformément à une vitesse angulaire ω si à l'instant initial elle se trouvait dans la position supérieure? On négligera les frottements.

◇ **11.1.24.** Le dessin représente le modèle d'un moteur à courant continu. La f.é.m. de la batterie est $\mathscr{E}$, l'induction du champ magnétique B, la résistance du circuit R, la longueur de la barre de connexion L.

a. Déterminer la vitesse angulaire uniforme de la barre et le courant passant dans le circuit si la force de frottement dans le contact mobile est F.



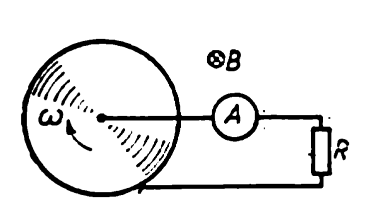
Pour le problème 11.1.23



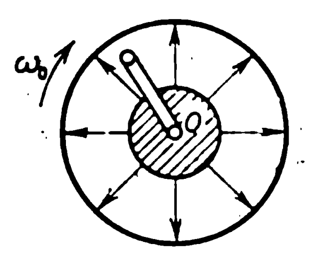
Pour le problème 11.1.24

b*. Exprimer la vitesse angulaire de la barre en fonction du temps si sa vitesse initiale est nulle et que l'on néglige les frottements.

◇ **11.1.25*.** Un disque conducteur tourne à une vitesse angulaire ω dans un champ magnétique uniforme d'induction B qui est normal



Pour le problème 11.1.25



Pour le problème 11.1.26

au plan du disque. Qu'indique un ampèremètre qui est branché par l'intermédiaire d'une résistance R? Trouver le courant si $R = 1$ ohm, le rayon du disque $r = 0{,}05$ m, $\omega = 2\pi \cdot 50$ rad/s, $B = 1$ T.

◇ **11.1.26*.** Un cadre de forme carrée en fil dont les dimensions sont $a \times a$ est articulé par un côté sur un axe O. Autour de cet axe tourne, à une vitesse angulaire ω_0, un aimant qui crée dans la région où se trouve ce cadre un champ magnétique radial. Déterminer la vitesse angulaire du cadre si la résistance d'une unité de sa longueur est ρ, le moment de la force de frottement M et l'induction du champ magnétique près du bord libre du cadre B.

11.1.27. Pourquoi un moteur électrique peut-il brûler si l'on arrête son rotor?

11.1.28. La fréquence du rotor d'un moteur électrique à courant continu branché dans le circuit d'une batterie d'une f.é.m. de 24 V, la résistance totale du circuit étant de 20 ohms, est égale à 600 mn^{-1} si le courant passant dans le circuit est égal à 0,2 A. Quelle f.é.m. développe ce même moteur en fonctionnant comme dynamo à une fréquence de 1200 mn^{-1}?

11.1.29. Quelle fréquence développe un moteur électrique à courant continu avec un aimant permanent qui est branché dans un circuit à f.é.m. $\mathscr{E}$, la résistance totale du circuit étant R, si, en travaillant comme dynamo, il développe une f.é.m. $\mathscr{E}_0$ à une fréquence f_0? Le moment de la force de frottement sur l'axe du moteur est égal à M.

11.1.30. Quelle f.é.m. développe une dynamo à courant continu si, la résistance du circuit étant de 300 ohms, une puissance de 50 W est dépensée pour la rotation du rotor et si les pertes par frottement font 4 % en puissance? Quelle puissance faut-il dépenser pour maintenir la même fréquence si la résistance du circuit est de 60 ohms?

11.1.31*. Les induits de deux moteurs électriques identiques à courant continu sont coaxiaux et rigidement liés l'un à l'autre. Des sources de courant identiques à f.é.m. $\mathscr{E}$ sont connectées aux enroulements des induits. La vitesse angulaire de rotation des induits sans charge est alors égale à ω_0. Si les moteurs sont freinés, le courant circulant dans les induits sera égal à I_0. Une des sources est commutée de façon que les moments de rotation des moteurs deviennent opposés. Quel moment faut-il appliquer aux induits liés pour qu'ils tournent à une vitesse angulaire donnée ω? Le frottement dans les moteurs a une valeur négligeable; le champ magnétique du stator est créé par un aimant permanent.

11.1.32*. Une des extrémités du fil d'une ligne de tramway se trouve sous une tension continue V par rapport à la terre. A quelle distance de cette extrémité de la ligne se trouve un tramway muni de deux moteurs identiques et à quelle vitesse se déplace-t-il si, pour le couplage de ses moteurs en série, le courant dans la ligne est égal à I_1 et pour leur couplage en parallèle, à I_2, la vitesse du tramway ne variant pas à la suite d'une telle commutation? La force de frottement est F, la résistance de l'unité de longueur du fil ρ, la résistance de l'enroulement de chaque moteur R.

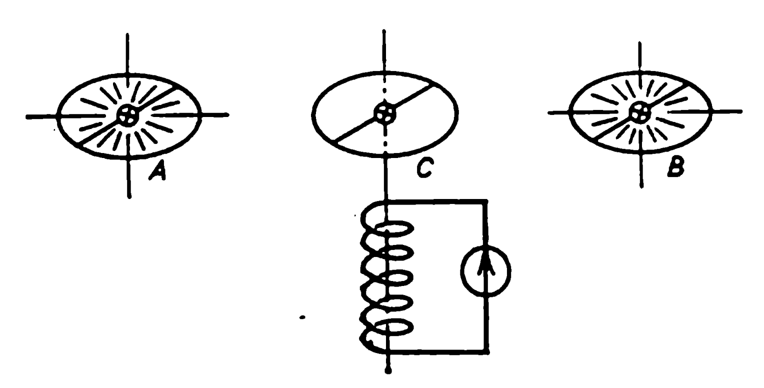
§ 11.2. Champ électrique rotationnel

11.2.1. A quoi était égal le flux magnétique à travers une surface limitée par un circuit fermé si lors de la diminution régulière de ce flux au cours de 1 s jusqu'à zéro on voit apparaître dans le circuit une f.é.m. d'induction de 1 V? de 100 V? de 1 CGS?

11.2.2. L'induction d'un champ magnétique uniforme à l'intérieur d'un cylindre de rayon $r = 0{,}1$ m croît linéairement avec le temps: $B = \alpha t$ (le coefficient $\alpha = 10^{-3}$ T/s). Le champ magnétique est dirigé le long de l'axe du cylindre. A quoi est égale l'intensité du champ électrique rotationnel à une distance $l = 0{,}2$ m de l'axe de ce cylindre?

◇ **11.2.3.** Un anneau conducteur, ayant sur son diamètre une barre de connexion avec une lampe électrique, est déplacé dans le champ

magnétique d'un solénoïde parcouru par un courant de façon que le plan de l'anneau soit normal à l'axe de ce solénoïde et que la barre avec la lampe soit perpendiculaire à la direction de la vitesse

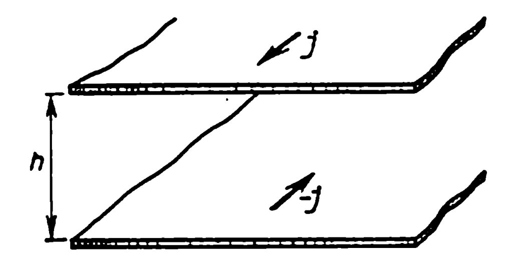


Pour le problème 11.2.3

du mouvement de cet anneau. Dans les positions A et B de ce dernier la lampe est allumée et elle s'éteint dans la position C. Expliquer l'effet observé.

11.2.4. L'induction du champ magnétique à l'intérieur d'un cylindre d'un rayon de 8 cm croît avec le temps selon la loi $B = \alpha t^2$ (le coefficient $\alpha = 10^{-4}$ T/s²). Le champ magnétique est dirigé le long de l'axe du cylindre. A quoi est égale l'intensité d'un champ électrique rotationnel à une distance $l = 0{,}1$ m de l'axe du cylindre à la date $t_1 = 1$ s? $t_2 = 4$ s?

◊ **11.2.5.** Deux plans infinis parallèles sont parcourus par des courants de même module et de sens opposé. La densité linéique de ces



Pour le problème . :

courants varie selon la loi $j = \alpha t$. Trouver la distribution de l'intensité d'un champ électrique rotationnel créé entre ces plans.

11.2.6. Un solénoïde de longueur $l_0 = 20$ cm et de rayon $r =$ $= 2$ cm est parcouru par un courant sinusoïdal $I = I_0 \sin(2\pi\nu t)$, où $I_0 = 10$ A, $\nu = 50$ Hz. Le nombre de spires dans ce solénoïde $n_0 = 200$. Trouver la distribution de l'intensité d'un champ électrique rotationnel créé à l'intérieur du solénoïde. Quelle est l'amplitude de la tension que crée ce champ dans la bobine de longueur

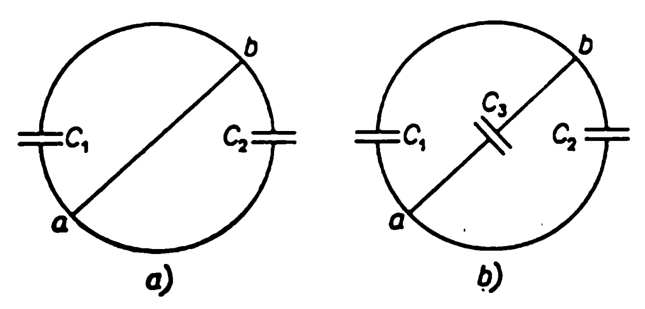
$l = 5$ cm et de rayon $r = 1$ cm placée à l'intérieur du solénoïde le long de son axe? Le nombre de spires dans cette bobine $n = 100$.

11.2.7. Le taux de variation du flux magnétique à travers une surface limitée par un circuit fermé est égal à φ.

a. Déterminer la charge sur un condensateur de capacité C qui est inséré dans ce circuit.

b. Deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 sont insérés dans le circuit. Déterminer la charge que portent les armatures de ces deux condensateurs.

◇ **11.2.8.** a. Deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 sont insérés dans un circuit ayant la forme d'un cercle et se trouvant dans un

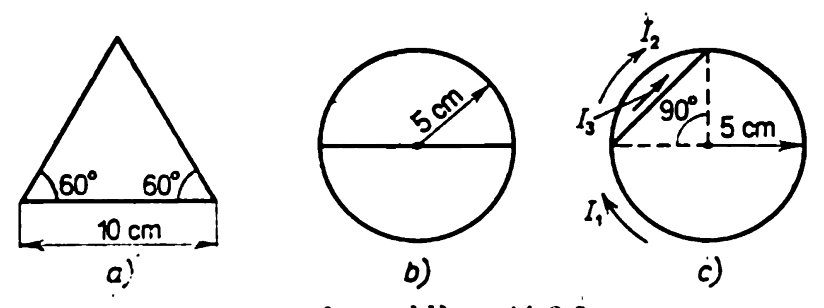


Pour le problème 11.2.8

champ magnétique uniforme. Le circuit est relié suivant son diamètre par une barre, le conducteur ab. Déterminer la charge que portent les armatures des condensateurs si le taux de variation du flux magnétique à travers le circuit est égal à φ.

b*. A quoi serait égale la charge sur les armatures d'un condensateur supplémentaire de capacité C_3 branché comme l'indique le dessin?

◇ **11.2.9.** Le dessin représente des figures planes faites avec un fil dont la résistance de l'unité de longueur est égale à 1 ohm/m. Déterminer les courants circulant dans ces figures si elles sont placées dans un champ magnétique uniforme qui varie dans le temps. Le taux de variation du flux magnétique à travers l'unité de surface est de 0,1 Wb/(m²·s).

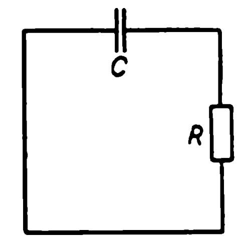


Pour le problème 11.2.9

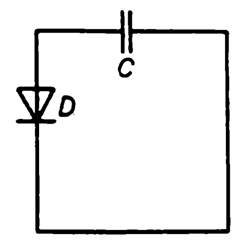
◇ **11.2.10.** Un circuit électrique comprend une résistance R et un condensateur non chargé de capacité C.

a. Démontrer qu'au cours de l'apparition et de la disparition d'un flux magnétique à travers ce circuit la charge sur le condensateur ne dépasse pas la valeur $\Phi T/(CR^2)$, où T est le temps d'existence de ce flux magnétique, Φ sa valeur maximale.

b*. Pour déterminer le courant continu I qui passe dans le circuit au cours d'un temps T, en présence, dans cet intervalle de temps,



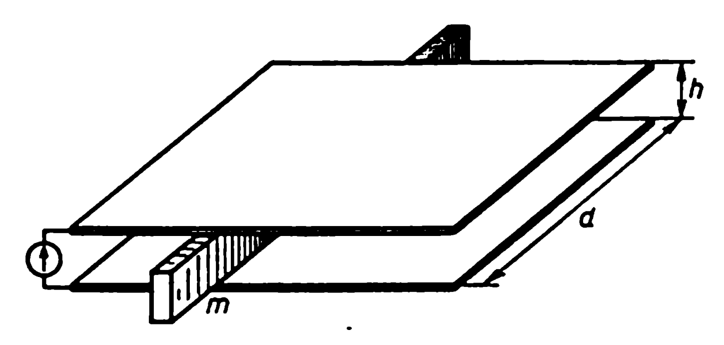

Pour le problème 11.2.10



Pour le problème 11.2.11

d'un courant alternatif dû à une induction électromagnétique, on mesure le potentiel V de la capacité après la disparition de tous les courants et on évalue le courant continu d'après la formule $I = CV/T$. Déterminer l'erreur maximale de cette évaluation dans le cas où l'amplitude du courant alternatif est k fois plus grande que I.

◇ **11.2.11.** Un circuit électrique comprend un condensateur de capacité $C = 0{,}01$ μF et une diode D dont la résistance dans le sens



Pour le problème 11.2.12

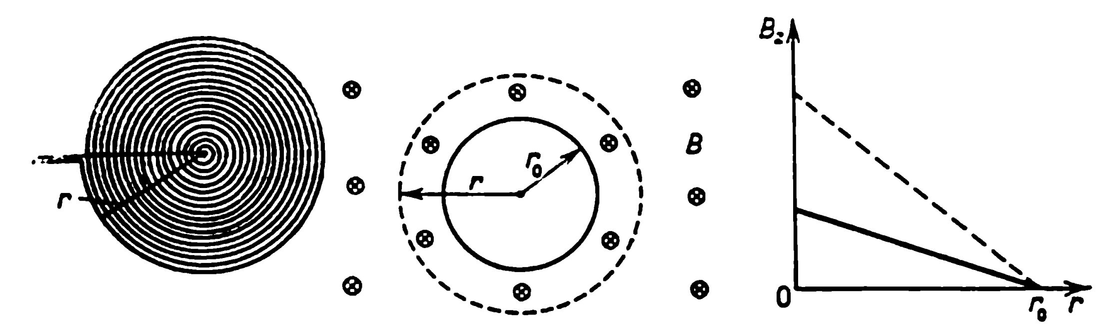
direct est $R = 100$ ohms et infinie dans le sens inverse. Après l'apparition de courte durée d'un champ magnétique à l'intérieur du circuit le condensateur devient porté au potentiel $V=0{,}5$ V. Déterminer le flux maximal d'induction magnétique qui passait à travers ce circuit.

◇ **11.2.12.** Un canon électromagnétique se compose de deux longues plaques qui sont court-circuitées par une barre métallique transversale de masse m ayant des contacts glissants avec ces plaques. La distance entre les plaques est h. Leur largeur d est inférieure à la longueur de la barre mais notablement supérieure à h.

a. Comment doit varier dans le temps la tension appliquée aux plaques du côté gauche pour que la barre se déplace à droite avec une accélération constante a? avec une accélération bt^2?

b. Comment doit varier la tension appliquée à des plaques de 10 cm de largeur et séparées par une distance de 1 cm pour, sur une longueur de 1 m, accélérer une barre pesant 10 g jusqu'à la première vitesse cosmique, son accélération étant uniforme? Son accélération étant proportionnelle au carré du temps?

◇ **11.2.13*.** Une spirale plane à très grand nombre de spires n et de rayon extérieur r se trouve dans un champ magnétique uniforme



Pour le problème 11.2.13 Pour le problème 11.2.15 Pour le problème 11.2.17

dont l'induction est perpendiculaire au plan de cette spirale et varie selon la loi $B = B_0 \cos \omega t$. Trouver la f.é.m. d'induction dans la spirale. La distance entre les spires est la même.

11.2.14*. Une charge q est uniformément distribuée sur un anneau non conducteur de masse m et de rayon r. Cet anneau peut tourner librement autour de son axe. A une date initiale il est au repos. Dans la région centrale de l'anneau de rayon $l < r$ il y a un champ magnétique normal au plan de l'anneau et dont l'induction diminue régulièrement jusqu'à zéro. Quelle vitesse angulaire acquiert l'anneau au moment où ce champ disparaît? Le résultat change-t-il si l'induction B diminue jusqu'à zéro de façon irrégulière? On négligera l'induction du champ magnétique créé par l'anneau tournant.

◇ **11.2.15*.** En dehors d'un cylindre de rayon r_0 l'induction d'un champ magnétique uniforme croît linéairement dans le temps: $B = \alpha t$. Comment doit varier dans le temps l'induction du champ magnétique uniforme qui est créé à l'intérieur du cylindre pour qu'un électron se déplace sur un cercle de rayon $r > r_0$? Pour $t = 0$ l'électron est au repos.

11.2.16*. Un électron se déplace dans un champ magnétique uniforme en décrivant un cercle de rayon déterminé. Le rayon de courbure de la trajectoire de l'électron augmente-t-il ou diminue-t-il lorsque l'induction du champ magnétique croît lentement?

◇ **11.2.17*.** L'induction d'un champ magnétique est dirigée le long de l'axe des z et dépend de la distance à cet axe, comme l'indi-

que le dessin. A quelle distance de l'axe des z gravite un électron qui reste en orbite lorsque le champ croît ? De combien de fois augmente l'énergie de cet électron lorsque l'induction du champ augmente de dix fois ? Comment se déplaceront, lors de l'accroissement du champ, les électrons qui décrivaient dans leur mouvement d'autres orbites circulaires ?

11.2.18*. Une charge, dont la densité superficielle est σ, est uniformément distribuée à la surface d'un long cylindre non conducteur plein de rayon r. Un champ magnétique uniforme extérieur d'induction B est dirigé le long de l'axe de ce cylindre. Déterminer la vitesse angulaire de rotation du cylindre après l'annulation du champ extérieur. La masse volumique du matériau dont le cylindre est fait est ρ.

11.2.19*. En accélérant des charges on voit apparaître des champs électriques rotationnels dont l'intensité, à condition de négliger le rayonnement, est proportionnelle à l'accélération. C'est pourquoi la charge qui se déplace avec une accélération $\boldsymbol{a}$ est soumise à l'action d'une force $\boldsymbol{F} = m_{\text{m.e}}\, \boldsymbol{a}$ exercée par ces champs électriques. Le coefficient de proportionnalité $m_{\text{m.e}}$ peut être appelé masse électromagnétique de la charge.

a. De combien de fois la masse électromagnétique d'un électron de conduction, qui se déplace dans un long solénoïde de 0,1 m de rayon et dont le nombre de spires est de 10^3 m^{-1} par unité de longueur, est-elle plus grande que la masse d'un électron libre ? La section du fil du solénoïde est de 1 mm^2, le nombre des électrons de conduction par unité de volume du matériau dont est fait ce solénoïde est de 10^{23} cm^{-3}.

b. Quels paramètres doit avoir le solénoïde pour que la masse électromagnétique d'un électron y soit égale à la masse d'un électron libre ? Le nombre des électrons de conduction dans l'unité de volume du matériau dont est fait ce solénoïde est de 10^{23} cm^{-3}.

11.2.20*. Déterminer la masse électromagnétique d'un condensateur plan de capacité C porté à un potentiel V s'il est animé d'un mouvement uniformément accéléré le long de ses lames.

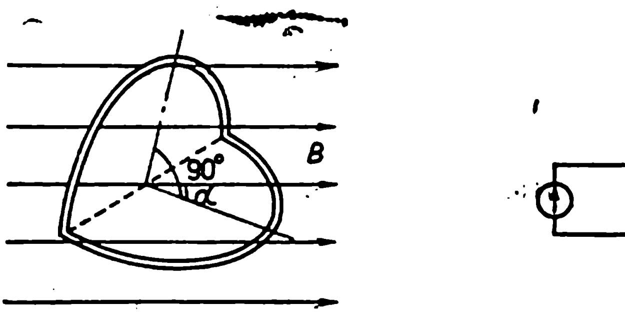
11.2.21*. Des expériences avec des faisceaux électron-électron croisés ont montré que la charge d'un électron est distribuée dans la région dont les dimensions sont inférieures à 10^{-18} m. Evaluer la limite supérieure de la masse électromagnétique de l'électron.

§ 11.3. Inductance mutuelle. Inductance de conducteurs. Transformateurs

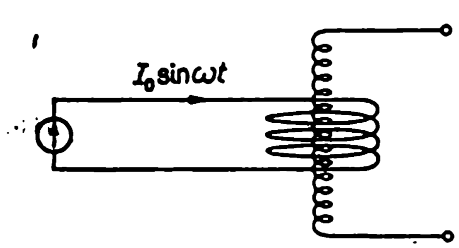
11.3.1. A l'intérieur d'un long solénoïde parcouru par un courant I se trouve un circuit fermé plan de section S, dont le plan fait un angle α avec l'axe du solénoïde. Le nombre de spires par unité de

longueur du solénoïde est n. Déterminer le flux magnétique à travers ce circuit et l'inductance mutuelle du circuit et du solénoïde.

◇ **11.3.2.** Une spire de rayon r est pliée suivant son diamètre sous un angle droit et placée à l'intérieur d'un long solénoïde de façon que l'un des deux plans forme avec l'axe du solénoïde un angle α



Pour le problème 11.3.2



Pour le problème 11.3.4

et l'autre un angle $\pi/2 - \alpha$. Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde est n. A quoi est égale l'inductance mutuelle de la spire pliée et du solénoïde?

11.3.3. Un solénoïde de rayon r est disposé à l'intérieur d'un long solénoïde coaxial au premier. Le nombre de spires du solénoïde intérieur est N. Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde extérieur est n. A quoi est égale l'inductance mutuelle de ces solénoïdes?

◇ **11.3.4*.** Un court solénoïde de rayon R est disposé autour d'un long solénoïde de rayon r. Les axes des deux solénoïdes coïncident. Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde long est n, le nombre de spires du solénoïde court N. Le solénoïde court est parcouru par un courant $I = I_0 \sin \omega t$. Déterminer la tension aux extrémités du solénoïde long.

11.3.5. a. A quoi est égale l'inductance d'un solénoïde de rayon r et de longueur $l \gg r$? Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde est n.

b*. Trouver la formule de l'inductance d'un solénoïde sans négliger l'influence qu'exerce sur l'inductance la masse de l'électron m_e. La section du fil du solénoïde est S, le nombre d'électrons de conduction dans l'unité de volume du conducteur n_e. Peut-on négliger cette influence sur l'inductance des bobines utilisées en radiotechnique?

11.3.6*. Le rayon intérieur de l'enroulement d'un long solénoïde $r_1 = 0{,}05$ m, son rayon extérieur $r_2 = 0{,}1$ m, le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde $n = 10\,000$. Déterminer l'inductance d'une unité de longueur du solénoïde.

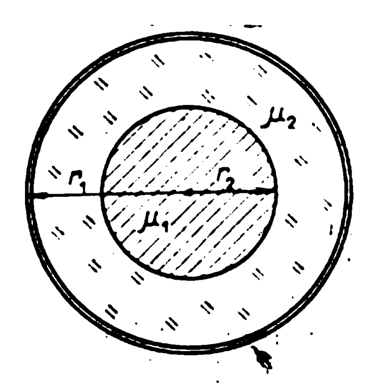
11.3.7. Le volume d'un long solénoïde à parois minces $v = 10$ l, son inductance $L = 0{,}01$ H. Une tension $V = 10$ V est appliquée aux bornes du solénoïde. Au bout de combien de temps après l'amenée

de cette tension l'induction d'un champ magnétique créé dans le solénoïde devient-elle égale à $B = 0,1$ T?

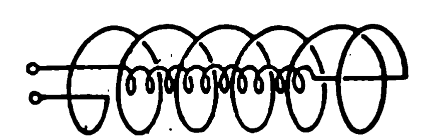
11.3.8. Déterminer l'inductance d'une unité de longueur d'une ligne à deux fils qui se compose de deux minces barres planes de largeur $d = 0,1$ m situées à une distance $h = 5$ mm l'une de l'autre. Les barres de la ligne sont parcourues par des courants de même module mais de sens opposé.

11.3.9*. Une ligne à deux fils se compose de deux enveloppes cylindriques minces coaxiales de rayons r_1 et r_2 $(r_1 < r_2)$. L'espace entre elles est rempli par une substance de perméabilité magnétique μ. Trouver l'inductance de la ligne par unité de longueur. Les enveloppes sont parcourues par des courants égaux en module mais de sens opposé.

◇ **11.3.10*.** Sur l'axe d'une mince enveloppe conductrice cylindrique de rayon r_1 se trouve disposé un fil de rayon r_2 dont la perméabilité magnétique est μ_1. L'espace entre eux est rempli par une substance dont la perméabilité magnétique est μ_2. Trouver l'inductance de la ligne par unité de longueur. Le courant circulant dans le fil est uniformément distribué sur la section, égal en module mais de sens opposé au courant circulant dans l'enveloppe cylindrique.



Pour le problème 11.3.10



Pour le problème 11.3.13

11.3.11*. Trouver l'inductance par unité de longueur d'une ligne à deux fils. La ligne se compose de deux fils droits parallèles de rayon r, la distance entre les lignes axiales de ces fils $h \gg r$. Les fils sont parcourus par des courants égaux en module mais de sens opposé. Le champ magnétique à l'intérieur des fils est nul.

11.3.12. Toutes les dimensions d'un conducteur sont augmentées de k fois. De combien de fois varie l'inductance du conducteur ?

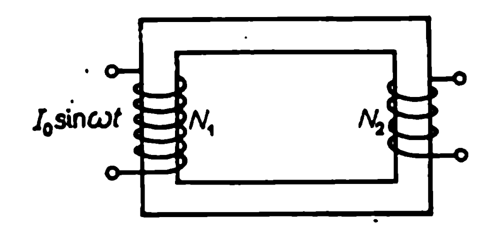
◇ **11.3.13.** A quoi est égale l'inductance de deux solénoïdes longs de rayons r_1 et r_2 et reliés comme l'indique le dessin? Le solénoïde intérieur est de longueur l_1 et le solénoïde extérieur de longueur l_2. Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde intérieur est n_1 et celui du solénoïde extérieur n_2. Considérer le cas où les

courants circulant dans les spires des deux solénoïdes sont de même sens et celui où ils sont de sens opposés.

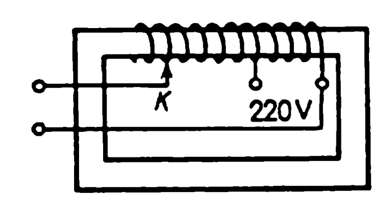
11.3.14. Un circuit se compose de deux bobines d'inductances L_1 et L_2 mises en série. L'inductance mutuelle des bobines est $L_{1\,2}$. Trouver l'inductance totale du circuit.

11.3.15*. Deux bobines sont enroulées sur un seul noyau. Les inductances de chacune des bobines prises séparément sont respectivement L_1 et L_2. A quoi est égale leur inductance mutuelle? On négligera la diffusion du champ magnétique.

◇ **11.3.16*.** L'enroulement primaire d'un transformateur est parcouru par un courant $I = I_0 \sin \omega t$. Le flux magnétique créé par ce courant passe presque complètement à travers le noyau de fer du




Pour le problème 11.3.16



Pour le problème 11.3.20

transformateur. La perméabilité magnétique du noyau est μ. Déterminer la f.é.m. d'induction dans l'enroulement secondaire ouvert si le nombre de spires dans le primaire est N_1 et dans le secondaire N_2. Quelle tension est appliquée aux bornes du primaire? La section du noyau du transformateur est S. La longueur effective du noyau est l.

11.3.17. Un courant circulant dans le primaire d'un transformateur est régulièrement augmenté. Selon quelle loi varie la tension aux bornes du secondaire?

11.3.18. Montrer que dans un transformateur parfait dont le secondaire est court-circuité a lieu la relation $I_1/I_2 = N_2/N_1$, où I_1, I_2 sont les courants et N_1, N_2 les nombres de spires dans les enroulements.

11.3.19*. a. Pourquoi le court-circuit ne serait-ce que d'une spire du secondaire d'un transformateur est-il dangereux ?

b. Le court-circuit d'une spire du secondaire d'un transformateur entraîne parfois la mise hors d'usage de son primaire. Expliquer ce phénomène.

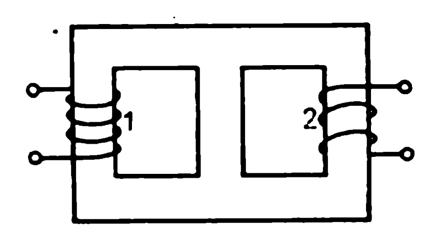
◇ **11.3.20.** Expliquer l'organisation du transformateur régulateur de laboratoire qui est représenté sur le dessin. Comment varie la tension à la sortie du transformateur lorsque le contact K est déplacé vers la gauche?

11.3.21. Pourquoi un transformateur chargé bourdonne-t-il? Quelle est la fréquence fondamentale du son si le transformateur est branché sur un réseau industriel?

11.3.22. Pourquoi le noyau d'un transformateur est-il assemblé à partir de plaques isolées?

11.3.23. Pour alimenter une sonnerie électrique on utilise un transformateur abaisseur. Pourquoi le bouton de la sonnerie est-il habituellement branché dans le circuit secondaire tandis que le circuit primaire reste constamment branché sur le réseau?

◇ **11.3.24.** Deux bobines sont enroulées sur un noyau de fer. Le flux magnétique créé par chaque bobine ne sort pas du noyau et se divise en deux dans ses branches. Lorsque la bobine *1* est branchée



Pour le problème 11.3.24

dans le circuit de courant alternatif sous une tension de 40 V la tension aux bornes de la bobine *2* est égale à 10 V. Quelle sera la tension aux bornes ouvertes de la bobine *1* si la bobine *2* est branchée dans le circuit de courant alternatif sous une tension de 10 V?

11.3.25*. Soient deux transformateurs parfaits identiques avec le même rapport de transformation 1 : 3. Le primaire de l'un d'eux est mis en série avec le secondaire de l'autre et les extrémités libres de ces enroulements sont branchées sur un réseau à courant alternatif sous une tension de 100 V. Le secondaire du premier transformateur est mis en série avec le primaire du second. Déterminer l'amplitude de la tension alternative entre les autres extrémités des enroulements.

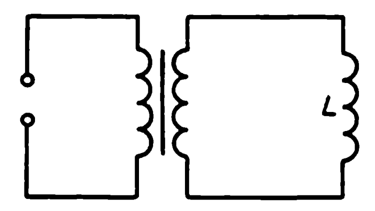
§ 11.4. Circuits électriques de courant alternatif

11.4.1. Une batterie dépourvue de résistance interne est connectée à un solénoïde d'inductance L. Exprimer le courant qui passe dans le circuit en fonction du temps si la f.é.m. de la batterie est $\mathscr{E}$. Trouver le travail effectué par la batterie au cours d'un temps τ. En quelle énergie se transforme ce travail?

11.4.2. Comment doit varier la tension aux bornes d'un circuit électrique qui est constitué d'une bobine d'inductance L et d'une résistance R mises en série pour que le courant qui y circule: a) croîsse de façon linéaire: $I = \alpha t$; b) varie de façon sinusoïdale: $I = I_0 \sin \omega t$.

◇ **11.4.3*.** Lorsqu'une substance passe à l'état supraconducteur seule une petite partie des électrons de conduction se déplacent sans éprouver aucune résistance. Le courant est « lancé » dans un solénoïde

supraconducteur d'inductance L en appliquant à celui-ci une tension continue pendant un temps t. Le courant maximal qui circule dans ce solénoïde est I. Déterminer la limite supérieure de la quantité de

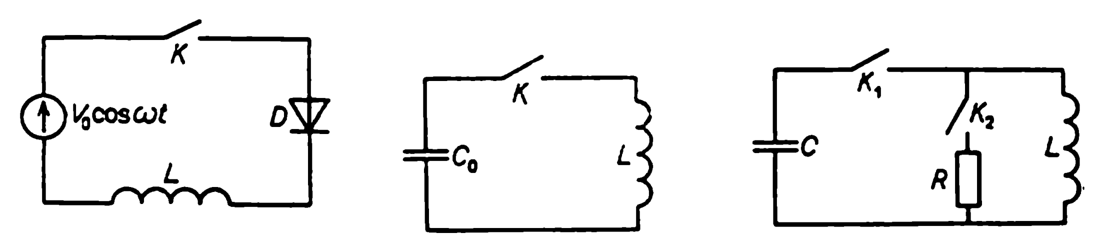


Pour le problème 11.4.3

chaleur qui est dégagée dans le solénoïde lorsqu'on y fait circuler le courant. Avant le passage à l'état supraconducteur la résistance du solénoïde était R.

11.4.4*. Un générateur de f.é.m. $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ est connecté à une date $t = 0$ à une bobine d'inductance L. Exprimer le courant qui passe dans le circuit en fonction du temps. On négligera la résistance active du circuit. Expliquer le résultat obtenu.

◇ **11.4.5.** Dans le circuit représenté sur le dessin une diode D et une bobine d'inductance L sont branchées, à l'aide d'une clé K, sur une source de tension alternative $V = V_0 \cos \omega t$. A une date



Pour le problème 11.4.5 Pour le problème 11.4.6 Pour le problème 11.4.7

$t = 0$ la clé K est fermée. Déterminer l'intensité du courant circulant dans la bobine en fonction du temps. Construire le graphique de cette fonction. On admettra que la diode et la bobine sont parfaites. On négligera la résistance interne de la source.

◇ **11.4.6.** Dans un circuit constitué d'un condensateur chargé de capacité C_0 et d'une bobine d'inductance L on ferme une clé K. D'après quelle loi doit varier dans le temps la capacité du condensateur pour que le courant passant dans le circuit augmente de façon directement proportionnelle au temps?

◇ **11.4.7.** Dans le circuit représenté sur le dessin un condensateur de capacité C est porté à une tension V_0. On ferme d'abord la clé K_1. Au moment où le courant qui passe par une bobine d'inductance L atteint sa valeur maximale on ferme la clé K_2 et on ouvre la clé K_1.

Quelle est la valeur maximale de la tension aux bornes d'une résistance R?

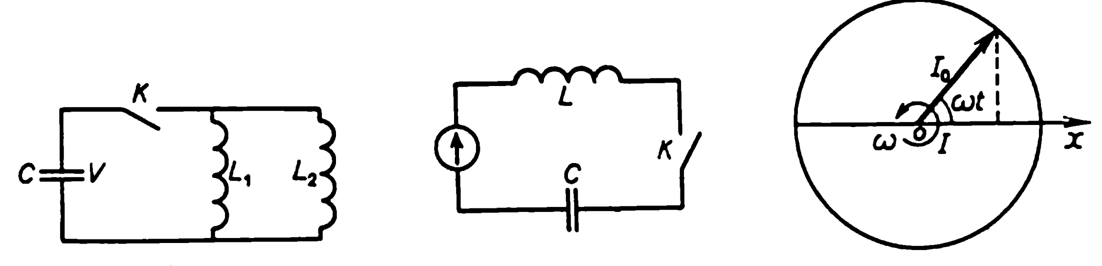
11.4.8. a. A quel moment étincèle un interrupteur, à la fermeture ou à l'ouverture? Pourquoi cesse l'étincellement si l'on monte un condensateur en parallèle avec l'interrupteur?

b. Un condensateur de quelle capacité faut-il mettre en parallèle avec une bobine d'inductance L pour que, en ouvrant une clé, la tension aux bornes de celle-ci n'augmente pas de plus de N fois si la fréquence de la tension dans le circuit est ν? Déterminer cette capacité dans le cas où $\nu = 50$ Hz, $L = 0{,}1$ Hz, $N = 10$.

11.4.9. Une source de f.é.m. $\mathscr{E}$ ayant une résistance interne nulle est branchée, à une date $t = 0$, à une bobine d'inductance L et à un condensateur de capacité C qui sont montés en série. Trouver le courant maximal passant dans le circuit et la charge maximale du condensateur.

◇ **11.4.10.** Calculer le courant maximal circulant dans des bobines d'inductances L_1 et L_2 après la fermeture d'une clé K dans le circuit qui est représenté sur le dessin. La capacité du condensateur est C, la tension initiale à ses bornes V.

◇ **11.4.11*.** Dans le circuit représenté sur le dessin à la date $t = 0$ on ferme une clé K. Déterminer le courant qui passe dans le circuit



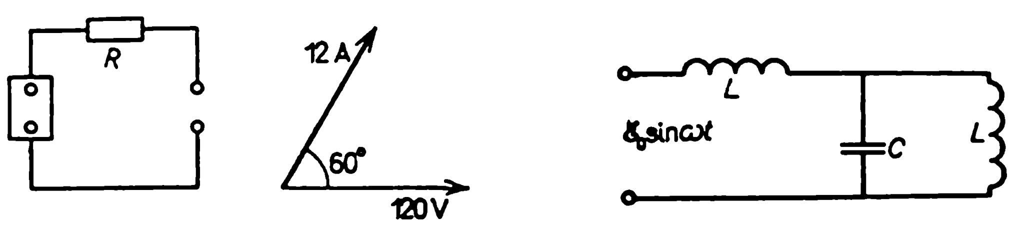
Pour le problème 11.4.10 Pour le problème 11.4.11 Pour le problème 11.4.12

si une source fournit: a) une tension continue V_0; b) une tension cosinusoïdale $V_0 \cos \omega t$. Déterminer le courant maximal si $V_0 = 100$ V, $L = 10^{-2}$ H, $C = 10^{-3}$ F, $\nu = \omega/2\pi = 50$ Hz.

◇ **11.4.12.** a. Sur le diagramme vectoriel le courant $I = I_0 \cos \omega t$ est déterminé comme projection sur l'axe des x du vecteur I_0 qui tourne autour d'un point O à une vitesse angulaire ω. Comment sont disposés, sur ce diagramme, les vecteurs de chute de tension lorsque ce courant passe à travers la résistance R, la bobine d'inductance L et le condensateur de capacité C? A quoi sont égales les amplitudes des vecteurs tension?

b. En utilisant le diagramme vectoriel déterminer la chute de tension dans un circuit constitué d'une bobine d'inductance L, d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C, qui sont montés en série, et le déphasage entre le courant et la tension dans le circuit si le courant y varie de façon cosinusoïdale: $I = I_0 \cos \omega t$.

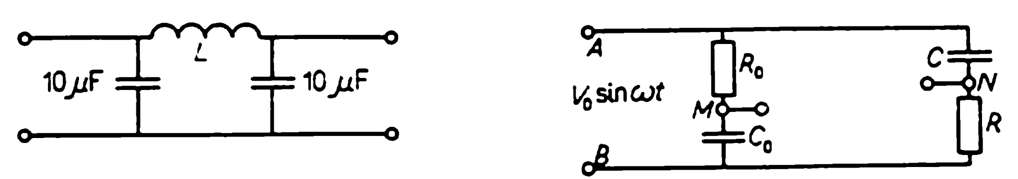
◇ **11.4.13.** Les valeurs de la tension, du courant et du déphasage entre la tension et le courant passant dans un circuit de charge sont données sur le diagramme vectoriel. Déterminer l'amplitude de la f.é.m. de la source si $R = 10$ ohms.



Pour le problème 11.4.13 Pour le problème 11.4.14

◇ **11.4.14.** Trouver le courant établi dans le circuit représenté sur le dessin.

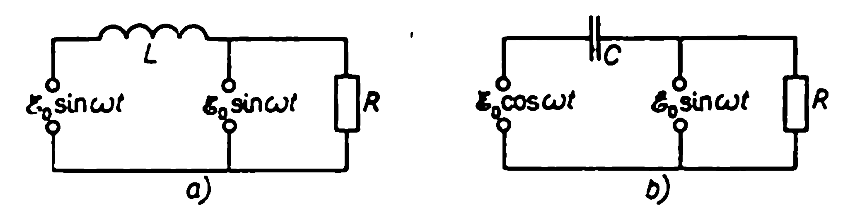
◇ **11.4.15.** Choisir l'inductance d'un self de façon que l'amplitude de la tension à la sortie d'un filtre à une fréquence de 100 Hz soit dix fois plus petite que l'amplitude à l'entrée.



Pour le problème 11.4.15 Pour le problème 11.4.16

◇ **11.4.16*.** Soit un circuit déphaseur. Aux bornes A et B est amenée une tension $V = V_0 \sin \omega t$. Quelle est la tension prélevée sur les bornes M et N pour $R_0C_0 = RC$?

◇ **11.4.17.** Trouver les courants établis dans les circuits électriques représentés sur le dessin. La résistance interne des sources de tension



Pour le problème 11.4.17

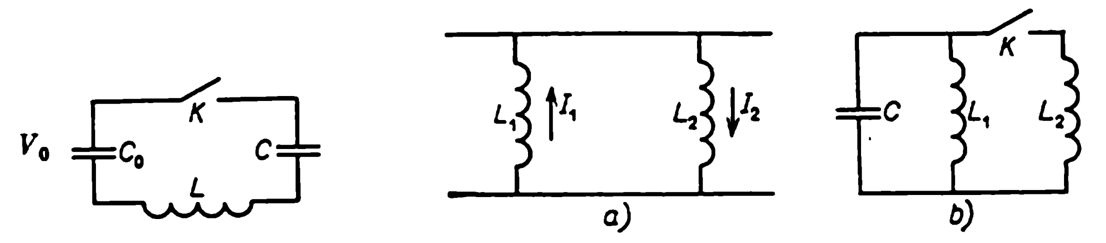
est nulle. Déterminer la puissance moyenne dégagée dans les circuits si $\mathscr{E}_0 = 200$ V, $R = 100$ ohms, $C = 10^{-4}$ F, $L = 1$ H. La fréquence de la tension de la source $\nu = \omega/2\pi = 50$ Hz.

11.4.18. Une bobine d'inductance montée en série avec un réchaud électrique est branchée sur un réseau urbain. La puissance du

réchaud diminue alors de deux fois. Calculer l'inductance de la bobine si la résistance active de ce réchaud est de 50 ohms.

11.4.19. Un circuit électrique constitué de deux bobines d'inductance et d'une lampe est branché à un générateur à tension alternative. Si l'on enfonce un noyau de fer dans l'une des bobines l'éclat de la lampe devient plus intense mais si l'on enfonce ce noyau dans la seconde bobine l'éclat de la lampe devient plus faible. Former le circuit électrique possible.

◇ **11.4.20*.** La tension initiale aux bornes d'un condensateur de capacité C_0 est égale à V_0 tandis qu'un condensateur de capacité C

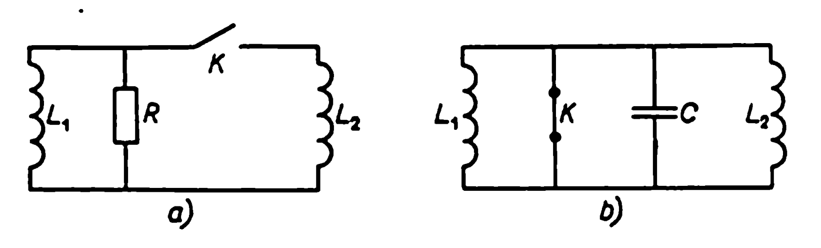


Pour le problème 11.4.20 Pour le problème 11.4.21

n'est pas chargé. Au bout de combien de temps après la fermeture d'une clé K claque le condensateur de capacité C si son claquage a lieu sous une tension V?

◇ **11.4.21.** a. Démontrer que dans deux bobines d'inductances L_1 et L_2 montées en parallèle la somme $L_1I_1 + L_2I_2$ ne varie pas. Le sens des courants est représenté sur le dessin.

◇ b. Un condensateur de capacité C auquel on applique une tension V_0 se décharge à travers une bobine d'inductance L_1. Quel courant



Pour le problème 11.4.22

maximal peut être obtenu dans une bobine d'inductance L_2 si l'on ferme une clé K au moment où le courant circulant dans l'inductance L_1 est maximal?

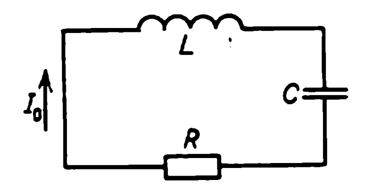
◇ **11.4.22*.** a. Au moment où le courant circulant dans une bobine d'inductance L_1 est égal à I on ferme une clé K. Quelle quantité de chaleur est dégagée sur une résistance R après la fermeture de la clé?

b. Une clé K étant fermée, le courant circulant dans une bobine d'inductance L_1 est égal à I_1 et dans une inductance L_2 il est égal

à I_2. Déterminer dans quelles limites varie le courant circulant dans les bobines d'inductances L_1 et L_2 après l'ouverture de la clé K.

11.4.23*. En raison de l'existence d'une résistance active de fils dans un circuit oscillant constitué d'un condensateur d'une capacité de 1 μF et d'une bobine d'une inductance de 1 μH, l'amplitude du courant diminue de moitié au cours de 1 ms. Déterminer la résistance des fils.

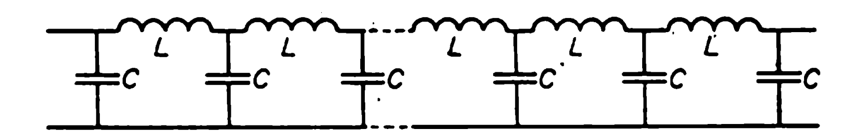
◇ **11.4.24*.** Un circuit oscillant constitué d'une résistance R, d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C montés en série est le siège d'oscillations amorties. Au cours d'un



Pour le problème 11.4.24

certain intervalle de temps l'amplitude du courant qui passe dans le circuit diminue de la valeur I_1 à la valeur I_2. Quelle quantité de chaleur se dégage sur la résistance au cours de ce temps?

◇ **11.4.25*.** Lorsque des ondes sinusoïdales se propagent dans un circuit LC infini, la phase des oscillations de tension retarde, dans



Pour le problème 11.4.25

chaque nœud, de φ sur celle dans le nœud précédent. Exprimer φ en fonction de ω, L, C. A quoi est égale la vitesse de propagation d'une onde sinusoïdale le long du circuit LC si la longueur de chaque maille est l? A quoi est égale cette vitesse pour ω petit?

§ 11.5. Conservation du flux magnétique. Supraconducteurs dans un champ magnétique

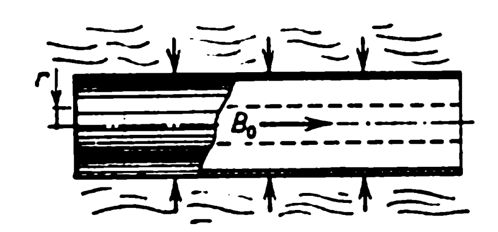
11.5.1. Pourquoi, lors de la déformation d'un anneau supraconducteur parcouru par un courant, le flux magnétique total à travers l'anneau se conserve-t-il?

◇ **11.5.2.** Une longue enveloppe métallique cylindrique de rayon r_0 qui se trouvait dans un champ magnétique constant d'induction B_0 est comprimée par explosion. Déterminer l'induction du champ ma-

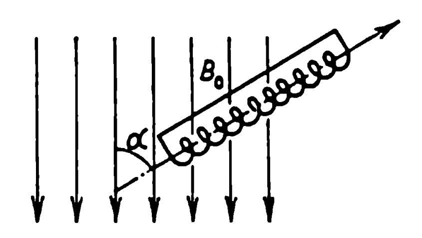
gnétique à l'intérieur de l'enveloppe comprimée si son rayon est devenu égal à r. On négligera la résistance active de l'enveloppe.

11.5.3. De combien de fois varie un courant dans deux anneaux supraconducteurs minces éloignés l'un de l'autre et parcourus par un courant de même sens lorsqu'ils sont joints l'un à l'autre?

11.5.4. Lorsqu'on introduit une tige supraconductrice dans un long solénoïde supraconducteur court-circuité parcouru par un cou-



Pour le problème 11.5.2



Pour le problème 11.5.6

rant, le courant circulant dans le solénoïde augmente de trois fois. Déterminer de combien de fois la section du solénoïde est plus grande que celle de la tige.

11.5.5. Un long solénoïde court-circuité parcouru par un courant I, qu'on a fabriqué avec un supraconducteur, est comprimé de façon que sa longueur diminue de trois fois. Comment varie le courant qui circule dans le solénoïde? Le pas des spires du solénoïde est de beaucoup inférieur à son rayon.

◇ **11.5.6*.** Un long solénoïde supraconducteur court-circuité est introduit dans un champ magnétique d'induction B_0 sous un angle α par rapport à la direction de ce champ. Comment est distribuée l'induction du champ magnétique dans ce solénoïde s'il n'entre qu'à moitié dans le champ extérieur?

11.5.7. Un anneau supraconducteur d'inductance L parcouru par un courant I_0 est introduit dans un champ magnétique uniforme d'induction B_0. Trouver le courant qui circulera dans cet anneau. La normale au plan de l'anneau fait un angle α avec la direction du champ; le rayon de l'anneau est r.

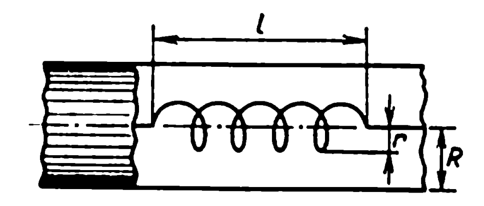
11.5.8. Un anneau supraconducteur placé dans un champ constant uniforme d'induction B tourne autour de son diamètre qui est orienté perpendiculairement à ce champ. L'inductance de l'anneau est L, son diamètre D. Déterminer l'amplitude du courant alternatif qui circule dans l'anneau.

11.5.9. Un long solénoïde supraconducteur court-circuité est enfilé coaxialement sur un cylindre d'acier, qui est encore plus long, mais dont la section est deux fois plus petite que celle du solénoïde. De combien varie l'induction du champ magnétique à l'extérieur et à l'intérieur de la partie du cylindre d'acier qui se trouve à l'inté-

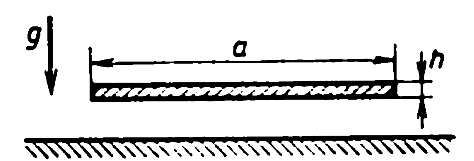
rieur du solénoïde si le champ magnétique du solénoïde est notablement supérieur au champ magnétique à saturation de l'acier B_0?

11.5.10*. Une tige supraconductrice de section σ et de longueur l passe à vitesse constante à travers une bobine de section S et de longueur h fabriquée avec un fil supraconducteur. Tracer le graphique de variation du courant qui circule dans la bobine en fonction de la position de la tige si cette bobine est court-circuitée et si le courant initial y est I_0. Considérer les cas: a) $l > h$; b) $l < h$. On négligera les effets de bord.

◇ **11.5.11*.** Calculer l'inductance d'un long solénoïde de rayon r et de longueur l placé à l'intérieur d'un long tube supraconducteur de rayon R le long de son axe. Le nombre de spires du solénoïde est N.



Pour le problème 11.5.11



Pour le problème 11.5.12

◇ **11.5.12.** Une barre de cuivre plane, dont la section $a \times h = 100 \times 1$ mm, est parallèle à la surface horizontale d'un supraconducteur. Quel courant doit circuler dans la barre pour qu'elle ne tombe pas sur ce supraconducteur?

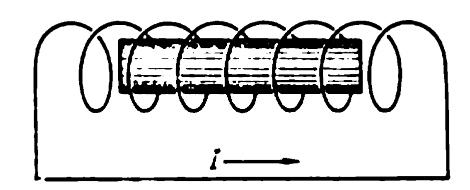
11.5.13*. Un long fil droit qui se trouve à une hauteur h au-dessus d'un plan supraconducteur est parcouru par un courant I. A quoi est égale la pression magnétique maximale sur la surface du supraconducteur? Avec quelle force agit le supraconducteur sur une unité de longueur du fil?

11.5.14. Un long solénoïde dont les extrémités sont ouvertes est disposé le long d'un champ magnétique constant d'induction $B = 2$ T. Le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde $n = 1000\ \text{m}^{-1}$. A quelle vitesse passe à travers ce solénoïde un long projectile métallique de rayon $r = 9$ cm si la tension maximale apparue aux extrémités du solénoïde $V = 100$ kV? On négligera la résistance du métal dont est fait le projectile.

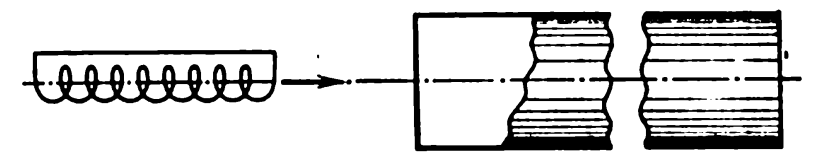
11.5.15*. Pourquoi la réponse du problème 11.5.14 ne dépend-elle pas de la forme des extrémités du projectile?

◇ **11.5.16*.** Quand un projectile métallique cylindrique de masse m, de longueur l et de rayon r qui vole à une vitesse v_0 se trouvait à l'intérieur d'un solénoïde, dont le nombre de spires est N, la longueur est L et le rayon $R \ll l$, on a induit un courant I dans le solénoïde qu'on a ensuite court-circuité. De combien augmente la vitesse du projectile sorti du solénoïde? On négligera la résistance du métal.

◇ **11.5.17*.** Une bobine supraconductrice court-circuitée parcourue par un courant I est disposée à une grande distance d'un long tube supraconducteur, rond, de rayon r et coaxial à la bobine. Le nombre



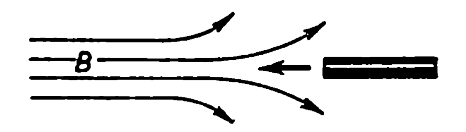
Pour le problème 11.5.16



Pour le problème 11.5.17

de spires dans la bobine est N, la longueur de la bobine $l \gg r$, le rayon est $r/2$ et la masse de la bobine m. Quelle vitesse faut-il communiquer à cette bobine pour qu'elle passe à travers le tube fixé?

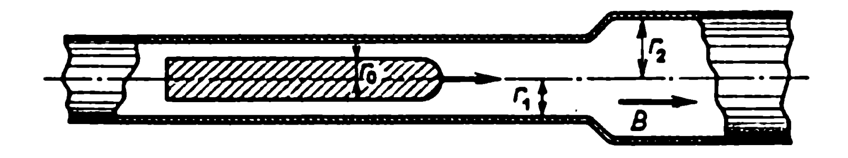
◇ **11.5.18*.** Quelle vitesse minimale doit avoir une mince tige supraconductrice de section S, de longueur l et de masse m pour



Pour le problème 11.5.18

pouvoir pénétrer dans un champ magnétique longitudinal d'induction B?

◇ **11.5.19.** Un long tube métallique dont une partie est de rayon r_1 et une autre, de rayon r_2 est placé le long d'un champ magnétique

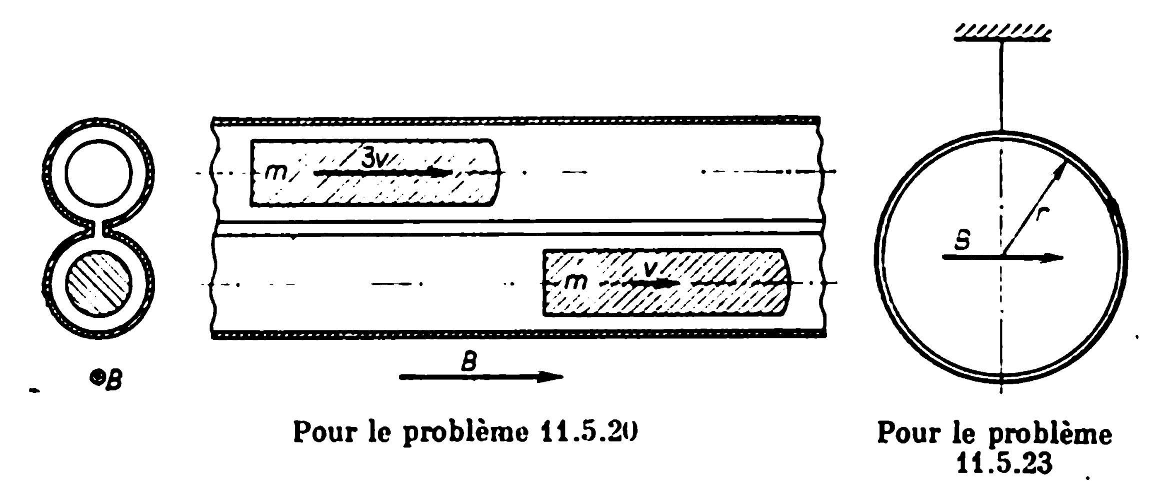


Pour le problème 11.5.19

uniforme d'induction B. De combien varie l'énergie d'un projectile supraconducteur de rayon r_0 et de longueur $l \gg r_1$, r_2 qui se déplace le long de l'axe de ce tube lorsqu'il traverse la frontière entre les

parties de tube de rayons différents? On négligera l'influence qu'exerce la résistance du métal sur l'interaction du projectile avec le tube.

◇ **11.5.20.** Un redistributeur magnétique à deux voies de l'énergie de projectiles est conçu comme suit. Deux tubes métalliques munis d'une fente sont reliés par des barres métalliques, comme l'indique le dessin. Un champ magnétique uniforme d'induction B est dirigé le long de l'axe des tubes. De longs projectiles supraconducteurs identiques se déplacent le long de l'axe de chaque tube. Un des projectiles, animé d'une vitesse $3v$, attrape le second projectile qui



Pour le problème 11.5.20

Pour le problème 11.5.23

se déplace à une vitesse v. La longueur de chaque projectile est l, la section s, la masse m. La section de chaque tube est S. Déterminer la vitesse des projectiles après leur interaction mutuelle. On négligera la résistance du tube.

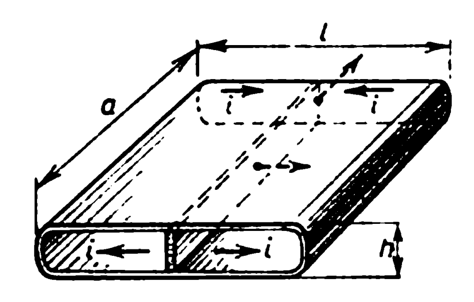
11.5.21. Résoudre le problème 11.5.20 dans le cas où la masse du premier projectile est m_1 et celle du second m_2, la vitesse des projectiles étant respectivement égale à v_1 et v_2 ($v_1 > v_2$).

11.5.22*. Démontrer qu'un anneau supraconducteur d'inductance L qui vient heurter, à une vitesse v, un champ magnétique qui lui est coaxial, est réfléchi par ce champ si l'énergie cinétique de cet anneau est inférieure à $\Phi^2/2L$, où Φ est le flux maximal du champ magnétique à travers l'anneau.

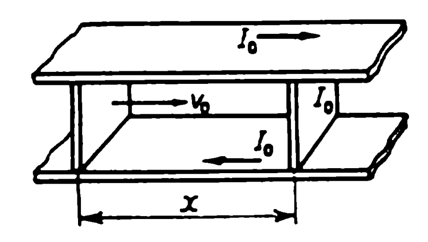
◇ **11.5.23*.** Un anneau de cuivre de rayon r et de masse m est suspendu à un fil et effectue de petites vibrations de torsion de période T. L'inductance de l'anneau est L. Comment varie la période des vibrations de l'anneau si on le place dans un champ magnétique uniforme horizontal d'induction B qui est parallèle au plan de l'anneau dans la position d'équilibre? Le moment d'inertie de l'anneau par rapport à l'axe passant par le diamètre est égal à J. On négligera la résistance de l'anneau.

◇ **11.5.24*.** Une boîte supraconductrice est divisée en deux parties égales par une barre, supraconductrice elle aussi, d'épaisseur d.

Les dimensions de la boîte sont représentées sur le dessin ($h \ll a$, l). La boîte est parcourue par un courant de densité linéique i dans la direction perpendiculaire à la barre. A quelle pulsation vibre la



Pour le problème 11.5.24



Pour le problème 11.5.25

barre si on lui communique une petite vitesse dans la direction qui est représentée sur le dessin ? La masse de la barre est m.

◇ **11.5.25*.** Un piston se déplace entre deux barres supraconductrices à une vitesse constante v_0 et se dirige vers une barre de connexion de masse m en formant un circuit supraconducteur. Trouver la vitesse maximale de cette barre de connexion si à une date initiale elle est au repos, le courant qui passe dans le circuit est égal à I_0 et la distance entre le piston et la barre de connexion est égale à x. L'inductance par unité de longueur des barres est L. On négligera les frottements.

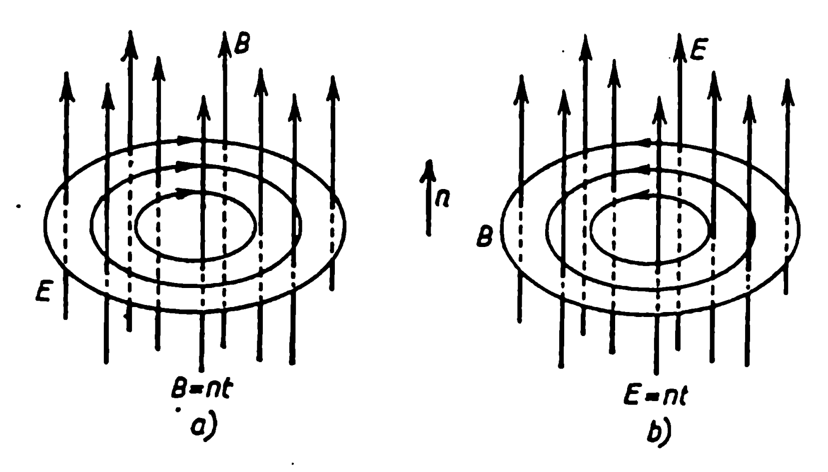
11.5.26*. Un champ magnétique est créé à l'intérieur d'une enveloppe conductrice cylindrique. Une vitesse v est communiquée à cette enveloppe de façon qu'elle commence à se comprimer vers l'axe sans perdre la symétrie. Trouver l'induction maximale du champ magnétique que l'on peut obtenir de cette façon si l'induction initiale $B_0 = 10$ T, $v = 3$ km/s, le rayon initial de l'enveloppe $r_0 =$ $= 20$ cm, son épaisseur $\Delta = 0{,}5$ cm, la masse volumique du matériau dont est faite l'enveloppe $\rho = 8{,}9$ g/cm^3. Trouver la pression magnétique maximale qui agit sur l'enveloppe. On négligera la résistance électrique de l'enveloppe.

11.5.27*. Un champ magnétique extérieur d'induction B dans lequel se trouve un long tube parfaitement conducteur n'est pas complètement mis sous l'écran que forment les parois de ce tube, car la masse des électrons est finie. Le champ pénètre partiellement à l'intérieur du tube. L'axe du tube est dirigé le long du champ magnétique, son rayon r est notablement supérieur à l'épaisseur des parois h. Le nombre d'électrons de conduction dans une unité de volume du matériau dont est fait le tube est n_e. Calculer l'induction du champ qui pénètre à l'intérieur du tube dans le cas où $B = 10$ T, $r = 1$ mm, $h = 0{,}1$ mm, $n_e = 10^{20}$ cm^{-3}.

11.5.28*. Si un long cylindre parfaitement conducteur à parois minces est mis en rotation autour de son axe, un champ magnétique apparaît à l'intérieur du cylindre. Trouver son induction si la vitesse angulaire du cylindre est ω.

§ 11.6. Relation entre champ électrique variable et champ magnétique

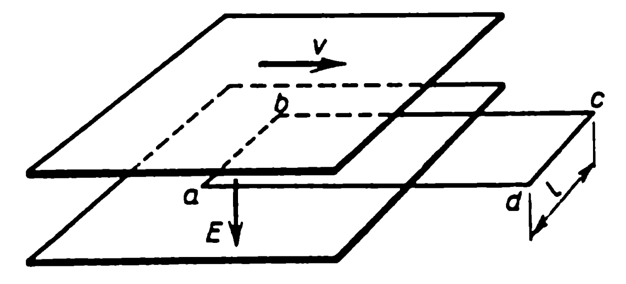
◇ **11.6.1.** Selon la loi de l'induction électromagnétique un champ magnétique variable crée un champ électrique rotationnel. Un champ électrique variable fait naître, de même, un champ magnétique rotationnel, mais lorsque le champ électrique varie, la direction du



Pour le problème 11.6.1

vecteur ***B*** forme une vis dextrorsum avec la direction du vecteur $d\mathbf{E}/dt$. Quant au coefficient de proportionnalité en CGS liant ces champs il est le même dans les deux phénomènes. En utilisant cette propriété du champ électromagnétique, déterminer en CGS et en SI la variation de la circulation d'induction du champ magnétique dans un circuit fermé en fonction du taux de variation du flux de déplacement électrique à travers ce circuit.

◇ **11.6.2.** a. Un condensateur plan se déplace à une vitesse v, comme l'indique le dessin. L'intensité du champ électrique créé entre ses lames est E. Déterminer le taux de variation du flux de champ élec-



Pour le problème 11.6.2

trique à travers un circuit rectangulaire *abcd* et la circulation d'induction du champ magnétique dans ce circuit. Comment sont liées l'une à l'autre les grandeurs cherchées en SI ? en CGS ?

b. Donner des exemples qui confirment la proportionnalité de la circulation d'induction du champ magnétique dans le circuit au taux de variation du flux de champ électrique à travers la surface limitée par ce circuit.

11.6.3. A quoi est égal le flux de déplacement électrique à travers une surface limitée par un circuit fermé si lors de la diminution régulière de ce flux jusqu'à zéro au cours de 1 μs on voit apparaître dans ce circuit une circulation d'induction du champ magnétique de 0,001 T·m ?

11.6.4*. Lors de la décharge d'un condensateur un champ magnétique est créé non seulement par le courant qui circule dans un conducteur mais aussi par un champ électrique variable dans un espace entre les armatures du condensateur, ce champ créant un tel champ magnétique comme si entre les armatures avait existé un courant égal à celui qui circule dans le conducteur. Démontrer cette proposition.

11.6.5. L'intensité d'un champ électrique uniforme à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures ont un rayon de 10 cm croît linéairement avec le temps: $E = \alpha t$, où $\alpha = 9 \cdot 10^{10}$ V/(m·s). A quoi est égale l'induction du champ magnétique à l'intérieur du condensateur à une distance de 5 cm de son axe ?

11.6.6. Des oscillations libres sont excitées dans un circuit oscillant. De combien de fois l'induction maximale du champ magnétique à l'intérieur d'un condensateur plan est-elle inférieure à celle du champ magnétique qui existe dans une bobine d'inductance? Le rayon des lames du condensateur est r, la distance entre les lames h, la longueur de la bobine L et le nombre de spires N.

11.6.7. Un condensateur plan à l'intérieur duquel est créé un champ électrique d'intensité E se déplace à une vitesse v qui forme un angle α avec ses lames. Quelle est l'induction du champ magnétique à l'intérieur du condensateur?

◇ **11.6.8.** Le mouvement d'une plaque uniformément chargée à une vitesse v parallèlement à la surface d'un métal crée un champ magnétique d'induction B. Déterminer la densité superficielle de charge de cette plaque.

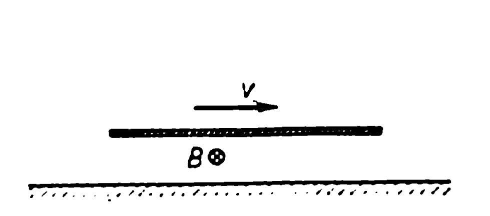
11.6.9. A l'intérieur d'un condensateur plan, parallèlement à ses armatures, on voit se déplacer, à une vitesse v, une plaque conductrice dont l'épaisseur est égale à la moitié de la distance entre les armatures du condensateur. Aux armatures du condensateur on maintient une tension V, la distance entre elles est h.

a. A quoi est égale l'induction du champ magnétique à l'intérieur d'un conducteur? Entre le conducteur mobile et les armatures du condensateur?

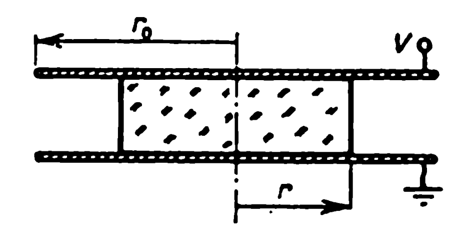
b. Comment varie l'induction du champ magnétique dans la plaque si le conducteur est remplacé par un diélectrique de permittivité ε?

11.6.10*. Un condensateur plan chargé se déplace parallèlement à ses lames dans un milieu diélectrique immobile de permittivité ε. Comment varie l'induction du champ magnétique à l'intérieur de ce condensateur si le milieu se déplace avec lui ?

◇ **11.6.11*.** a. L'intensité d'un champ électrique à l'intérieur d'un condensateur plan rond rempli de substance de permittivité ε croît



Pour le problème 11.6.8

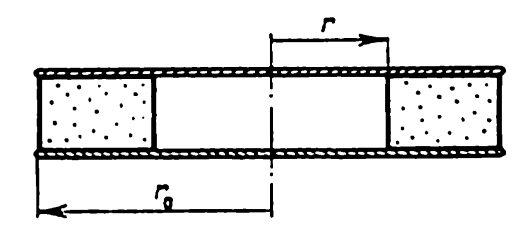


Pour le problème 11.6.11

linéairement avec le temps : $E = \alpha t$. Déterminer l'induction du champ magnétique à l'intérieur du condensateur à une distance r de son centre.

b. La tension aux armatures d'un condensateur plan croît linéairement avec le temps : $V = \alpha t$. Le rayon des armatures est r_0, la distance entre elles h. Suivant l'axe du condensateur on introduit un cylindre diélectrique de rayon r et de permittivité ε. Déterminer l'induction du champ magnétique sur la surface latérale du cylindre et au bord du condensateur.

◇ **11.6.12*.** Un condensateur plan isolé, dont les lames sont des disques métalliques parallèles de rayon r_0, est rempli de substance



Pour le problème 11.6.12

à l'exception d'une région cylindrique centrale de rayon r. Le condensateur se décharge à travers cette substance. Le courant de décharge est égal à I. Donner l'expression de l'induction du champ magnétique à l'intérieur du condensateur en fonction de la distance à l'axe du condensateur. Construire le graphique de cette dépendance.

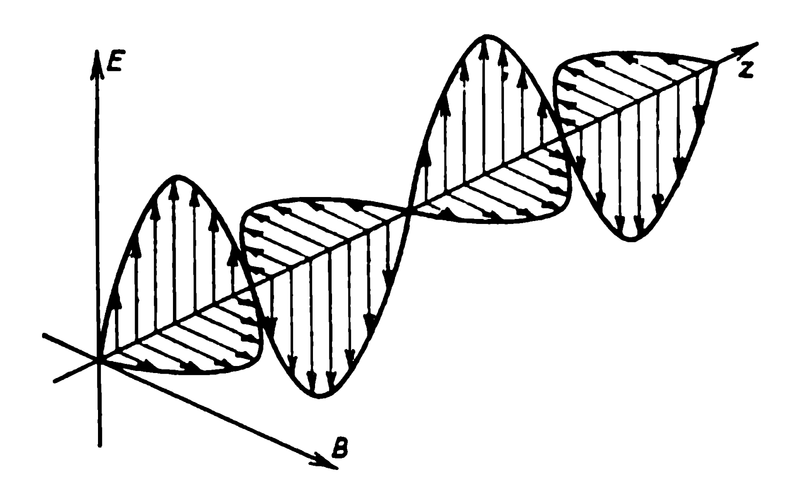
CHAPITRE 12

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

§ 12.1. Propriétés, émission et réflexion des ondes électromagnétiques

◇ **12.1.1.** Le dessin représente la « photographie instantanée » d'une onde électromagnétique. En utilisant la règle du tire-bouchon, déterminer dans quel sens cette onde se propage.

12.1.2. Comment varie le sens de propagation d'une onde électromagnétique si dans celle-ci change de sens: a) l'induction du champ magnétique; b) l'intensité du champ électrique?



Pour le problème 12.1.1

◇ **12.1.3.** Le dessin représente le champ électrique d'une onde sinusoïdale plane à la date 0. Le sens de propagation de l'onde est indiqué par la flèche. Comment varie l'intensité du champ électrique en fonction de la coordonnée z et du temps t?

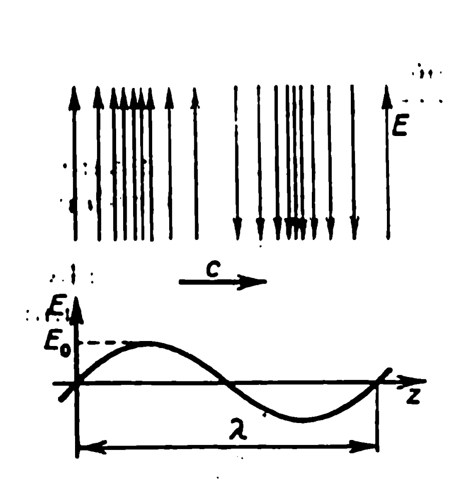
12.1.4. Deux ondes sinusoïdales de même polarisation

$$E_1 \sin\left[\omega\left(t-\frac{z}{c}\right)+\varphi_1\right] \quad \text{et} \quad E_2 \sin\left[\omega\left(t-\frac{z}{c}\right)+\varphi_2\right]$$

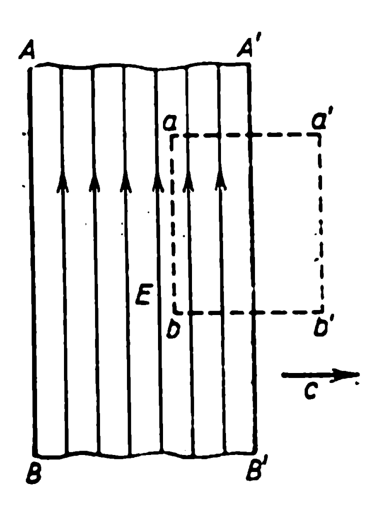
se superposent l'une sur l'autre. A quoi est égale l'amplitude de l'intensité du champ électrique de l'onde résultante? A quoi est égale la phase de cette onde?

12.1.5. Deux ondes sinusoïdales planes dont l'amplitude est E_0 ont respectivement des pulsations ω et $\omega + \Delta$, $\Delta \ll \omega$, et se propagent dans le même sens en se superposant l'une sur l'autre. A quoi est égale l'amplitude maximale de l'onde résultante? Déterminer la distribution de la densité moyenne de l'énergie de l'onde résultante le long de la direction de propagation des ondes.

◇ **12.1.6.** Une onde électromagnétique occupe un espace qui est compris entre deux plans parallèles infinis AB et $A'B'$. La portion



Pour le problème 12.1.3



Pour le problème 12.1.6

de champ électromagnétique qui est représentée sur le dessin se déplace à la vitesse de la lumière c dans une direction perpendiculaire au plan AB. L'intensité du champ électrique de l'onde est E. En appliquant la loi de l'induction électromagnétique à un circuit rectangulaire $baa'b'$, déterminer l'induction du champ magnétique de l'onde en SI et en CGS.

12.1.7*. Résoudre le problème 12.1.6 dans le cas où l'onde se propage dans un milieu de permittivité diélectrique ε. La vitesse de l'onde dans ce milieu est $c/\sqrt{\varepsilon}$.

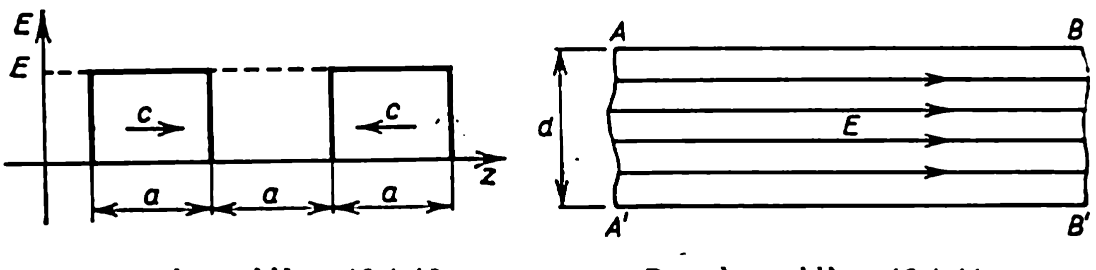
12.1.8*. En utilisant la loi de l'induction électromagnétique et la relation entre le champ électrique variable et le champ magnétique (voir problème 11.6.1), démontrer que la vitesse de propagation de l'onde dans un milieu de permittivité diélectrique ε et de perméabilité magnétique μ est égale à $c/\sqrt{\mu\varepsilon}$.

12.1.9*. Comment est liée l'intensité E du champ électrique d'une onde à l'induction magnétique B dans un milieu de permittivité diélectrique ε et de perméabilité magnétique μ?

◇ **12.1.10.** Le dessin représente la distribution, le long de l'axe des z, de l'intensité du champ électrique de deux ondes électromagnétiques planes qui se propagent à la rencontre l'une de l'autre à la date 0. Dessiner les graphiques de distribution de l'intensité E et de l'induction B des champs de ces ondes à la date $a/2c$, a/c, $3a/c$.

A quoi est égal le rapport de l'énergie du champ électrique et de l'énergie du champ magnétique à l'énergie totale à ces dates?

◇ **12.1.11.** a. Un champ électrique uniforme d'intensité E occupe un espace entre deux plans infinis AB et $A'B'$ séparés par une dis-



Pour le problème 12.1.10 Pour le problème 12.1.11

tance d. Ce champ est créé par superposition de deux ondes électromagnétiques planes. Déterminer ces ondes si l'intensité E du champ électrique est parallèle aux plans.

b. En quelles ondes électromagnétiques peut-on décomposer un champ magnétique d'induction B concentré entre les plans AB et $A'B'$? L'induction B du champ magnétique est parallèle aux plans.

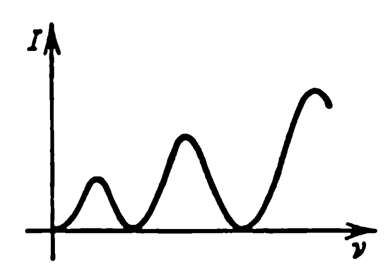
12.1.12. Autour d'un corps chargé mobile on voit apparaître un champ magnétique tandis qu'autour d'un corps immobile le champ est nul. Lorsque le corps mobile s'arrête instantanément, le champ magnétique devient donc « superflu ». Il se transforme en ondes électromagnétiques. On peut donc considérer l'émission d'ondes électromagnétiques comme processus donnant lieu à des champs « superflus » lorsque le corps chargé change de vitesse. Ce processus est le plus simple à décrire dans le cas d'un condensateur plan. Si le condensateur chargé se déplace à une vitesse v parallèlement à ses lames, l'induction B du champ magnétique qui y est créé est liée à l'intensité E du champ électrique par la relation $B = (v/c^2)\,E$. Lors de l'arrêt instantané du condensateur ce champ magnétique peut être considéré comme la somme de deux ondes électromagnétiques d'induction $^1/_2\,B$ qui se propagent dans des sens opposés perpendiculairement aux lames.

a. Déterminer l'intensité du champ électrique dans chaque onde.

b*. Quelle est l'énergie de l'onde émise par une charge Q uniformément distribuée sur une sphère mobile de rayon r lors de son arrêt instantané? Avant l'arrêt la vitesse de la sphère est v.

c. Une tension appliquée à deux fils, séparés par un intervalle d'air, est augmentée tant qu'une étincelle n'apparaisse entre ces fils, ce qui conduit à l'apparition, dans ces fils, d'oscillations du courant et, en conséquence, à l'apparition d'ondes électromagnétiques. Evaluer de combien de fois doit augmenter la puissance des ondes électromagnétiques si la tension de claquage est augmentée de deux fois.

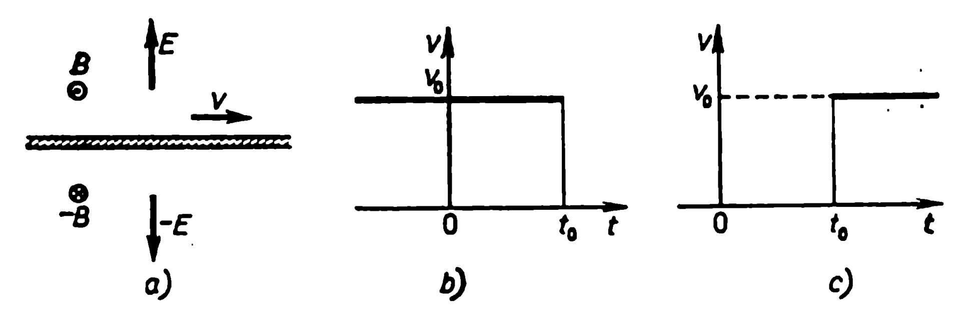
◇ **12.1.13.** On fait balancer un condensateur plan chargé en le déplaçant parallèlement à ses lames. Lorsque la fréquence des oscillations ν croît, l'intensité moyenne I des ondes électromagnétiques émises par le condensateur augmente d'abord pour diminuer ensuite jusqu'à zéro, puis augmente de nouveau, etc. Par quoi s'explique



Pour le problème 12.1.13

cette alternance d'intensité d'émission? A quelles fréquences le condensateur n'émet-il pas d'énergie? Evaluer la fréquence à laquelle on observe le 1er et le k-ième maximum d'émission.

◇ **12.1.14*.** Une plaque chargée, dont le champ électrique a une intensité E, se déplace parallèlement à elle-même à une vitesse v et crée un champ magnétique d'induction $B = (v/c^2)\,E$. Il s'ensuit qu'avec la diminution de la vitesse de la plaque de dv on voit apparaître dans l'espace environnant un « microchamp » magnétique



Pour le problème 12.1.14

« superflu » d'induction $dB = \pm(dv/c^2)\,E$. Ces « microchamps » donnent, en somme, une onde électromagnétique dont le champ électrique a une intensité qui ne dépend que de la vitesse de la plaque :

$$E_{\text{ray}}(t, x) = cB_{\text{ray}}(t, x) = (cv_{t-x/c}/c^2)\,E = (v_{t-x/c}/c)\,E.$$

L'indice $t - x/c$ signifie qu'en calculant l'intensité du champ à une distance x de la plaque la valeur de sa vitesse doit être prise à la date $t - x/c$. Par exemple, l'intensité du champ électrique de rayonnement de la plaque, dont la vitesse est égale à $v_0 \sin \omega t$, à une distance x de la plaque et à une date t est égale à $(v_0/c) \sin [\omega (t - x/c)]\, E$, car la vitesse de la plaque à la date $t - x/c$ était égale à $v_0 \sin \omega (t - x/c)$. Démontrer la validité de la formule $E_{\text{ray}}(t, x) =$

$= (v_{t-x/c}/c)\, E$ pour le cas où la vitesse v varie comme l'indiquent les dessins.

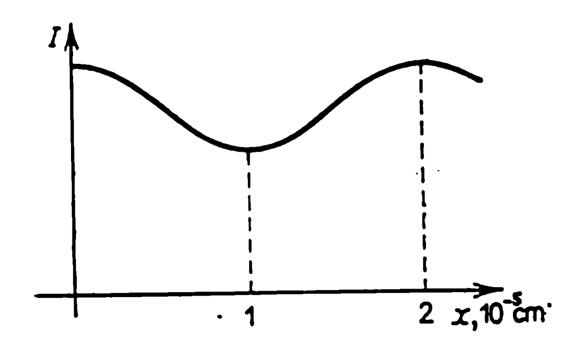
12.1.15*. En utilisant la formule $E_{ray} = (v_{t-x/c}/c)\, E$ donnée dans le problème 12.1.14, résoudre les problèmes suivants:

a. Déterminer l'intensité du champ électrique dans une onde plane émise par un condensateur plan qui se déplace avec une accélération constante a dirigée parallèlement à ses lames. La distance entre les lames est d, l'intensité du champ électrique à l'intérieur du condensateur E.

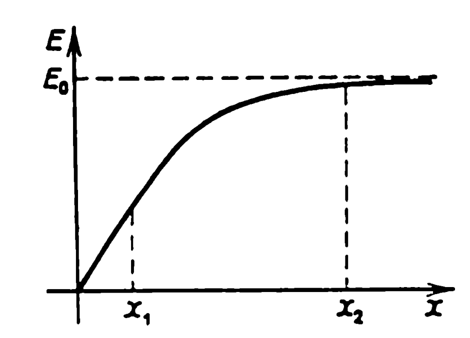
b. La densité de courant linéique sur la plaque varie de façon sinusoïdale avec une amplitude i_0. Déterminer en SI et en CGS l'amplitude de l'intensité du champ électrique dans une onde émise par cette plaque.

c. Déterminer le coefficient de réflexion d'une onde électromagnétique tombant sur une fine pellicule conductrice perpendiculairement à sa surface. L'épaisseur de la pellicule est x, le nombre d'électrons de conduction dans une unité de volume n_e, la fréquence de l'onde ν.

◇ **12.1.16.** Lorsqu'on écarte deux plaques brillantes, semi-transparentes et parallèles, l'intensité du rayonnement électromagnétique



Pour le problème 12.1.16



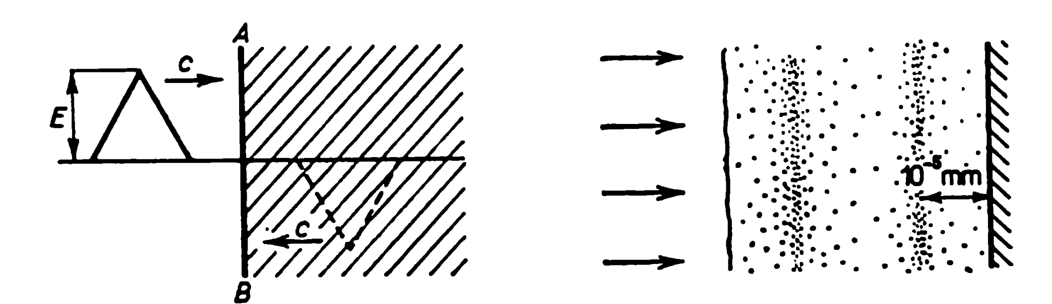
Pour le problème 12.1.17

qui est passé à travers ces plaques varie périodiquement en fonction de la distance entre elles. Expliquer ce phénomène et déterminer, à l'aide du dessin, la longueur d'onde du rayonnement incident. Le rayonnement se propage normalement aux plaques.

◇ **12.1.17.** L'amplitude de l'intensité d'un champ électrique créé par une onde électromagnétique qui est réfléchie sur une pellicule conductrice est d'autant plus grande que cette pellicule est plus épaisse. Le dessin donne la variation typique de l'amplitude de l'onde réfléchie en fonction de l'épaisseur de la pellicule. A l'instant initial (dans la région où $x < x_1$) l'amplitude varie linéairement en fonction de l'épaisseur x de la pellicule, ensuite la dépendance linéaire est violée et dans la région où $x > x_2$ l'amplitude de l'onde réfléchie diffère peu de celle de l'onde incidente E_0. Expliquer cette dépendance.

12.1.18*. Evaluer la profondeur de pénétration dans un conducteur d'une onde électromagnétique tombant sous incidence normale à sa surface. La fréquence de l'onde $\nu = 10^{15}$ Hz, le nombre d'électrons de conduction dans une unité de volume $n_e = 10^{22}$ cm^{-3}.

◇ **12.1.19.** Le nombre d'électrons de conduction dans une unité de volume d'un métal étant assez grand, la composante de l'intensité du champ électrique d'une onde, qui est parallèle à la surface du métal, s'affaiblit pratiquement jusqu'à zéro. La solution du problème



Pour le problème 12.1.19 Pour le problème 12.1.20

de l'interaction de l'onde électromagnétique avec le métal se réduit donc à la recherche, près de sa surface, de deux ondes progressives dont la superposition donne la composante nulle de l'intensité du champ électrique le long de cette surface. Ces ondes électromagnétiques qui tombent sur la surface métallique sous incidence normale sont deux ondes dont l'une se propage réellement dans un espace en dehors du métal et l'autre, fictive, qui est une onde « renversée », se propage dans un sens opposé à la première à l'intérieur du métal (sur le dessin cette région avec l'onde fictive se trouve à droite du plan AB). L'onde fictive devient réelle dès qu'elle sort au-delà de la frontière AB où elle se superpose à la première onde. La superposition de ces ondes à gauche du plan AB donne l'intensité nulle du champ électrique le long de AB et résout donc le problème posé.

En se servant du procédé décrit, trouver l'intensité du champ électrique et l'induction du champ magnétique dans le voisinage du plan métallique au moment où le sommet de l'onde incidente atteint le plan AB.

◇ **12.1.20.** Une couche d'émulsion photographique est portée sur un support miroir métallique. Sous incidence normale de la lumière à une distance de 10^{-5} mm de cette surface métallique on assiste au noircissement de l'émulsion. Expliquer cet effet. Déterminer la longueur d'onde de la lumière qui tombe sur cette surface métallique. A quelle distance de la surface du support se trouvera la deuxième couche de l'émulsion noircie?

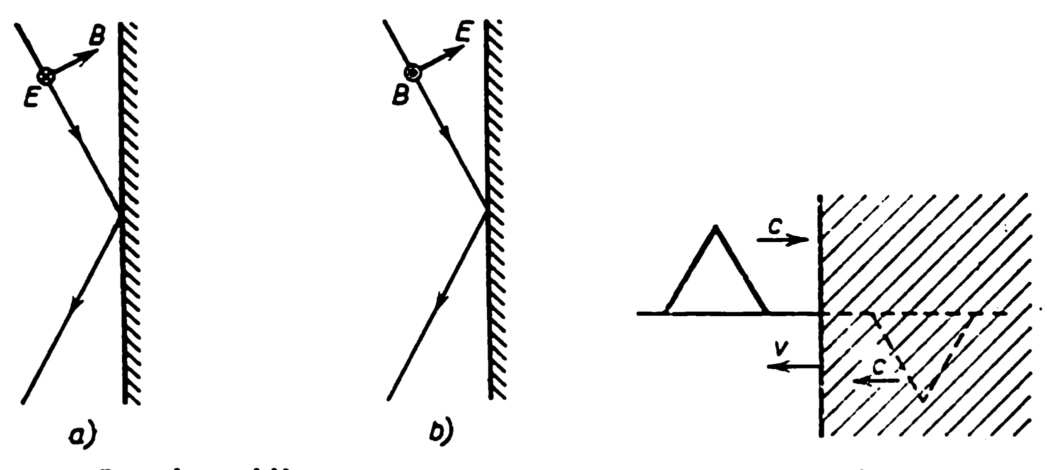
12.1.21. Une onde électromagnétique plane tombe sous incidence normale sur la surface d'une paroi métallique. L'intensité du champ électrique de l'onde est E. Déterminer en SI et en CGS la densité linéique de courant dans la paroi et la pression de l'onde sur cette paroi.

12.1.22. L'amplitude de l'intensité du champ électrique d'une onde sinusoïdale plane est égale à E_0. Quelle pression moyenne exerce cette onde sur une paroi métallique plane tombant sur cette dernière sous incidence normale?

12.1.23. A quoi est égale, près de la Terre, la pression sur une surface brillante du rayonnement solaire qui tombe sur cette surface sous incidence normale? Lorsque le rayonnement tombe sur le miroir sous un angle de 30°? La densité du flux d'énergie du rayonnement solaire est égale à 600 W/m².

12.1.24*. Evaluer la dimension maximale de grains de poussière d'aluminium qui s'éloigneraient du Soleil dans l'espace cosmique sous pression du rayonnement solaire.

◇ **12.1.25.** En utilisant la méthode exposée dans le problème 12.1.19, démontrer que l'angle d'incidence d'une onde électromagnétique



Pour le problème 12.1.25

Pour le problème 12.1.27

est égal à l'angle de réflexion. Considérer les cas: a) le vecteur ***E*** de l'onde électromagnétique tombant sur le métal est parallèle à la surface métallique; b) le vecteur ***B*** de l'onde électromagnétique est parallèle à la surface métallique.

12.1.26. La pression moyenne d'une onde sinusoïdale plane qui tombe sous un angle α sur une surface métallique est égale à P. Déterminer l'amplitude de l'intensité du champ électrique de cette onde.

◇ **12.1.27*.** La méthode des ondes fictives (voir le problème 12.1.19) peut également être utilisée pour la résolution d'un problème sur la réflexion d'une onde électromagnétique par une surface métalli-

que qui se déplace à une vitesse v. Pour résoudre ce problème il faut choisir une onde fictive de façon qu'en entrant dans la région en dehors du métal et en devenant réelle, elle donne en CGS, en se superposant sur l'onde incidente, une intensité du champ électrique qui est v/c fois plus petite que l'induction du champ magnétique. Expliquer cette condition.

12.1.28*. Une onde électromagnétique plane tombe sous incidence normale sur une paroi métallique qui se déplace à une vitesse v. L'intensité du champ électrique de l'onde est E. Quelle pression, en SI et en CGS, exerce l'onde sur la paroi ?

12.1.29. La fréquence d'une onde sinusoïdale qui tombe sur une paroi métallique mobile sous incidence normale à sa surface varie de Δ lors de la réflexion. La fréquence initiale de l'onde est ν_0. Déterminer la vitesse de la paroi.

12.1.30. L'amplitude d'une onde augmente de k fois lors de sa réflexion sur une paroi métallique qui se déplace à sa rencontre. Déterminer la vitesse de la paroi.

12.1.31. Pourquoi lors du passage d'une onde électromagnétique à travers une frontière plane vide-milieu non conducteur: a) la composante de l'intensité du champ électrique, qui est normale à la frontière, diminue-t-elle de ε fois tandis que la composante parallèle, elle, ne varie pas; b) la composante de l'induction du champ magnétique, qui est normale à la frontière, ne varie-t-elle pas tandis que la composante parallèle augmente, elle, de μ fois? ε est la permittivité diélectrique du milieu, μ sa perméabilité magnétique.

12.1.32. Comment varie la phase d'une onde réfléchie sur une surface plane de séparation de deux diélectriques de permittivités ε_1 et ε_2 dans le cas où $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$? dans le cas où $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$? L'onde tombe normalement au plan de séparation.

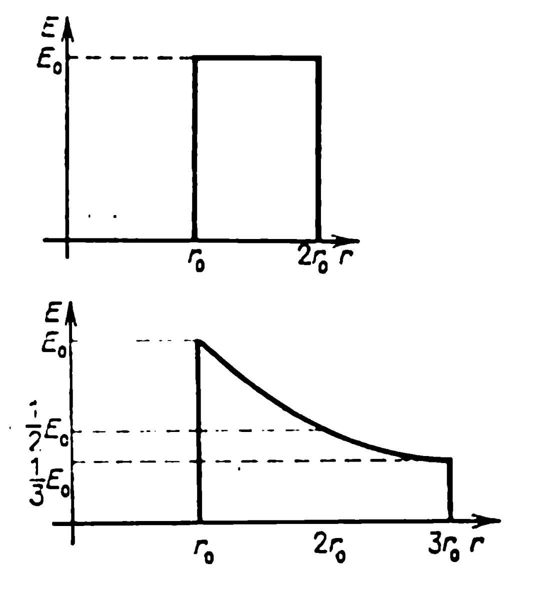
12.1.33. A l'aide de la loi de la conservation de l'énergie montrer que dans une onde sphérique qui est émise par une source ponctuelle l'amplitude de l'intensité d'un champ électrique et celle de l'induction d'un champ magnétique diminuent en raison inverse de la distance à la source, si l'énergie de l'onde n'est pas absorbée par un milieu.

◇ **12.1.34.** Le dessin représente la distribution du champ électrique de deux ondes sphériques progressives à la date 0. Représenter la distribution du champ électrique à la date r_0/c. Quelle est la distribution du champ électrique à $t \to \infty$? Déterminer l'énergie de ces champs.

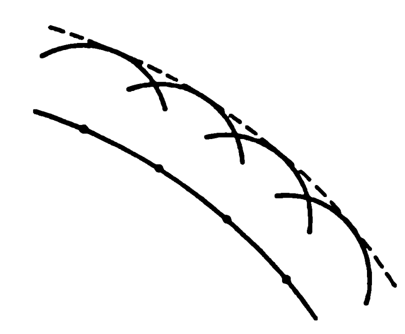
§ 12.2. Propagation des ondes électromagnétiques

◇ **12.2.1.** Selon le principe de Huygens-Fresnel chaque portion du front d'onde est une source d'onde sphérique secondaire. L'enveloppe de ces ondes donne un nouveau front d'onde. En utilisant

ce principe, montrer que: a) le front plan d'onde électromagnétique se déplace à la vitesse de la lumière c dans une direction normale au



Pour le problème 12.1.34

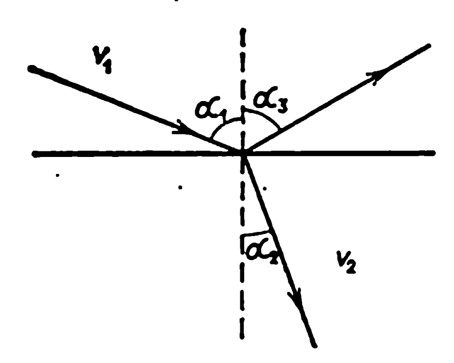


Pour le problème 12.2.1

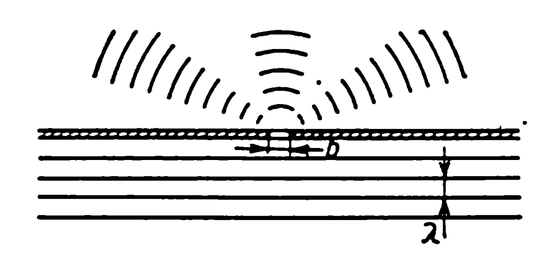
plan du front; b) le rayon du front sphérique croît de τc au cours d'un temps τ.

12.2.2. Comment varient la longueur et la vitesse d'une onde lorsqu'elle passe dans un milieu d'indice n? La fréquence de l'onde varie-t-elle?

◇ **12.2.3.** A l'aide du principe de Huygens-Fresnel, démontrer que lorsqu'une onde plane tombe sur une surface de séparation de deux milieux: a) l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion



Pour le problème 12.2.3



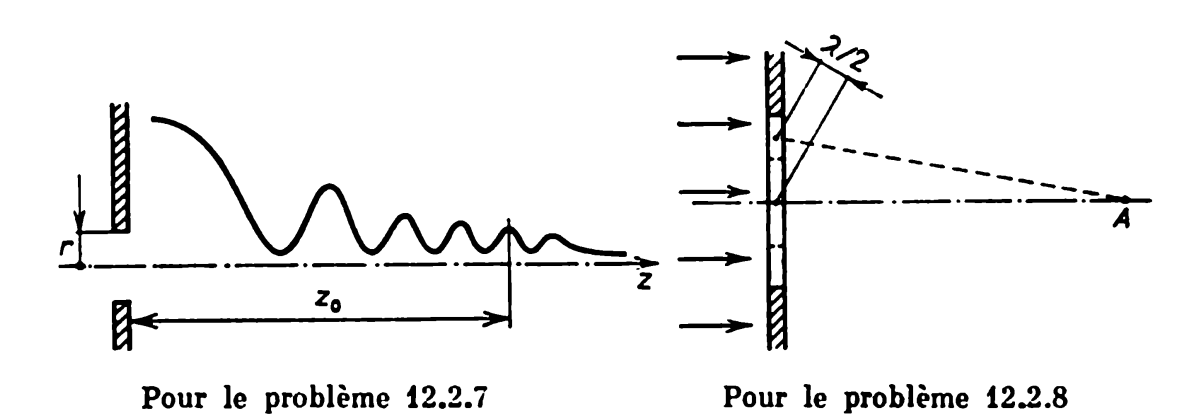
Pour le problème 12.2.4

($\alpha_1 = \alpha_3$); b) le rapport du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de réfraction est égal au rapport de la vitesse de propagation de l'onde dans le premier milieu à sa vitesse de propagation dans le second milieu ($\sin \alpha_1/\sin \alpha_2 = v_1/v_2$).

◇ 12.2.4. Trouver les angles qui déterminent les directions des minimums de rayonnement si une onde plane tombe sous incidence normale sur une fente de largeur b. La longueur d'onde $\lambda < b$.

12.2.5. La largeur des traits d'un réseau de diffraction est notablement inférieure à la longueur d'onde. De combien de fois augmente l'intensité de rayonnement dans la direction du maximum de rayonnement, si le nombre de traits du réseau de diffraction est augmenté de k fois?

12.2.6. Un pinceau de rayonnement K_α du cuivre ($\lambda = 1{,}541 \times 10^{-10}$ m) tombe sur un réseau de diffraction en verre, qui a 200 lignes par 1 mm et qui est recouvert d'une mince couche d'or, sous un



Pour le problème 12.2.7 Pour le problème 12.2.8

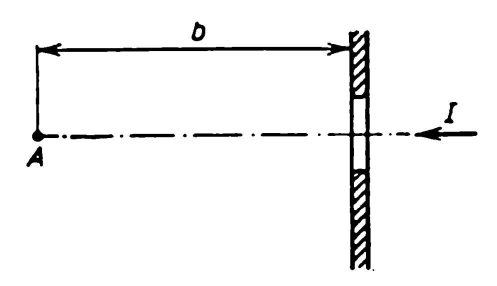
angle de 20′ par rapport à sa surface. Déterminer la différence des angles de réflexion entre les pinceaux d'ordre 1 et d'ordre zéro.

◇ 12.2.7. Une onde sinusoïdale plane tombe sur un orifice de rayon r normalement à son plan. La longueur d'onde $\lambda \ll r$. L'intensité d'onde sur l'axe de l'orifice varie périodiquement. A quelle distance de son centre se trouve le dernier maximum? Déterminer la distance entre les maximums d'intensité à une distance z_0 du centre de l'orifice si $r^2/\lambda \gg z_0 \gg r$.

◇ 12.2.8. Si un orifice rond (par exemple le diaphragme-iris) augmente de façon que son rayon, qui était égal au rayon d'une zone de Fresnel, atteigne le rayon de deux zones, l'intensité de rayonnement diminue notablement en un point A en tombant à zéro, bien que le flux de rayonnement à travers cet orifice augmente presque de deux fois. Comment concordent ces deux faits?

12.2.9*. Un faisceau cylindrique de lumière tombe sur un écran qui est muni d'un orifice rond. Le rayon de ce dernier coïncide avec celui de la zone centrale de Fresnel pour un point A (voir le dessin pour le problème précédent). En utilisant la méthode graphique, déterminer de combien de fois l'intensité de la lumière provenant de la zone centrale est plus grande que l'intensité de la lumière arrivant au même point en l'absence d'écran.

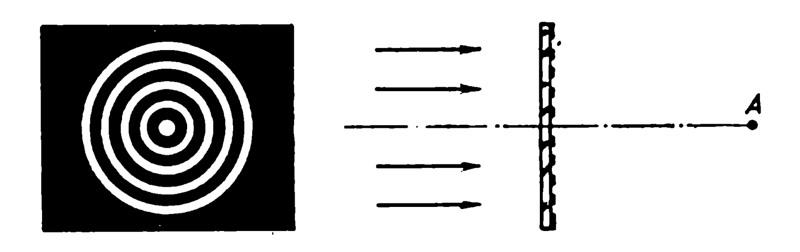
◇ **12.2.10.** Représenter sur le graphique la variation de l'intensité lumineuse en un point A en fonction du rayon d'un orifice qui limite



Pour le problème 12.2.10

le flux cylindrique de rayonnement de longueur d'onde λ. La distance du point A au centre de l'orifice est b. L'intensité de rayonnement dans le flux est I.

◇ **12.2.11*.** a. Le dessin représente une plaque de verre plane avec des portions annulaires noircies. Cette plaque ferme le passage au faisceau cylindrique de lumière monochromatique de longueur d'on-



Pour le problème 12.2.11

de λ. On voit que les anneaux noircis de la plaque coïncident avec les zones paires de Fresnel pour un point axial A. Comment varie l'intensité lumineuse en ce point?

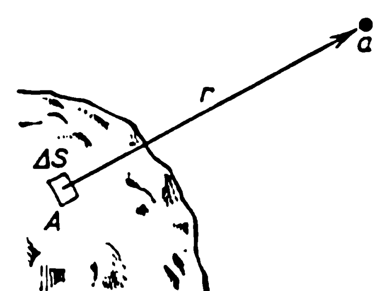
b. On ferme le passage d'un faisceau cylindrique de lumière monochromatique par une plaque dans laquelle les portions annulaires noircies sont remplacées par des couches de diélectrique qui font varier la phase de l'onde transmise de π. Comment varie, dans ce cas, l'intensité lumineuse au point A?

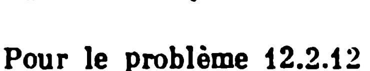
◇ **12.2.12*.** Calculer l'amplitude a d'une onde secondaire élémentaire de Huygens-Fresnel. (L'amplitude a est proportionnelle à l'amplitude A d'une onde primaire qui a atteint un élément ΔS, à la surface de cet élément, et est inversement proportionnelle à r, i.e. $a = cA\ \Delta S/r$. Pour déterminer c, comparer l'amplitude d'une onde plane en un point quelconque avec l'amplitude calculée d'après la méthode de Fresnel en ce même point lorsqu'on prend pour surface auxiliaire le front d'onde plane.)

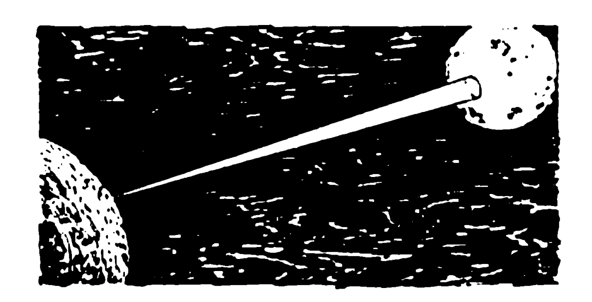
◇ **12.2.13.** a. Evaluer la dimension du spot lumineux qu'un rayon laser laisse sur la Lune. Le laser se trouve sur Terre, le rayon de son faisceau est de 10 cm, la longueur d'onde de 10^{-5} cm. (La frontière du spot est évaluée à partir de la condition que dans la région du spot les rayons émis par différentes portions d'onde ne s'éteignent pas les uns les autres.)

b. Evaluer les dimensions de l'antenne d'un radar qui émet des ondes électromagnétiques de 3 cm à l'intérieur d'un angle de 0,01 rad.

12.2.14. Evaluer la dimension minimale d'un objet qui se trouve sur la surface terrestre et que l'on peut photographier à partir d'un




Pour le problème 12.2.12



Pour le problème 12.2.13

satellite se trouvant à une altitude de 200 km, ainsi que la dimension minimale d'objets se trouvant sur la Lune et sur Mars et que l'on peut photographier depuis une orbite circumterrestre. Le pouvoir résolvant d'une pellicule photographique ne limite pas la netteté d'une image.

12.2.15. a. Le filament incandescent d'une lampe électrique a une nuance rouge si on l'envisage à travers la surface dépolie d'un plafonnier. Expliquer ce phénomène.

b. Pourquoi la lumière rouge est-elle moins diffusée par le brouillard ?

c. Pourquoi, de jour, le ciel est-il bleu ?

CHAPITRE 13

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. PHOTOMÉTRIE. NATURE QUANTIQUE DE LA LUMIÈRE

§ 13.1. Propagation rectiligne et réflexion de la lumière

13.1.1. Déterminer la zone d'ombre absolue projetée par un crayon rond si la source de lumière est une lampe à gaz cylindrique. Le crayon et la lampe sont disposés parallèlement l'un à l'autre.

13.1.2. Une lampe électrique dépolie ayant la forme d'une sphère de 6 cm de diamètre éclaire un globe terrestre de 26 cm de diamètre. Déterminer le diamètre de l'ombre absolue et de la pénombre que projette le globe sur un mur. La distance du globe à la lampe est de 1 m et au mur de 2 m.

13.1.3. « La chambre dans laquelle entra Ivan Ivanovitch était tout à fait sombre car les volets étaient fermés et le rayon de soleil qui passait par un trou dans le volet ... et tombait sur le mur opposé y dessinait un paysage bigarré ... de toits, d'arbres et de vêtements étendus, le tout sous une forme renversée » (*N. Gogol*, « la Querelle d'Ivan Ivanovitch et d'Ivan Nikiforovitch »). Expliquer ce phénomène.

13.1.4. Un petit trou s'est formé dans les stores abaissés de la chambre. Un rayon de soleil passe à travers ce trou et un « spot » rond commença à glisser sur un mur. Pourquoi la forme du spot lumineux ne dépend-elle pas de celle du trou (triangulaire, carrée)? (Le même effet peut être observé à l'aide d'un petit fragment de miroir.)

13.1.5. Construire l'image d'un objet dans un miroir plan. L'image se trouve renversée de droite à gauche par rapport à l'objet. Pourquoi le miroir ne renverse-t-il pas l'image de haut vers le bas?

13.1.6. Un homme est de taille h. De quelle hauteur minimale doit-il prendre un miroir pour pouvoir se voir de la tête aux pieds?

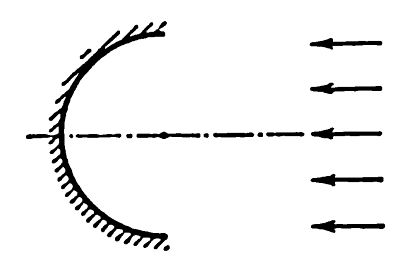
13.1.7. Une jeune fille, qui a oublié l'optique géométrique, se regarde dans un petit miroir. Pour voir en même temps la plus grande partie de son image, tantôt elle rapproche le miroir tout contre son visage, tantôt elle l'éloigne. Expliquer à cette jeune fille comment varie la dimension de la partie visible du visage en fonction de la distance au miroir.

13.1.8. Construire l'image d'un objet dans un miroir dièdre dont l'angle au sommet est de 90°. En quoi diffère cette image de celle qui

est obtenue dans un miroir plan? Le miroir se trouve dans un coin de la chambre. De quels endroits de la chambre peut-on y voir son image?

13.1.9. Trois miroirs rectangulaires de même dimension composent un prisme trièdre à surface intérieure réfléchissante. Construire l'image d'un objet disposé à l'intérieur de ce prisme.

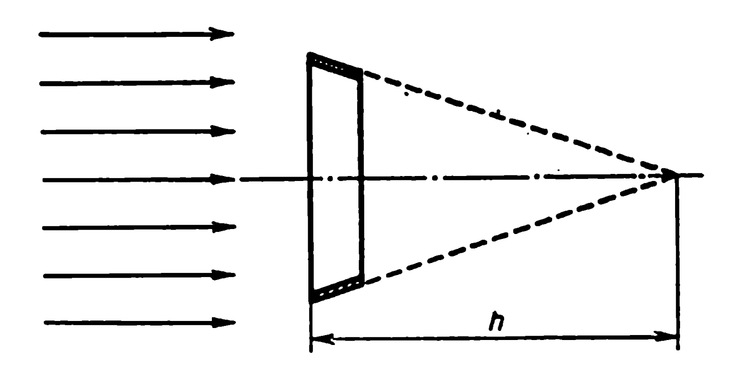
◇ **13.1.10*.** Un miroir demi-cylindrique est placé dans un large faisceau lumineux qui va parallèlement au plan de symétrie du miroir. Trouver l'angle maximal entre les rayons dans le faisceau qui est réfléchi par le miroir (l'angle de divergence).



Pour le problème 13.1.10

13.1.11. Si l'on place un tube à surface intérieure lisse entre une source ponctuelle et un écran, un système d'anneaux concentriques apparaît sur l'écran. Expliquer la cause de leur apparition.

◇ **13.1.12.** Du côté de la base d'un cône creux de hauteur h et de petit angle au sommet on a découpé un petit anneau que l'on a ensuite placé dans un faisceau lumineux cylindrique, la partie large étant tournée vers ce faisceau. A quelle distance de l'anneau se focalisent les rayons lumineux qui sont réfléchis sur ce dernier?



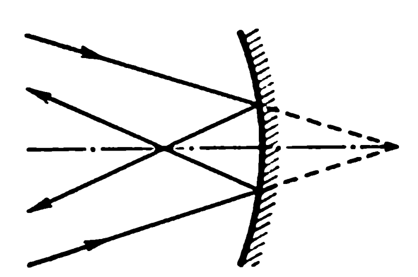
Pour le problème 13.1.12

13.1.13. Déterminer la distance focale d'un miroir sphérique de rayon R.

13.1.14. Montrer que si les distances d'un objet et de son image au foyer d'un miroir concave sont respectivement égales à l_1 et à l_2, on a $l_1 l_2 = f^2$, où f est la distance focale du miroir.

13.1.15. Un objet est situé sur l'axe optique principal d'un miroir concave à une distance de 60 cm du pôle du miroir. Déterminer la distance focale du miroir si l'image de l'objet est réelle et agrandie de 1,5 fois.

◇ **13.1.16.** Un faisceau conique convergent de rayons lumineux tombe sur un miroir concave. A quelle distance du foyer se coupent

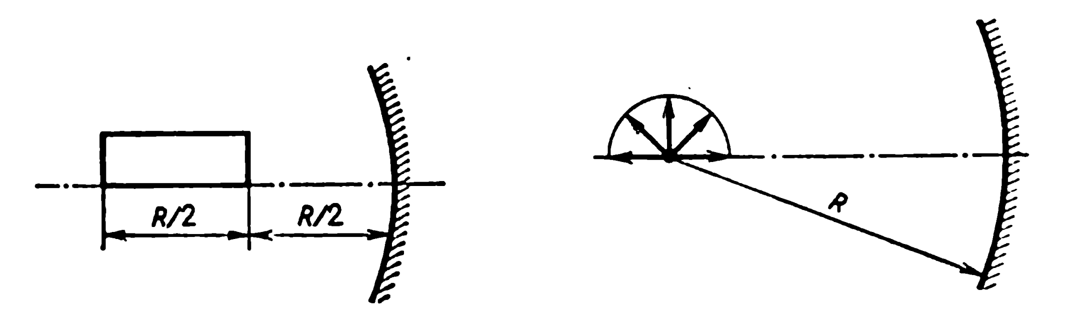


Pour le problème 13.1.16

les rayons réfléchis si le rayon du miroir est de 80 cm et que le prolongement des rayons coupe l'axe optique principal à une distance de 40 cm du miroir?

13.1.17. L'image réelle d'un objet dans un miroir concave dépasse en dimension l'objet de trois fois. Après avoir éloigné cet objet de 80 cm du miroir, son image devient deux fois plus petite que l'objet. Trouver la distance focale du miroir.

◇ **13.1.18.** Construire l'image d'un rectangle dont le grand côté $R/2$ est situé sur l'axe d'un miroir sphérique de rayon de courbure R.



Pour le problème 13.1.18 Pour le problème 13.1.19

Le côté avant du rectangle se trouve à une distance $R/2$ du pôle du miroir.

◇ **13.1.19.** Construire l'image d'un faisceau de flèches issues du centre de courbure d'un miroir sphérique. Les extrémités des flèches se situent sur un demi-cercle.

13.1.20*. De quelle forme doit être une surface réfléchissante pour qu'elle rassemble tous les rayons parallèles en un seul point?

§ 13.2. Réfraction de la lumière. Formule de la lentille

13.2.1. Un poisson voit le Soleil sous un angle de 60° par rapport à la surface de l'eau. Quelle est la vraie hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon? L'indice de réfraction de l'eau est égal à 1,33.

13.2.2. a. La profondeur apparente d'un réservoir est de 3 m. Quelle est sa profondeur réelle?

b. Un avion vole à une altitude de 3 km au-dessus d'un sous-marin plongé à une petite profondeur. Quelle est l'altitude apparente de l'avion vu du sous-marin?

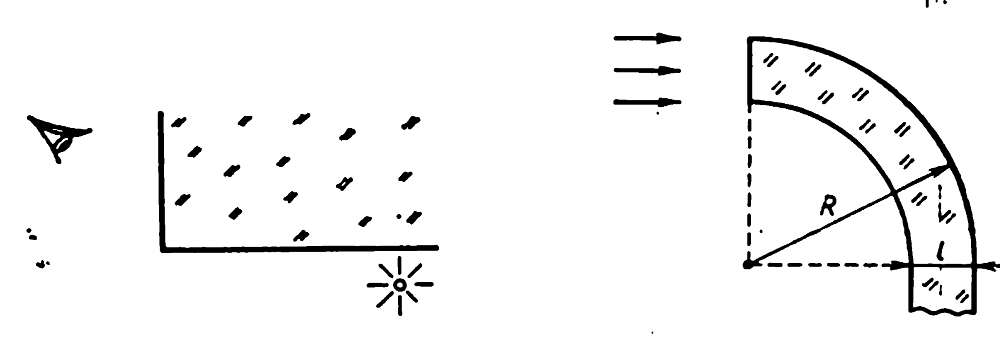
13.2.3. Un escargot se trouve sur la paroi postérieure d'un aquarium rectangulaire de largeur l. De combien de fois varie la dimension angulaire apparente de l'escargot si l'aquarium est vidé? L'observateur se trouve à une distance L de l'aquarium.

13.2.4. L'indice de réfraction relatif à la frontière air-verre est égal à 1,5 et à 1,33, à la frontière air-eau. A quoi est-il égal à la frontière eau-verre?

13.2.5. a. Déterminer l'angle de réflexion interne totale pour un diamant ($n_d = 2,4$), pour l'eau ($n_e = 1,33$) et pour un diamant se trouvant dans l'eau.

b. Pourquoi les petites bulles d'air semblent-elles argentées dans l'eau?

◇ **13.2.6.** Peut-on voir quelque chose à travers deux faces contiguës d'un cube en verre? L'indice de réfraction du verre est égal à 1,5.

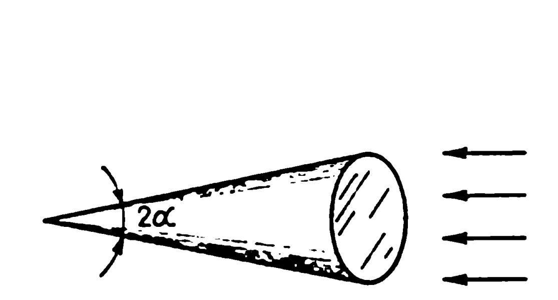


Pour le problème 13.2.6 Pour le problème 13.2.7

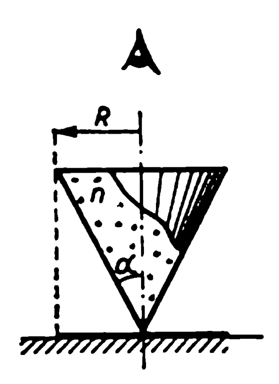
◇ **13.2.7.** Quel doit être le rayon de courbure extérieur d'un guide de lumière fait avec une substance transparente d'indice n pour que, pour un diamètre de ce guide égal à l, la lumière qui entre dans le guide perpendiculairement au plan de sa section droite, se propage sans sortir à l'extérieur à travers la surface latérale?

◇ **13.2.8.** Avec du plexiglas on a fabriqué un cône d'angle au sommet 2α. Un faisceau lumineux cylindrique tombe sur la base du cône. Décrire le comportement de la lumière. L'indice de réfraction du plexiglas est égal à 1,5.

◇ **13.2.9.** Un disque de rayon R est noirci sur une surface horizontale. Au centre du disque se trouve, en position verticale, un cône de verre qui s'appuie par le sommet sur son centre. L'indice de réfraction du verre $n > 1,5$. L'angle d'ouverture du cône $2\alpha = 60°$,



Pour le problème 13.2.8

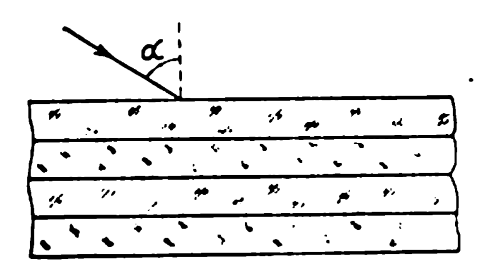


Pour le problème 13.2.9

le rayon de sa base est R. Le disque est vu d'une grande distance le long de l'axe du cône. Quel est son rayon apparent?

13.2.10*. Si un tube capillaire est vu de côté, le rayon intérieur apparent sera égal à r. Quel est le rayon intérieur réel? L'indice de réfraction du verre est n.

◇ **13.2.11.** Quel doit être l'angle d'incidence minimal d'un rayon lumineux tombant sur une pile de lames transparentes dont chacune



Pour le problème 13.2.11

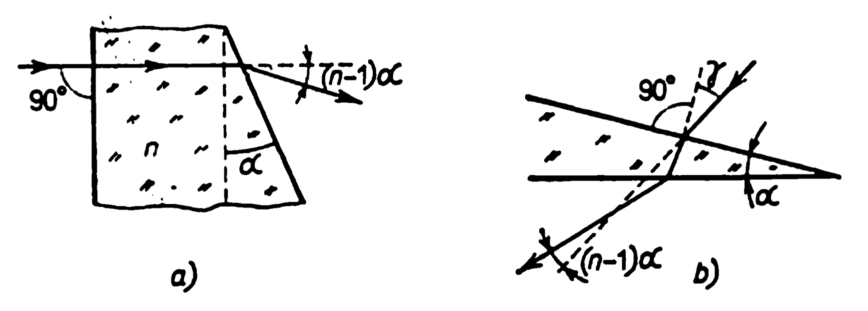
a un indice de réfraction k fois plus petit que celui d'une lame susjacente, pour que le rayon ne passe pas à travers la pile? L'indice de réfraction de la lame supérieure est n, le nombre de lames N.

13.2.12. L'indice de réfraction de l'atmosphère d'une planète diminue avec l'altitude h au-dessus de sa surface selon la loi $n = n_0 - \alpha h$ pour $h \ll n/\alpha$. Le rayon de la planète est R. Trouver à quelle altitude au-dessus de la surface de la planète le rayon qui est émis horizontalement contourne cette planète en restant toujours à cette altitude.

13.2.13. Comment est le monde environnant du point de vue d'un poisson?

◇ **13.2.14.** a. Un rayon lumineux qui est perpendiculaire à la face antérieure d'un coin de petit angle au sommet α passe à travers ce coin. Démontrer que l'angle de déviation du rayon par rapport à la direction initiale est à peu près égal à $(n-1)\alpha$. L'indice de réfraction du coin est n.

◇ b. Un rayon lumineux passe à travers un coin de petit angle au sommet α et tombe, sous un petit angle γ par rapport à la normale, sur la surface antérieure du coin. Démontrer que l'angle de dévia-



Pour le problème 13.2.14

tion du rayon lumineux par rapport à la direction initiale est approximativement égal à $(n-1)\alpha$. L'indice de réfraction du coin est n.

c. Déduire la formule de la distance focale d'une lentille mince. Les rayons de courbure des surfaces de la lentille sont R_1 et R_2, l'indice de réfraction du matériau dont est faite la lentille est n.

13.2.15. a. Trouver la distance focale d'une lentille biconvexe d'un rayon de courbure de 30 cm qui est fabriquée avec du verre dont l'indice de réfraction est égal à 1,6. A quoi est égale la vergence de la lentille?

b. Une des surfaces d'une lentille taillée dans un verre d'indice de réfraction 1,6 est plane, l'autre est sphérique. La vergence de la lentille est de 1 dioptrie. Déterminer le rayon de courbure de la surface sphérique de la lentille.

13.2.16. Avec un verre d'indice 1,61 on a fabriqué une lentille biconvexe dont les deux surfaces ont le même rayon de courbure. La vergence de la lentille dans l'eau est égale à 1,6 dioptrie. Trouver le rayon de courbure des surfaces de la lentille.

13.2.17*. Une lentille de distance focale f et de rayon de courbure r est encastrée dans une paroi d'un aquarium. L'indice de réfraction de l'eau est n. Déterminer à quelle distance de la lentille est focalisé un faisceau lumineux cylindrique: a) entrant dans l'aquarium; b) émergeant de l'aquarium.

13.2.18. Déterminer la distance focale d'une portion de sphère en verre à parois minces de rayon R et d'épaisseur δ. L'indice de réfraction du verre est n.

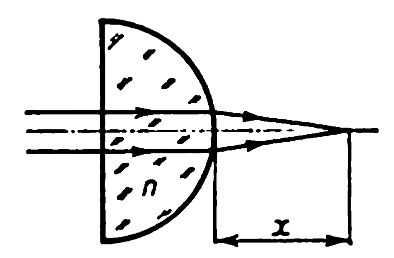
13.2.19. Une plaque plan-parallèle est constituée par deux coins en verre de petit angle α. Les indices de réfraction des coins sont

respectivement n_1 et n_2. Un faisceau lumineux cylindrique tombe sur la plaque sous incidence normale à sa surface. Une lentille convergente de distance focale f est disposée derrière la plaque. Dans le plan focal de la lentille il y a un écran. De combien se déplace un point lumineux sur l'écran si on enlève la plaque?

13.2.20*. Sur la surface plane d'un demi-cylindre en verre tombent sous un angle de 45° des rayons lumineux situés dans le plan normal à l'axe du demi-cylindre. De quelle partie de la surface latérale du demi-cylindre émergent les rayons lumineux? L'indice de réfraction du verre est n.

13.2.21*. Un pinceau lumineux qui passe par le centre d'une sphère en verre de rayon R est focalisé à une distance $2R$ de son centre. Déterminer l'indice de réfraction du verre.

13.2.22. Sur un mince ballon sphérique placé dans un liquide tombe un pinceau lumineux cylindrique de façon que l'axe du pinceau passe par le centre du ballon. Sur le côté opposé du ballon le pinceau a un diamètre deux fois plus grand que celui du pinceau incident. Quel est l'indice de réfraction du liquide où se trouve le ballon?



Pour le problème 13.2.23

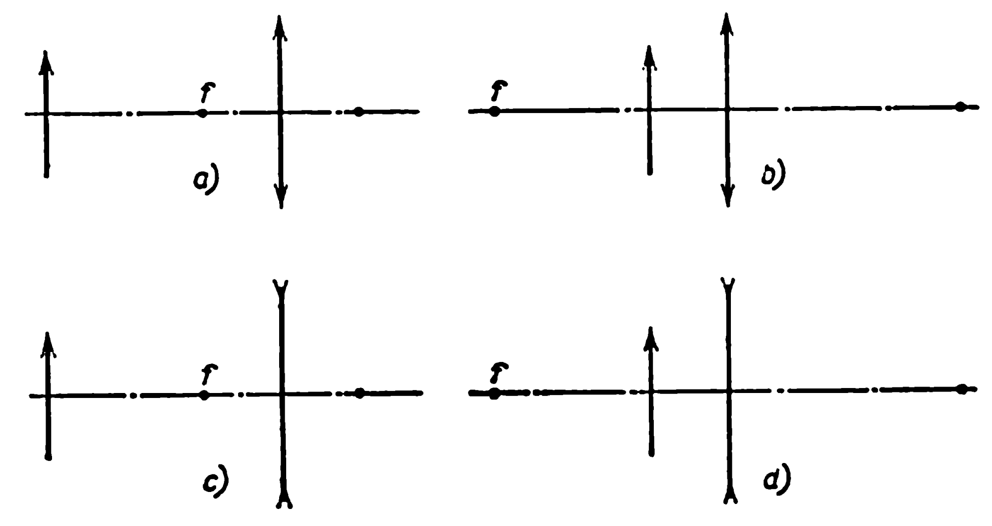
◇ **13.2.23.** En passant par une demi-boule en verre d'indice n, un pinceau lumineux se focalise à une distance x de la surface convexe. A quelle distance de sa surface plane sont focalisés les rayons si le pinceau est émis du côté opposé?

§ 13.3. Systèmes optiques

◇ **13.3.1.** Les dessins représentent, à une échelle déterminée, des objets et les foyers de lentilles. Construire les images de ces objets. A quoi est égal le grandissement dans chaque cas?

◇ **13.3.2.** Construire les images des flèches.

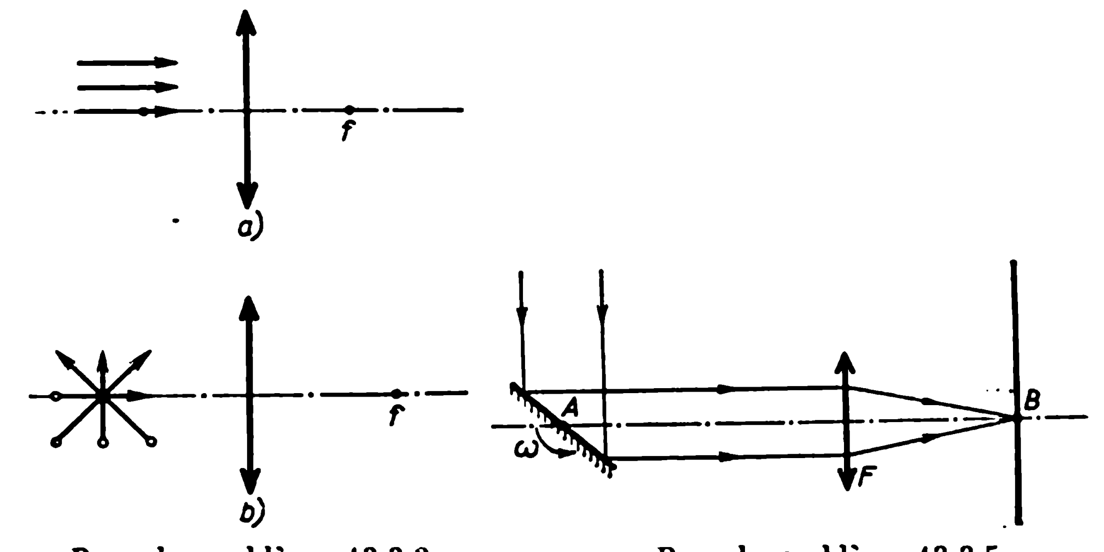
13.3.3. Une source lumineuse se trouve à une distance de 90 cm d'un écran. Une lentille convergente mince disposée entre l'écran et la source donne une image nette de la source sur l'écran en deux positions. Déterminer la distance focale de la lentille si la distance entre les positions de la lentille qui donnent une image nette est de 30 cm.



Pour le problème 13.3.1

13.3.4. A quelle distance d'une lentille se trouve un objet si la distance entre l'objet et son image réelle est minimale? La distance focale de la lentille est f.

◇ **13.3.5.** Sur l'axe optique AB d'une lentille convergente se trouve un petit miroir plan qui tourne à une vitesse angulaire ω autour



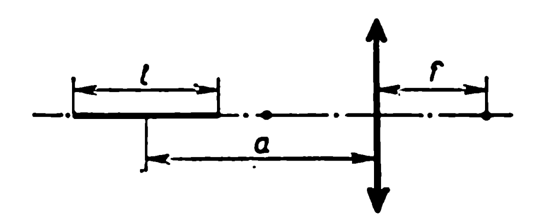
Pour le problème 13.3.2 Pour le problème 13.3.5

d'un axe passant par le point A et normal au plan du dessin. Sur le miroir tombe un faisceau de rayons parallèles qui, après réflexion, est focalisé sur un écran. La distance focale de la lentille est f. Trouver la vitesse du spot lumineux sur l'écran au moment où il traverse l'axe optique. Le plan de l'écran est normal à l'axe optique.

◇ **13.3.6.** Un objet ayant la forme d'un segment de longueur l est disposé le long de l'axe optique d'une lentille convergente de distance

focale f qui donne une image réelle de tous ses points. Le point milieu du segment se trouve à une distance a de la lentille. Déterminer le grandissement longitudinal de l'objet.

13.3.7. L'image d'un objet, qui est obtenue sur la plaque en verre dépoli d'un appareil photographique, a une hauteur de 30 mm



Pour le problème 13.3.6

si cet objet est photographié à une distance de 15 m, et sa hauteur est de 51 mm s'il est photographié à une distance de 9 m. Trouver la distance focale de l'objectif.

13.3.8. Pendant combien de temps peut être ouvert l'obturateur d'un appareil photographique lorsqu'on photographie un plongeon de haut vol ? On prend la photo au moment d'entrée dans l'eau. La hauteur de la plate-forme est de 5 m, le photographe se trouve à une distance de 10 m du plongeur. L'objectif de l'appareil a une distance focale de 10 cm, le flou admissible de l'image sur le négatif est de 0,5 mm.

13.3.9. Un objet à filmer se déplace vers la caméra à une vitesse v. A quelle vitesse faut-il changer la distance focale de l'objectif et la profondeur de la caméra pour que la dimension de l'image reste inchangée, si le grandissement assuré par la caméra est égal à k?

13.3.10. En photographiant la Lune on obtient une image floue sous la forme d'un disque de rayon r_1. L'image nette de la Lune aurait un rayon r_2. Déterminer la distance de laquelle il faut déplacer une plaque photographique pour que l'image obtenue soit nette. La distance focale de la lentille est f, le diamètre est D, $r_1 > D/2 > r_2$. On admettra que la région de l'image est la région où la lumière tombe sur la plaque photographique.

13.3.11*. L'image qu'on obtient d'objets éloignés à une distance de 2 à 4 m d'un appareil photographique est assez nette avec un diaphragme de 4. Déterminer la profondeur de foyer avec un diaphragme de 2 et de 8.

13.3.12. Quelles lunettes faut-il prescrire à un myope qui peut lire un texte éloigné de ses yeux de 20 cm au maximum et quelles lunettes faut-il prescrire à une personne presbyte qui peut lire un texte éloigné de ses yeux de 50 cm au minimum?

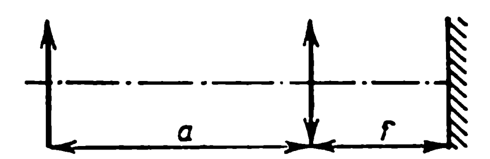
13.3.13. Un homme qui a une vision normale dans l'eau est-il myope ou presbyte?

13.3.14. On sait que si l'on pratique avec soin un petit orifice dans une feuille de papier noir, on peut voir à travers cet orifice de petits objets avec le grossissement de plusieurs fois. Expliquer ce phénomène.

13.3.15. Une inscription « $\times 10$ » faite sur la monture d'une loupe signifie que cette loupe agrandit la dimension angulaire d'un objet considéré de 10 fois. Déterminer sa distance focale.

13.3.16*. La pointe d'un cône d'angle 2α est considérée à travers une lentille de distance focale f située à une distance a du sommet de ce cône ($a < f$). Quel est l'angle du cône vu à travers la lentille? L'axe de la lentille passe par l'axe de symétrie du cône.

13.3.17. Déterminer le grandissement maximal avec lequel on voit un poisson qui se trouve dans un aquarium sphérique.



Pour le problème 13.3.18

◇ **13.3.18.** a. Un miroir plan est disposé à une distance focale f d'une lentille. Trouver à quelle distance de la lentille se trouvent les images d'un objet situé à une distance a de la lentille.

b. La face plane d'une lentille plan-convexe de distance focale f est argentée. Trouver la distance focale du miroir obtenu.

13.3.19. La distance focale de deux lentilles minces est respectivement égale à f_1 et f_2. Quelle est la distance focale du système de ces deux lentilles accolées? A quoi est égale la vergence de ce système?

13.3.20. Un système se compose de deux lentilles identiques d'axe optique commun. La distance entre les lentilles est l, la distance focale des lentilles f. Trouver la distance focale du système, si $l \ll f$.

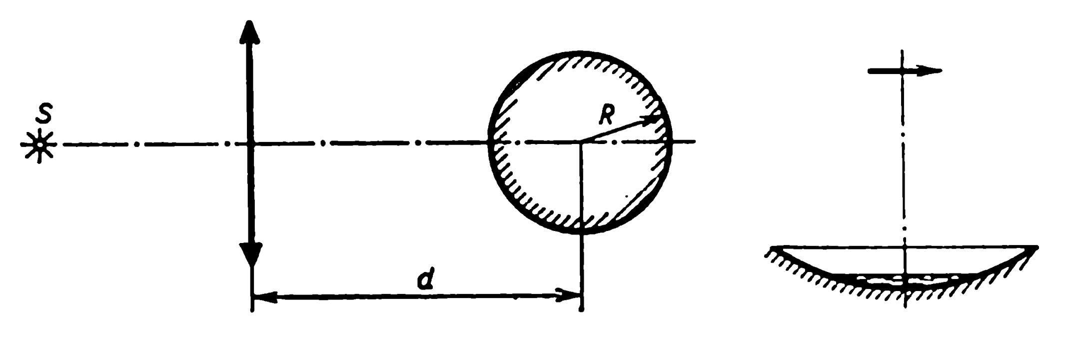
13.3.21. Deux lentilles d'une distance focale de 30 cm sont distantes de 15 cm l'une de l'autre. Trouver pour quelles positions d'un objet le système donne une image réelle.

13.3.22. Une lentille divergente d'une distance focale de 0,6 m est disposée de façon que l'un de ses foyers coïncide avec le pôle d'un miroir concave. Déterminer la distance focale du miroir en sachant que le système donne une image virtuelle d'un objet placé à n'importe quelle distance devant la lentille. L'image est créée par des rayons qui passent pour la deuxième fois à travers la lentille après réflexion sur le miroir.

◇ **13.3.23.** Un système optique est constitué par une lentille convergente de distance focale f et par une bille brillante de rayon R

dont le centre se situe sur l'axe optique de la lentille à une distance d de cette dernière. Quelle doit être la distance de la lentille à une source ponctuelle S disposée sur l'axe optique du système pour que l'image de la source coïncide avec la source elle-même.

◇ **13.3.24*.** Un miroir sphérique concave de rayon R donne d'une source une image qui coïncide avec la source elle-même. On verse



Pour le problème 13.3.23 Pour le problème 13.3.24

un peu de liquide dans le miroir et on voit apparaître entre la source et le miroir, une deuxième image située à une distance l de la source ($l < R$). Trouver l'indice de réfraction du liquide.

13.3.25*. Deux lentilles minces plan-convexes, dont chacune a dans l'air une distance focale f, sont serties de façon que leurs surfaces convexes soient en contact. Déterminer la distance focale de ce système placé dans un liquide d'indice n. On admettra que le liquide ne pénètre pas à l'intérieur de la monture. Comment change la réponse si le liquide pénètre entre les lentilles? L'indice de réfraction du verre dans lequel sont taillées les lentilles est n_0.

13.3.26. L'image de la Lune obtenue à l'aide d'un télescope est fixée, dans le premier cas, directement sur une pellicule photographique et, dans le second cas, est photographié à l'aide d'une caméra de profondeur l et dont l'objectif a une distance focale f. De combien de fois diffèrent les dimensions de l'image?

13.3.27. La distance focale de l'objectif d'un télescope est f. De combien de fois varie son grandissement angulaire lorsqu'on observe des objets qui sont éloignés du télescope à une distance finie a?

13.3.28. Un microscope possède un objectif et un oculaire de distances focales respectives f_1 et f_2. De combien varie le grossissement du microscope si la distance entre l'objectif et l'oculaire est augmentée de l? De combien de fois varie le grossissement du microscope si toutes ses dimensions, y compris celles des lentilles, sont modifiées de k fois?

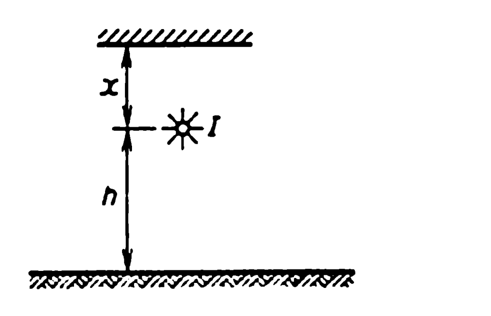
§ 13.4. Photométrie

13.4.1. Selon les normes, l'éclairement d'un poste de travail pour de menus travaux doit être de 100 lx au minimum. A quelle hauteur maximale par rapport au poste de travail doit être placée une lampe dont l'intensité lumineuse est de 100 cd?

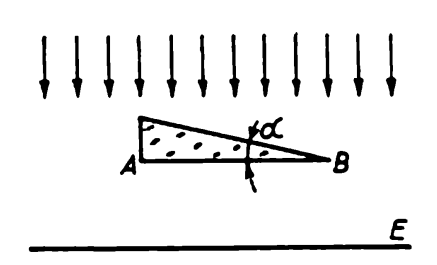
13.4.2. L'éclairement d'une surface plane au point le plus proche d'une source lumineuse ponctuelle est de 200 lx. Quel est l'éclairement aux points où l'angle d'incidence d'un rayon par rapport à la normale de la surface est de 30°, 45°, 60°?

13.4.3. Une source ponctuelle, dont l'intensité lumineuse est de 120 cd, se trouve à une hauteur de 2 m au-dessus d'une surface. Un miroir plan, parfaitement réfléchissant, est disposé à une distance de 1 m de cette source et est perpendiculaire à la surface. Déterminer l'éclairement de la surface juste au-dessous de la source.

◇ **13.4.4.** Une source ponctuelle d'intensité I est disposée à une hauteur h au-dessus d'une surface horizontale. Un miroir



Pour le problème 13.4.4



Pour le problème 13.4.5

plan parallèle à cette surface est situé au-dessus de la source. Exprimer l'éclairement de la surface juste au-dessous de la source en fonction de la distance x entre le miroir et la source.

◇ **13.4.5.** Un écran est éclairé par un faisceau lumineux cylindrique. Comment varie l'éclairement de l'écran si sur le trajet des rayons on place un prisme d'angle α dont le côté AB est parallèle à l'écran? Dessiner le graphique de variation de l'éclairement le long de l'écran.

13.4.6. Evaluer de combien de fois l'éclairement d'une même surface pendant une nuit de pleine lune est-il inférieur à celui qu'on a pendant une journée de soleil? La hauteur de la Lune et du Soleil au-dessus de l'horizon est la même. On admettra que la Lune diffuse toute la lumière incidente uniformément sur tout l'hémisphère, que la distance de la Lune à la Terre est égale à 400 000 km et que le rayon de la Lune est de 2000 km.

13.4.7. Un faisceau lumineux d'intensité I tombe sur une plaque plan-parallèle suivant la normale à sa surface. En négligeant l'ab-

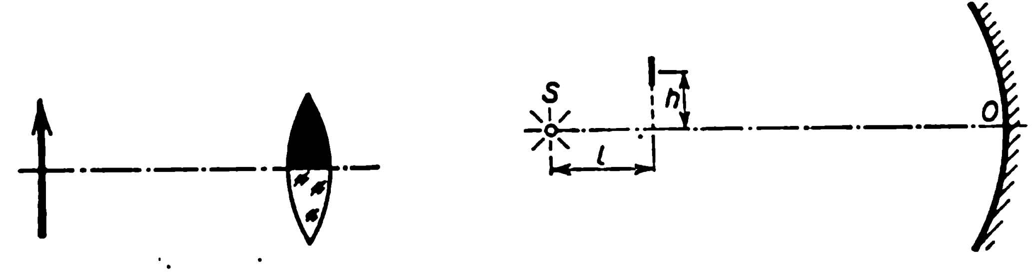
sorption et en admettant que le coefficient de réflexion de la lumière sur chacune des faces de la plaque en n'importe quel sens est égal à k, déterminer l'intensité du faisceau qui passe à travers cette plaque.

13.4.8*. Un satellite artificiel de la Terre de 1 m de rayon éclairé par le Soleil est vu d'une distance de 300 km comme une étoile ordinaire. Evaluer la distance à cette étoile.

13.4.9. Pour le repérage par radar de la surface de Vénus à partir de la Terre et pour la réception d'un signal émis par un satellite artificiel de Vénus on utilise le même récepteur, le niveau du signal reçu étant le même dans les deux cas. Evaluer de combien de fois la puissance de l'émetteur qui se trouve sur le satellite est inférieure à celle de l'émetteur de radar.

13.4.10. Pour déterminer la vitesse d'une voiture automobile un agent de circulation utilise un radiateur d'ondes électromagnétiques et un récepteur. R est la distance limite jusqu'à la voiture à laquelle le récepteur peut fixer un signal réfléchi. Un amateur de roulage rapide possède un récepteur identique. Evaluer la distance à laquelle il décèle le fonctionnement du radiateur.

◇ **13.4.11.** Comment sera l'image donnée par une lentille si la moitié supérieure de la lentille est recouverte d'une couleur noire?



Pour le problème 13.4.11 Pour le problème 13.4.13

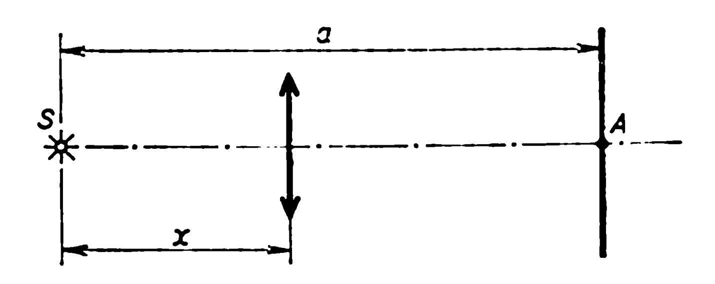
13.4.12. Comment varie l'éclairement de l'image du Soleil qui est donnée par une lentille plan-convexe si cette dernière est découpée suivant le diamètre et ses moitiés sont jointes par les faces planes?

◇ **13.4.13.** Devant un miroir sphérique de rayon R, dans le foyer duquel se trouve une source lumineuse ponctuelle S, à une hauteur h au-dessus de l'axe du miroir SO on place une petite plaque dont le plan est normal à l'axe. Trouver le rapport des éclairements des faces gauche et droite de la plaque si $h \ll R$, l.

◇ **13.4.14*.** Une source lumineuse ponctuelle S est située à une distance $a < 4f$ d'un écran plan. Comment varie l'éclairement de l'écran en un point A si une lentille de distance focale f est placée entre la source et cet écran à une distance x de la source? Quel doit être x pour que l'éclairement au point A soit maximal?

13.4.15. Une source lumineuse ponctuelle peut être détectée à une distance L_0 à l'aide d'un télescope muni d'un objectif de diamètre D_0. A quelle distance peut-on détecter la même source en se servant d'un télescope dont l'objectif a un diamètre D?

13.4.16*. Est-il possible d'obtenir, à l'aide d'une lentille ou d'un miroir, une image du Soleil dont l'éclat dépassera celle du Soleil?



Pour le problème 13.4.14

Quel éclairement maximal de l'image du Soleil peut-on obtenir au moyen d'un miroir concave de diamètre D et de rayon de courbure R? L'éclat de la surface du Soleil est B.

13.4.17. Un récipient qui contient 100 g d'eau est placé au foyer d'un miroir sphérique. Quel doit être le diamètre du miroir pour que l'eau bouille après 1 mn si le miroir est dirigé juste vers le Soleil? La densité du flux d'énergie provenant du Soleil est égale à 0,14 W/cm^2. On négligera les pertes.

13.4.18*. Une légende connue dit que les habitants de Syracuse, sous la direction d'Archimède, ont enflammé les vaisseaux romains en y focalisant la lumière solaire à l'aide de boucliers plans brillants? En admettant que le diamètre d'un bouclier $d = 1$ m, la distance aux vaisseaux $x = 500$ m et la température d'inflammation du bois $T \approx 1000$ K, évaluer le nombre requis de boucliers.

13.4.19. Un orifice circulaire est pratiqué dans le couvercle d'une boîte fermée de 1 m de hauteur. L'éclairement du fond au-dessous de l'orifice varie-t-il si une lentille de vergence de 1 dioptrie est introduite dans cet orifice? La boîte est installée à l'air libre quand le ciel est uniformément couvert de nuages.

13.4.20. Pourquoi peut-on voir des étoiles brillantes au télescope même en plein jour?

13.4.21*. On photographie un scarabée à deux échelles à l'aide d'un appareil qui est situé à une distance d'abord égale à la distance focale triple de l'objectif puis à sa distance focale quintuple. Comment faut-il modifier le diamètre du diaphragme de l'objectif pour que l'éclairement de l'image sur la pellicule soit le même dans les deux cas? Dans les deux cas le diamètre du diaphragme est notablement inférieur à la distance au scarabée.

13.4.22*. Quel temps de pose est nécessaire pour photographier un dessin avec un grandissement linéaire k_1, si pour le photographier avec un grandissement k_2 on établit un temps de pose t_2?

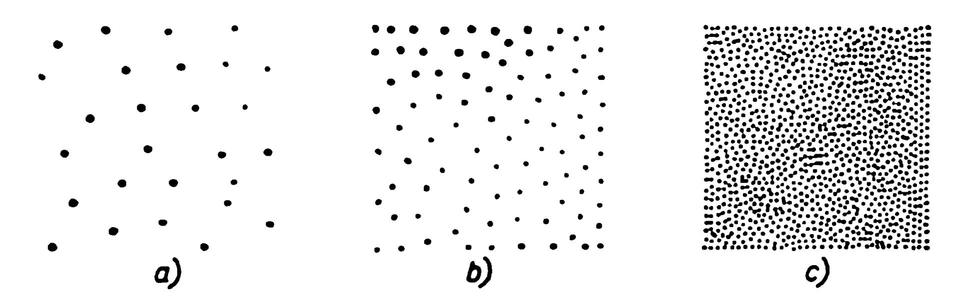
13.4.23*. L'intensité lumineuse d'un phare se trouvant à une distance L a diminué de 10 % à cause du brouillard. Le rayon des gouttes de brouillard est r. Evaluer la quantité de gouttes de brouillard dans une unité de volume d'air.

13.4.24*. Dans un rideau de fumée constitué par des particules non transparentes de 5 μm de rayon et contenant 0,004 g de substance dans 1 m^3 d'air, la visibilité est de 50 m. Combien de substance dans 1 m^3 d'air est dispersée par une source de fumée qui crée des particules de 10 μm de rayon si la visibilité diminue alors jusqu'à 20 m?

13.4.25*. Dans un système de liaison optique un rayon laser, qui transmet une information, a la forme d'un cône dont l'angle au sommet est de 10^{-4} rad (l'angle de divergence). Dans le dispositif de réception l'énergie lumineuse est focalisée sur une cellule photoélectrique à l'aide d'une lentille de 1 m de diamètre. On voit que lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie de 5 à 10 km le signal issu de la cellule photo-électrique est deux fois plus faible (en raison de l'absorption de la lumière dans l'atmosphère). De combien de fois varie le signal lorsque cette distance augmente de 10 à 20 km?

§ 13.5. Nature quantique de la lumière

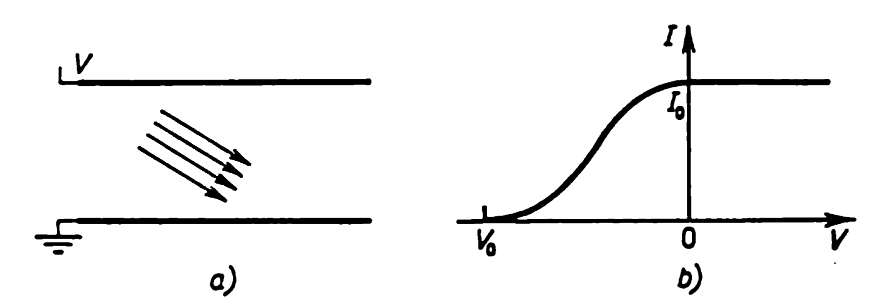
◇ **13.5.1.** La sensibilité d'une pellicule photographique est si grande que chaque photon y provoque l'apparition d'une tache noire. Trois photographies d'un carré sont obtenues à une longueur d'onde



Pour le problème 13.5.1

de $5 \cdot 10^{-5}$ cm. Les dimensions de l'image sont de 10 × 10 cm. En utilisant la formule de Planck $\varepsilon = h\nu$ ($h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg·s est la constante de Planck), évaluer l'éclairement de la plaque photographique dans chaque cas. Le temps de fonctionnement de l'obturateur photographique est de 10^{-9} s.

◇ **13.5.2.** Deux plaques métalliques parallèles sont placées dans le vide. Sur une plaque mise à la terre tombe un flux de rayonnement ultraviolet de fréquence ν qui arrache des électrons à sa surface. Le courant de ces électrons dépend de la tension appliquée à la deuxième



Pour le problème 13.5.2

plaque comme l'indique le graphique. Déterminer sur le graphique le travail d'extraction des électrons de la première plaque.

13.5.3. La collision d'un positon avec un électron donne souvent lieu à l'annihilation de ces particules : elles se transforment en deux quanta γ du rayonnement électromagnétique. Dans quel cas l'énergie de ces quanta γ sera-t-elle identique et, eux, se déplaceront-ils dans des sens opposés? Quelle sera la fréquence maximale de ces quanta γ?

13.5.4. a. La désintégration d'un méson π donne naissance à deux photons d'énergies ε_1 et ε_2 qui se déplacent dans des sens opposés. Déterminer la vitesse du méson éclaté. La relation entre l'énergie et l'impulsion du photon est de la forme : $\varepsilon = pc$, où c est la vitesse de la lumière.

b. Lors de la désintégration d'une particule neutre on a décelé deux photons qui se déplaçaient sous des angles θ_1 et θ_2 par rapport à la direction de mouvement de la particule. Déterminer la vitesse de la particule éclatée.

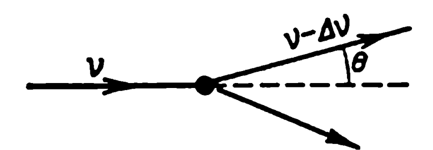
◇ **13.5.5.** a. En entrant en collision avec une particule immobile un quantum γ d'un rayonnement électromagnétique de fréquence ν commence à se déplacer en formant un angle θ avec sa direction initiale. La fréquence du quantum diminue alors de $\Delta\nu \ll \nu$. Déterminer la masse de cette particule.

b. En entrant en collision avec un électron immobile, un photon de fréquence ν commence à se déplacer sous un angle θ par rapport à sa direction initiale. Déterminer la variation de la fréquence du photon si $h\nu \ll m_ec^2$.

13.5.6*. Des atomes qui se déplacent à une vitesse v émettent dans le sens de leur mouvement des photons de fréquence ν. Quelle est la fréquence des photons émis a) dans le sens opposé à celui du mouvement des atomes ; b) dans la direction perpendiculaire à celle

du mouvement des atomes? L'impulsion du photon est notablement inférieure à l'impulsion de l'atome.

13.5.7. La lumière émise par la surface d'une étoile parvient à un observateur avec une fréquence plus petite qu'à l'émission. La variation de fréquence est d'autant plus grande que l'étoile est

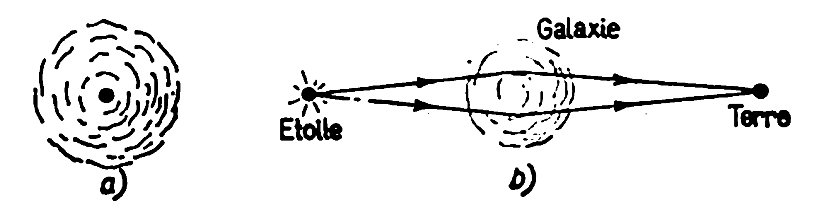


Pour le problème 13.5.5

plus massive et que son rayon est plus petit. Comment peut-on expliquer cet effet? Pourquoi l'appelle-t-on décalage vers le rouge?

13.5.8. Déterminer le décalage vers le rouge pour une étoile de masse M et de rayon R si la fréquence de la lumière à la surface de l'étoile est égale à ν. Evaluer le décalage vers le rouge pour le Soleil dans la partie visible de son rayonnement. Quels effets empêchent de déceler le décalage vers le rouge dans le rayonnement du Soleil?

◇ **13.5.9*.** Dans l'Univers de grandes masses de substance peuvent focaliser de la lumière provenant d'objets éloignés en formant une



Pour le problème 13.5.9

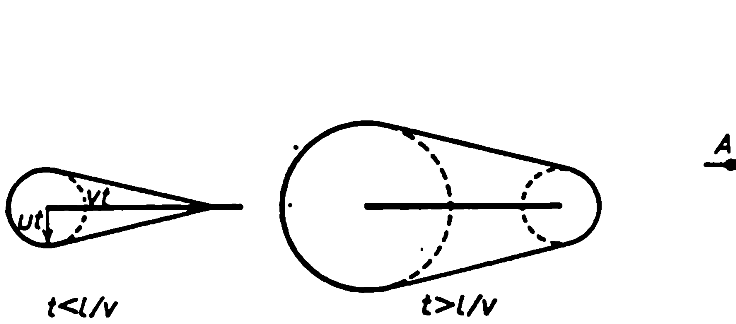
« lentille gravitationnelle ». Evaluer la distance focale d'une galaxie sphérique de rayon $R \approx 20\,000$ parsecs et de masse $M \approx 3 \cdot 10^{11} M_S$ (où M_S est la masse du Soleil) en admettant que dans la galaxie la masse est distribuée de façon uniforme.

RÉPONSES

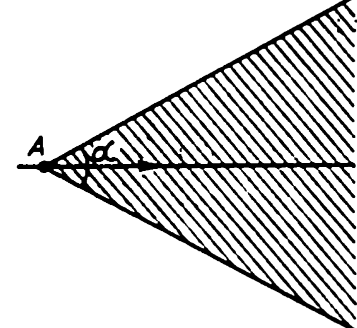
Chapitre premier
Cinématique

§ 1.1. Mouvement à vitesse constante

1.1.1. $v = 200$ m/s.
1.1.2. $v = 0{,}7$ km/s; vers le Sud-Est.
1.1.3. $v = 3$ m/s; à 1 m du plafond et à 2 m du mur latéral.
1.1.4. A une distance de 1,15 m du compteur A.
1.1.5*. $AO = L\,\dfrac{3t_A - 2t_B - t_C}{2(t_A - t_B)}$, $t_O = t_B - \dfrac{1}{2}(t_A - t_C)$.
1.1.6. $l' = l(v-u)/(v+u)$.
1.1.7. $v = c(\tau_0 - \tau)/(\tau_0 + \tau)$.
1.1.8. $v' = v(w-u)/(w-v)$.
◇ 1.1.9. a. Pour $t < l/v$ la frontière de la région est un cône dont le sommet se trouve à une distance vt de l'extrémité de la barre et qui se transforme en une



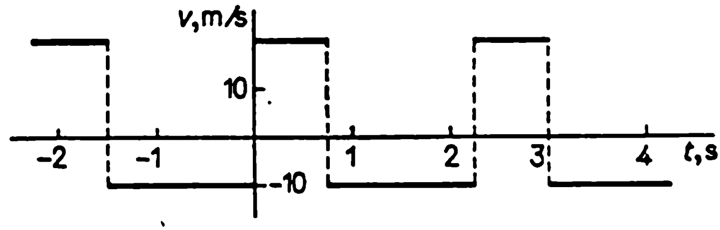
Pour la réponse 1.1.9



Pour la réponse 1.1.10

sphère de rayon ut qui lui est tangente. Pour $t > l/v$, les sphères de centres aux extrémités de la barre et de rayons ut et $u(t - l/v)$ avec une surface conique qui leur est tangente. b*. $\cos\alpha = u/v$.
◇ 1.1.10*. A partir de la région limitée par l'angle $\alpha = 2 \arcsin(u/v)$ de sommet au point A, dont la bissectrice est la chaussée.

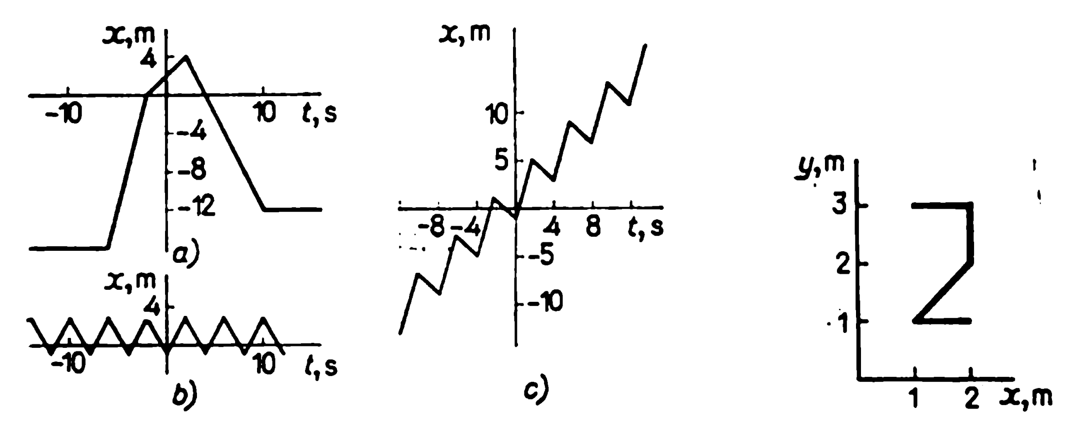
1.1.11*. $v = cl/\sqrt{l^2 - c^2\Delta t^2}$.
1.1.12. $u = v/\sin\alpha$.
◇ 1.1.13. Voir le dessin.



Pour la réponse 1.1.13

1.1.14. L'ordonnée et l'abscisse du point d'intersection des graphiques $x_1 = vt$ et $x_2 = a + v\,(t - t_1)/2$ donnent le temps et la coordonnée du point de collision des particules: $t' = (2a - vt_1)/v$, $x' = 2a - vt_1$.

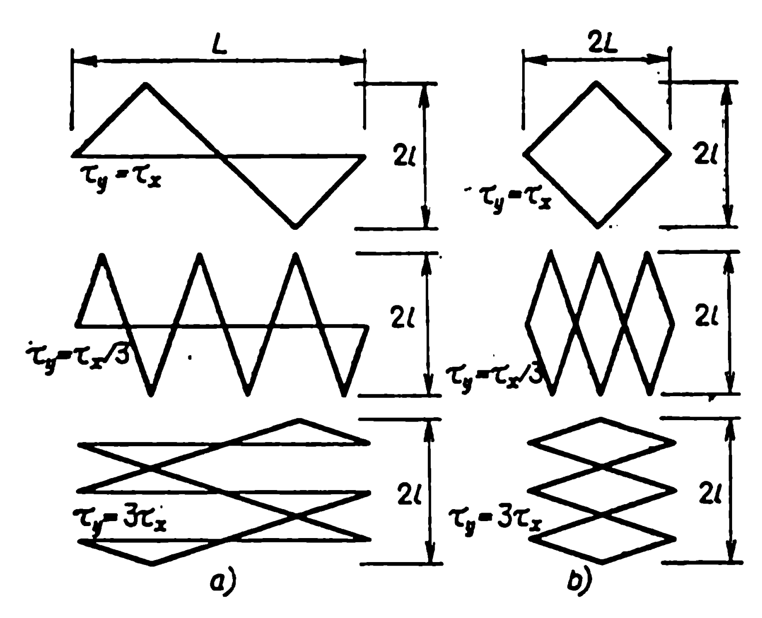
◇ **1.1.15.** Voir le dessin; b) $v_{\text{moy}} = 0$; c) $v_{\text{moy}} = 1$ m/s.



Pour la réponse 1.1.15 Pour la réponse 1.1.16

◇ **1.1.16.** Voir le dessin.

◇ **1.1.17.** Voir le dessin. a) le retour du rayon sur la coordonnée x prend peu de temps, par conséquent sur l'unité de longueur de la surface luminescente de



Pour la réponse 1.1.17

l'écran tombent peu d'électrons. Voir le dessin. b) pour $\tau_y/\tau_x = m/n$, où m et n sont des nombres entiers.

1.1.18*. $x = 2lv\dfrac{v\sin\alpha + \sqrt{c^2 - v^2\cos^2\alpha}}{c^2 - v^2}$.

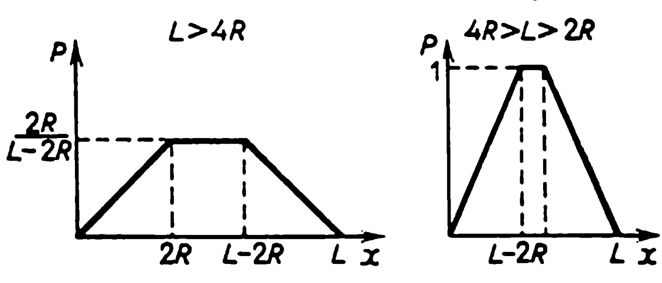
1.1.19. $\beta = 2\alpha$. Dans la direction opposée à la direction initiale.

1.1.20*. $\operatorname{tg}\varphi = 2ma/nb$, où m et n sont des nombres entiers.

1.1.21. $(-c_x, c_y, c_z)$, $(-c_x, -c_y, -c_z)$.

1.1.22. $\Delta t/t = \sqrt{(r^2 - h^2)/(R^2 - h^2)}$.

◇ 1.1.23*. Voir le dessin. Nulle près des parois. Maximale en n'importe quel point à une distance des parois supérieure à $2R$, et égale à $2R/(L-2R)$ pour



Pour la réponse 1.1.23

$L > 4R$; en tout point à une distance des parois supérieure à $L-2R$, et égale à 1 pour $4R > L > 2R$.

§ 1.2. Mouvement à vitesse variable

1.2.1. $v_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} v \frac{R-r}{R+r}$; dirigée le long de la limite de séparation.

1.2.2. $t = 12$ s, $x = 24$ m.

1.2.3. $L = v_0 t + \frac{v_0 (t-t_0)^2}{2t_0}$.

1.2.4. Tout graphique avec la variation de 20 m de la coordonnée au cours du temps indiqué et la « pente » maximale de la tangente de 15 m/s.

1.2.5. $x > l(v_1/v_2 - 1)$.

1.2.6. $x = (\pi/4) v_0 t_0$.

1.2.7. La vitesse moyenne est plus grande que la vitesse initiale et la vitesse finale est nulle.

1.2.8*. $v = \sqrt{La}$.

1.2.9. $v = \sqrt{N/b}$.

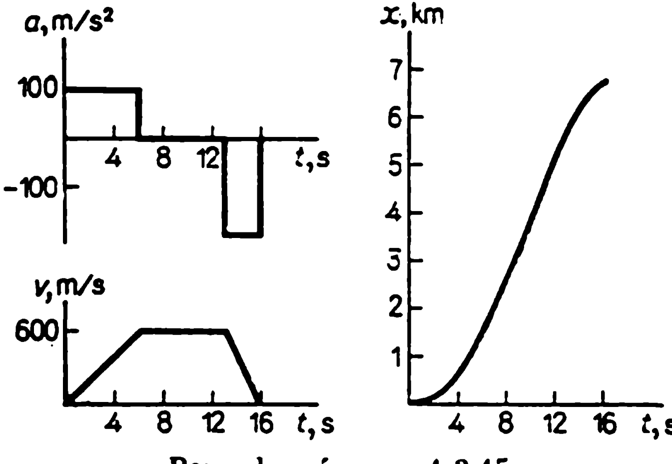
1.2.10. $t = R/q$.

1.2.11*. a. $v = \frac{\pi v_0^3 t^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{s}$. b. $v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q}{\pi h t}}$.

1.2.12. $q = 126$ cm³/s.

1.2.13. $a = 277$ m/s²; de 28 fois.

1.2.14. $v_1 = 43$ m/s; $v_2 = 423$ m/s.

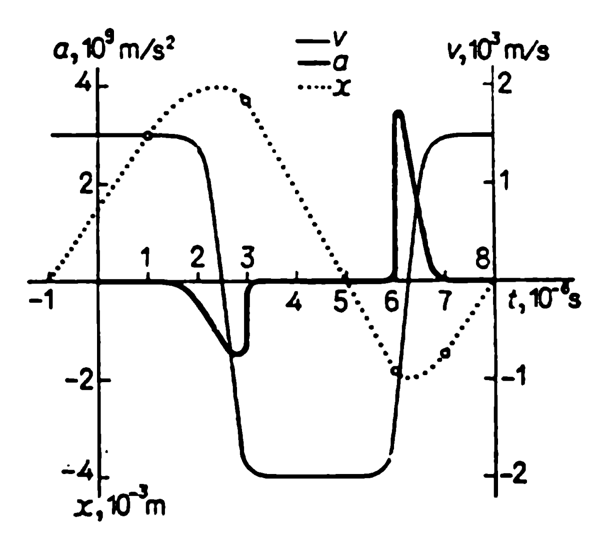


Pour la réponse 1.2.15

◇ **1.2.15.** Voir le dessin; v = 600 m/s. De 6 à 6,9 km. x = 6,9 km. Vérifier l'égalité des aires sur le graphique de l'accélération au-dessus et au-dessous de l'axe t.

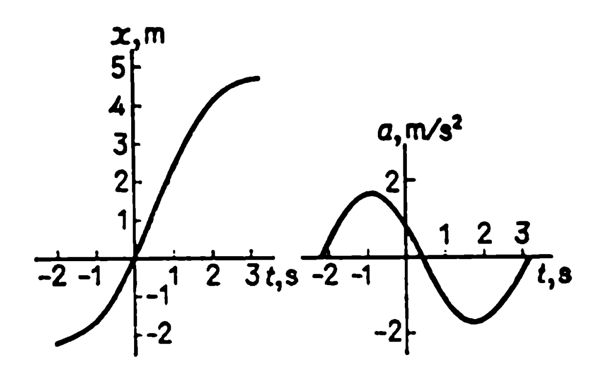
1.2.16. 4 et 16.

◇ **1.2.17.** Voir le dessin. Le rapport des modules de l'accélération est égal à 2.



Pour la réponse 1.2.17

◇ **1.2.18.** Voir le dessin.



Pour la réponse 1.2.18

1.2.19. v = 0,72 cm/s.

1.2.20*. $t = (2 + \sqrt{2})\, t_0$.

1.2.21*. De 31 s.

§ 1.3. Mouvement dans le champ de pesanteur. Mouvement curviligne

1.3.1. $t = v/g - \Delta t/2$.

1.3.2. a. $t = \sqrt{2D/g}$. b. Sur le cercle de diamètre $gt^2/2$ avec le point supérieur A.

1.3.3*. Sous l'angle $\varphi/2$ par rapport à la verticale.

1.3.4. $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gh}$.

1.3.5. $t=\frac{v}{g}(\sin\varphi-\cos\varphi\,\mathrm{tg}\,\alpha)$.

1.3.6. a) $v_x=v\cos\varphi$, $v_y=v\sin\varphi-gt$. b) $x=(v\cos\varphi)\,t$, $y=(v\sin\varphi)\,t-gt^2/2$. c) $y=x\,\mathrm{tg}\,\varphi-\frac{gx^2}{2v^2\cos^2\varphi}=x\,\mathrm{tg}\,\varphi-\frac{gx^2}{2v^2}(\mathrm{tg}^2\varphi+1)$. d) $T=\frac{2v}{g}\sin\varphi$, $H=\frac{v^2}{2g}\sin^2\varphi$, $L=\frac{v^2}{g}\sin 2\varphi$.

1.3.7. $L=\sqrt{2}\,v^2/g$.

1.3.8. $L=\frac{2v^2}{g}\frac{\cos^2\beta}{\cos\alpha}(\mathrm{tg}\,\beta-\mathrm{tg}\,\alpha)$.

1.3.9. $v=\sqrt{L\,(a+g)}$.

1.3.10. $H=\frac{2u}{g}(v\cos\alpha-u)\,\mathrm{tg}^2\,\alpha$.

1.3.11. $L=\frac{2v^2}{g\,(\mathrm{tg}\,\beta+\mathrm{tg}\,\alpha)}$.

1.3.12*. $m=7$ kg.

1.3.13*. a) $\mathrm{tg}\,\varphi=\frac{v^2\pm\sqrt{v^4-2gv^2y-g^2x^2}}{gx}$. b) $y=\frac{v^2}{2g}-\frac{gx^2}{2v^2}$. c) $v_{\min}=\sqrt{g\,(y+\sqrt{x^2+y^2})}$.

1.3.14. $x_{\mathrm{rel}}=(v\cos\varphi)\,\Delta t$; $y_{\mathrm{rel}}=(v\sin\varphi)\,\Delta t-\frac{g\Delta t^2}{2}-g\Delta t\cdot t$, où t est le temps écoulé après le lancement du deuxième corps. La vitesse relative est constante, dirigée verticalement vers le bas et égale en module à $g\Delta t$.

1.3.15. $v=\sqrt{2\pi Rgn/\sin 2\alpha}$, où n est un nombre naturel; pour $\alpha=0$ la vitesse peut être quelconque en module.

1.3.16*. $t=(2v/g)\,\mathrm{cotg}\,\alpha$ pour $v\cos\alpha<\sqrt{2gl\sin\alpha}$; $t=\frac{v}{g}\,\mathrm{cotg}\,\alpha\times\left(1-\sqrt{1-\frac{2gl\,\mathrm{tg}\,\alpha}{v^2\cos\alpha}}\right)$ pour $v\cos\alpha>\sqrt{2gl\sin\alpha}$.

1.3.17. $v_1=g\Delta t\sin\alpha$, $v_2=g\Delta t\cos\alpha$.

1.3.18*. $R=gT_1T_2/2\sqrt{2}$.

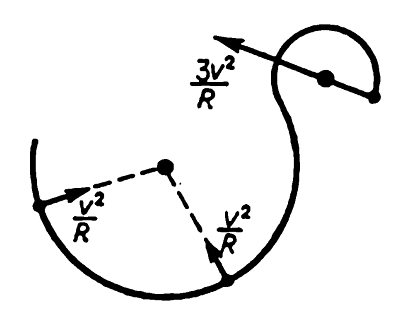
1.3.19*. $v=\sqrt{g\,[2\,(H-h)+L]}$.

1.3.20. $v_e=1675$ km/h, $a_e=0{,}034$ m/s^2.
$v_L=838$ km/h, $a_L=0{,}017$ m/s^2.

1.3.21. $v=\sqrt{gR}=8$ km/s.

1.3.22*. $a<(4+\pi^2)v^2/2\pi l$.

◇ 1.3.23. Voir le dessin.



Pour la réponse 1.3.23

1.3.24. De $(\sqrt{3}/2)\cdot 10^3$ m/s; de $5\cdot 10^{-5}$ rad; $\omega = 5\cdot 10^{-3}$ s^{-1}.

1.3.25. $a=\sqrt{k^2+k^4t^4/r^2}$.

1.3.26. $v = \sqrt{gr}$.

1.3.27*. $v = \sqrt{5gR}$.

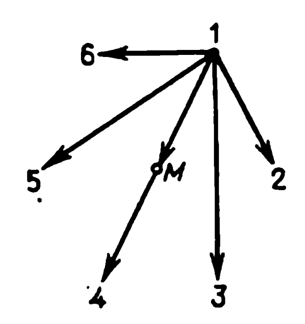
1.3.28. 27,5 et 42,4 km; 18,3 et 52 km; 9,2 et 73,4 km.

1.3.29. $a = (v^2/R)\cos^2\alpha$.

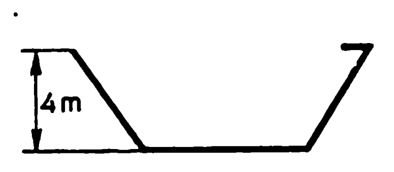
§ 1.4. Transformation de Galilée

1.4.1. Dans le référentiel du second vaisseau le premier se déplace en ligne droite le long du vecteur $v_1 - v_2$. La perpendiculaire abaissée sur cette droite de l'emplacement du second vaisseau représente la distance minimale.

◇ 1.4.2. Voir le dessin.



Pour la réponse 1.4.2



Pour la réponse 1.4.4

1.4.3. Le même que pour l'observateur se déplaçant avec la particule A.

◇ 1.4.4. Voir le dessin.

1.4.5. a. Le seau doit être incliné dans le sens du mouvement de la plate-forme d'un angle φ par rapport à la verticale: $\operatorname{tg}\varphi = u/v$. b. $u=10\sqrt{3}$ m/s.

1.4.6. $v_{max}=v\sqrt{3}$.

1.4.7*. $t=\dfrac{2L\sqrt{v^2-u^2\sin^2\alpha}}{v^2-u^2}$. Le long du trajet.

1.4.8. a) $\Delta v = -2(v+u)$. b) $\Delta v = -2(v-w)$. (La projection sur la direction de la vitesse initiale est considérée comme positive.)

1.4.9. a) $u = v$. b) $u = \sqrt{v^2+4vw\cos\alpha+4w^2}$. c) $u = \sqrt{v^2+4vw\cos\alpha\cos\beta+4w^2\cos^2\beta}$.

1.4.10. $v=\sqrt{v^2+u^2}/2(R-r)$.

1.4.11. $t=2\sqrt{u^2/g^2+2h/g}$.

1.4.12. La projection de la vitesse sur la direction horizontale $v_x = v - 2u$; la projection de la vitesse sur la direction verticale $v_y = (2n-1)Lg/(v-u)$.

1.4.13. $n = (v_1+v_2)/2R$.

1.4.14*. $\sin\alpha = u/v$.

1.4.15*. $u = v\sqrt{3}$.

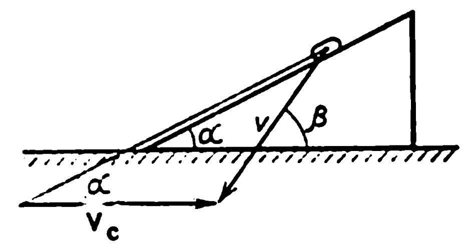
1.4.16. Dans le nouveau référentiel la géométrie des faisceaux et, donc, la région de leur intersection sont les mêmes qu'auparavant. La vitesse des particules n'est pas nécessairement dirigée le long du faisceau.

1.4.17. De $\sqrt{1+v^2/u^2}$ fois. Change.

1.4.18*. $\alpha = 60°$, $l = 200\sqrt{3} \approx 345$ m.

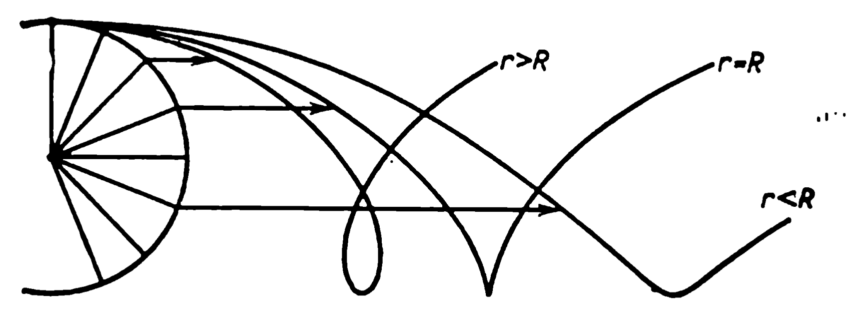
§ 1.5. Mouvement lié

1.5.1. $v_B = 2v_A$.
1.5.2. $v_b = \omega R$; $v_c = \omega(R - r)$.
1.5.3. $u = v\sqrt{3}$.
1.5.4. $a = g \operatorname{cotg} \alpha$.
◇ 1.5.5. Voir le dessin.



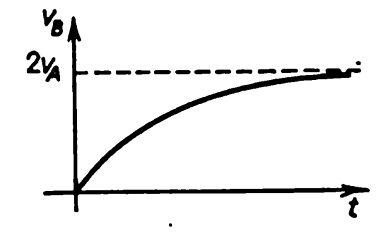
Pour la réponse 1.5.5

1.5.6. (—2,8; 3,1).
1.5.7. a. $u_{AB} = v/\sqrt{2}$. b. $u_1 = \sqrt{u^2 - v^2}$.
◇ 1.5.8. Voir le dessin; $a = (v^2/R^2)\,r$; $r_{sup} = (R+r)^2/r$, $r_{inf} = (R-r)^2/r$.



Pour la réponse 1.5.8

1.5.9*. $u = \dfrac{vR}{R\cos\alpha - r}$, $\omega = \dfrac{v}{R\cos\alpha - r}$; vers la droite pour $\cos\alpha > r/R$, vers la gauche pour $\cos\alpha < r/R$.
1.5.10. La trajectoire du point de la jante de la roue passe sur le diamètre du cylindre.
1.5.11. a. Une révolution. b. De 4 mn.
1.5.12. $a = 4\omega^2 R$.
1.5.13. $u = v \cos\alpha$.
1.5.14*. Au centre du carré au bout du temps $t = a/v$.
◇ 1.5.15. Voir le dessin; $v_B = 2v_A^2 t/\sqrt{L^2 + v_A^2 t^2}$.



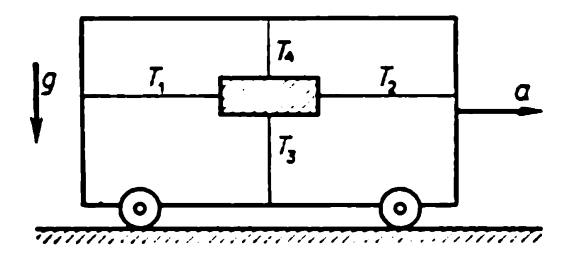
Pour la réponse 1.5.15

1.5.16. $u = v^2 t/\sqrt{L^2 - v^2 t^2}$.
1.5.17. $\omega = (v \sin^2 \alpha)/H$.
1.5.18*. $\omega' = \omega/2 \sin^2 (\alpha/2)$.
1.5.19. $v = uR/\sqrt{R^2 - h^2}$.
1.5.20. $d = \pi (R^2 - r^2)/(vt)$.

Chapitre 2
Dynamique

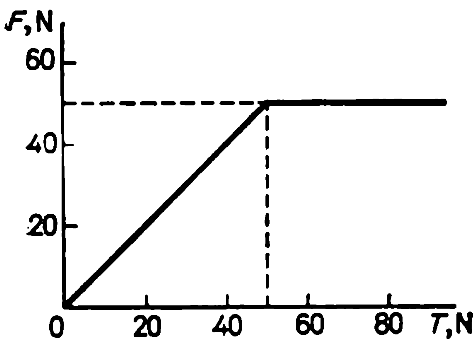
§ 2.1. Lois de Newton

2.1.2. $F = 2ml/t^2 = 0{,}16$ N.
2.1.3. $F = m_e v^2 y/(lL)$.
◇ 2.1.4. $a = g (T_2 - T_1)/(T_4 - T_3)$.

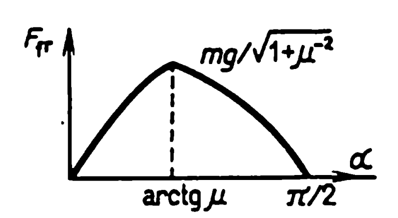


Pour la réponse 2.1.4

2.1.5. $T = F (1 - x/l)$.
2.1.6. $t = T (m_1 + m_2)/[\alpha (2m_1 + m_2)]$.
2.1.7. $m = m_0 [(t/t_0)^2 - 1]$.
2.1.8. $m_2/m_1 = (F_2 - F)/(F - F_1)$.
2.1.9. $t = n\Delta t (1 + \sqrt{1 - 1/n})$; $t_a \approx 10$ s.
2.1.11. $a_1 = a_2 = g \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$, $T_1 = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$, $T_2 = 2T_1$. La direction positive des accélérations correspond à la descente du poids m_1.
2.1.12. $a = 3{,}5$ m/s².
2.1.13. L'accélération de la boule supérieure est égale à $3g$, l'accélération des boules inférieures est nulle.
2.1.14. $x = \dfrac{Fm_1}{k (m_1 + m_2)}$; $a_1 = \dfrac{F}{m_2 + m_1}$; $a_2 = -\dfrac{Fm_1}{m_2 (m_1 + m_2)}$.
2.1.15. $x_{max} = ma/(k_1 + k_2)$; $F_{1\,max} = k_1 x_{max}$, $F_{2\,max} = k_2 x_{max}$.
2.1.16. $x = F (k_1 + k_2)/(k_1 k_2)$.
2.1.17. $F = m_0 g/\mu$; $a = g (m - m_0)/m$.
◇ 2.1.18. Voir le dessin.



Pour la réponse 2.1.18



Pour la réponse 2.1.20

◇ 2.1.20. Voir le dessin; $F_{fr} = mg \sin\alpha$ pour $\operatorname{tg}\alpha \leqslant \mu$; $F_{fr} = \mu\, mg \cos\alpha$ pour $\operatorname{tg}\alpha \geqslant \mu$.

2.1.21. $a_{max} = g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$.

2.1.22. $t = \dfrac{2v\sin\alpha}{g(\sin^2\alpha - \mu^2\cos^2\alpha)}$.

2.1.23. $a = (F/m)(\cos\alpha + \mu\sin\varphi) - \mu g$ si cette expression est supérieure à zéro, sinon $a = 0$.

2.1.24. $a = g\left(\sin\beta - \dfrac{\mu\cos\beta}{\sin(\alpha/2)}\right)$ pour $\mu \leqslant \operatorname{tg}\beta\sin(\alpha/2)$; $a=0$ pour $\mu \geqslant \operatorname{tg}\beta\sin(\alpha/2)$.

2.1.25. $a=0$ pour $|m_2-m_1|\,g \leqslant F_{fr}$; $|a| = \dfrac{|m_2-m_1|\,g - F_{fr}}{m_1+m_2}$ pour $|m_2-m_1|\,g > F_{fr}$.

2.1.26*. $\beta = \alpha + \operatorname{arctg}\mu$.

2.1.27*. $T_{min} = \dfrac{\mu m_2 g}{\sqrt{1+\mu^2}}$, $\alpha = \operatorname{arctg}\mu$ pour $m_1 \geqslant m_2\dfrac{1-\mu^2}{1+\mu^2}$; $T_{min} = \mu g\sqrt{\dfrac{m_1^2+m_2^2}{2}}$, $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{m_2-m_1}{\mu(m_1+m_2)}$ pour $m_1 < m_2\dfrac{1-\mu^2}{1+\mu^2}$.

2.1.28. De $\sqrt{10}$ fois.

2.1.29. $\mu \approx 0{,}4$; $l \approx 50$ m.

2.1.30*. a. $F > \mu(m_2+m_1)g$; $t = \sqrt{\dfrac{2lm_2}{F_0 - \mu(m_2+m_1)g}}$. b. $a_1 = \dfrac{F_0 - \mu m_1 g}{m_1}$, $a_2 = \mu g\dfrac{m_1}{m_2}$.

2.1.31. Pour $F \leqslant \dfrac{2\mu m_1 g(m_1+m_2)}{m_2+2m_1} \equiv F_0$, $a_{1\,g} = a_{1\,dr} = a_{2\,dr} = \dfrac{F}{2(m_1+m_2)}$; pour $F \geqslant F_0$, $a_{2\,dr} = \dfrac{F-\mu m_1 g}{m_2}$, $a_{1\,g} = a_{1\,dr} = a_{2\,g} = \dfrac{\mu m_1 g}{m_2+2m_1}$.

2.1.32. $F = mg\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ pour $\mu \leqslant \operatorname{tg}\alpha$; $F = 0$ pour $\mu \geqslant \operatorname{tg}\alpha$.

2.1.34. $\alpha \approx 0{,}7$ kg/m.

2.1.35*. $v = u - \sqrt{(\mu/\alpha)(mg - F)}$.

2.1.36*. $F = \beta m v$.

2.1.37. Grandes; $v \approx 5{,}5$ m/s.

2.1.38. $v_1 \approx 0{,}25$ m/s; $v_2 \approx 0{,}01$ m/s.

2.1.39*. Pour $Rv \approx 4\cdot10^{-4}$ m²/s.

2.1.40. $d = \dfrac{v}{2\mu g}\sqrt{v^2+u^2}$.

2.1.41. Tournante.

2.1.43*. $v = \omega RF/\sqrt{F_{fr}^2 - F^2}$.

2.1.44*. $v = u\operatorname{tg}\alpha/\sqrt{\mu^2 - \operatorname{tg}^2\alpha}$.

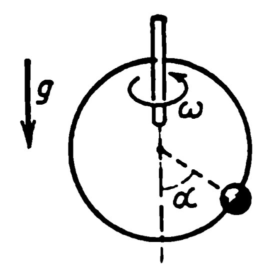
2.1.45*. $u = v/2$.

2.1.46. $F = 2T$.

2.1.47*. Accélérations des corps 1 à 3: $a_1 = \dfrac{F(M+4m)}{2m(M+2m)}$; $a_2 = \dfrac{FM}{2m(M+2m)}$; $a_3 = \dfrac{F}{M+2m}$.

2.1.48. $a_1 = \dfrac{m_2 g\operatorname{tg}(\alpha/2)}{m_2+2m_1\operatorname{tg}^2(\alpha/2)}$; $a_2 = \dfrac{m_2 g}{m_2+2m_1\operatorname{tg}^2(\alpha/2)}$.

2.1.49*. $a = g \operatorname{tg} \alpha$; $m = m_0 \sin \alpha/(1 - \sin \alpha)^2$.
2.1.50. $M = m \operatorname{tg} \alpha/(\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)$.
2.1.51*. $a = g \sin (\alpha/2)$.
2.1.52. $m_2 = m_1 a_1/a_2$.
2.1.53. Pour la bille supérieure $N_1 = {}^1/_2\, mg$, pour la bille inférieure $N_2 = {}^3/_2\, mg$.
2.1.54. $F = m_e v^2/r$. Proches des paraboles tangentes au cercle de l'intérieur; de l'extérieur.
2.1.55. $T = 2mv^2/l$.
2.1.56. $T = M\omega^2 l$; $T_x = M\omega^2 l + m\omega^2 (l^2 - x^2)/2l$.
◊ 2.1.57. $\cos \alpha = g/(\omega^2 R)$ pour $g/(\omega^2 R) < 1$; $\alpha = 0$ pour $g/(\omega^2 R) \geqslant 1$.



Pour la réponse 2.1.57

2.1.58. $\omega = \sqrt{\dfrac{g \operatorname{tg} \beta}{l (\sin \beta + \sin \alpha)}}$.
2.1.59. $l = (1 - m\omega^2/k)\, R$.
2.1.60*. $R = R_0/(1 - m\omega^2/4\pi^2 k)$ pour $\omega < 2\pi \sqrt{k/m}$; pour $\omega \geqslant 2\pi \sqrt{k/m}$ l'anneau s'étend indéfiniment.
2.1.61*. $\mu = mg/(2\pi T - m\omega^2 R)$.
2.1.62. $\alpha = \operatorname{arctg}(v^2/Rg)$.
2.1.63. $\omega_1 = 0$ pour $\varepsilon > \mu g/R$; $\omega_1 = (\mu^2 g^2/R^2 - \varepsilon^2)^{1/4}$ pour $\varepsilon < \mu g/R$.
2.1.64. $v = \sqrt{\mu g R}$; $\beta = \operatorname{arctg} \mu$; $\dfrac{u}{v} = \sqrt{\dfrac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{\mu (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)}}$.
2.1.66*. $v_{\min} = \sqrt{\dfrac{Rg \sin \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \mu)}{\mu \operatorname{tg} \alpha - 1}}$; $v \approx 10$ m/s.
2.1.67*. $\omega > \sqrt{g \sqrt{2}/R}$.

§ 2.2. Impulsion. Centre de masse

2.2.1. $u = {}^5/_2\, v$.
2.2.2. $F_{fr} = F/3$.
2.2.3. $t = 2\,[p \sin (\alpha/2)]/F$; sous l'angle $\beta = (\pi + \alpha)/2$ par rapport à la vitesse initiale.
2.2.4*. $m = F\Delta t^2/16L$. D'après les données expérimentales il faut construire le graphique de variation du temps de passage en fonction de la tension de la source.
2.2.5*. $t = \dfrac{mv (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu (m + M) g}$ pour $\operatorname{tg} \alpha > \mu$; pour $\operatorname{tg} \alpha \leqslant \mu$ la caisse ne se déplace pas.
2.2.7. $m_1/m_2 = (u_2 - u_1)/(v_1 - v_2)$. Il faut tenir compte de la variation de la vitesse de la Terre.
2.2.9*. $u_1 = F_0 t_0/m_1$; $u_2 = v - F_0 t_0/m_2$.

2.2.10. $m = m_0/3$.
2.2.11. $u_1 = u_2 = 0{,}2\ v$.
2.2.12. A la distance $4L$ du canon suivant l'horizontale.
2.2.13. $S/L = 35/36$.

2.2.14. $w = \dfrac{m_1}{m_2}\sqrt{u^2+v^2}$.

2.2.15. $p = \sqrt{p_1^2 + 2p_1p_2\cos\alpha + p_2^2}$.

2.2.16. $V = \dfrac{m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3}{m_1+m_2+m_3}$.

2.2.17. $l_1 = lm_2/(m_1 + m_2)$; $l_2 = lm_1/(m_1 + m_2)$.
2.2.18. La trajectoire de la particule est obtenue par l'extension, avec le rapport de similitude égal à 2, de la trajectoire de la particule de masse 2 m.
2.2.19. Cercles centrés au centre de masse du système station-astronaute. Rayons des cercles:

$$R_1 = Rm_2/(m_1 + m_2), \qquad R_2 = Rm_1/(m_1 + m_2).$$

2.2.20. Sur la bissectrice de l'angle à la distance $l = L\sqrt{2}/4$ du sommet, où L est la longueur de la moitié de la baguette ; au point d'intersection des médianes; sur la droite reliant les centres du disque et du trou, à la distance $l = dr^2/(R^2 - r^2)$ du centre du disque.
2.2.21. $u = \rho Svl/m$.
2.2.22*. $v = uV(\rho_0 - \rho)/(\rho V + \rho_0 V_0)$.
2.2.23. $T = 2\pi\sqrt{2R/3g}$.

2.2.24*. $F = \dfrac{m_1m_2v^2}{(m_1+m_2)\,l}$.

2.2.25*. $\omega = \sqrt{\dfrac{m_2T_1+m_1T_2}{Lm_1m_2}}$; $m = \dfrac{2m_1m_2\,(T_1-T_2)}{m_1T_2-m_2T_1}$.

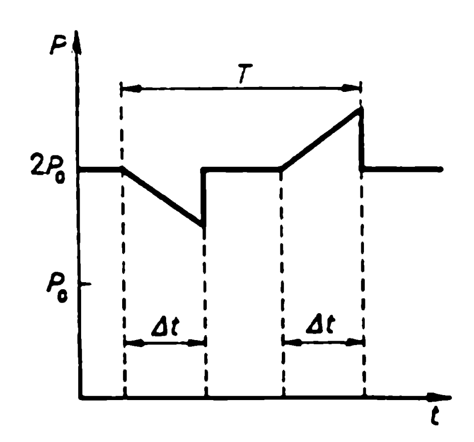
2.2.26*. $T_{1\,2} = \dfrac{m_1m_2}{m_1+m_2+m_3}\,l\omega^2$ pour le fil liant m_1 et m_2; les expressions pour les autres fils sont analogues.
2.2.27. $F = mg - \rho Va$.
2.2.28*. $F = S\rho La$.
2.2.29*. A la vitesse $u/4$ vers le haut.
2.2.30. $n = (m_2g\ \mathrm{tg}\ \alpha)/(m_1v)$.
2.2.31. $F = Nmg$. Diminue.

2.2.32*. $H = h\,\dfrac{(M+Nm)^2}{Nm\,(Nm+2M)}$.

2.2.33*. $F = mv^2/R$; $p = F/S = Nmv^2/3$.

2.2.34. $\Delta v_N = \left(\dfrac{M}{M+m}\right)^{2N}(v_2 - v_1)$.

2.2.35. $F = \rho Su^2$.
2.2.36. $\mu = Mg/u$; $\mu' = M\,(g + a)/u$.
2.2.37. $F = \mu_2\,(u - v) + \mu_1 u$.
2.2.38. $v = \rho Su/(\rho S + k)$.
2.2.39. $v = \sqrt{F\,(\rho - \rho_0)/(\pi r^2\rho\rho_0)}$.
◇ 2.2.40. Voir le dessin.
2.2.41. $F = 3mg(1 - x/l)$.
2.2.42. $F = m\,(v^2 + gl)/l$.
2.2.43. $v = \sqrt{gh}$.
2.2.44*. $N = 2\,(F - \rho v^2)\cos(\alpha/2)$; $v \geqslant \sqrt{F/\rho}$.



Pour la réponse 2.2.40

2.2.45. $K = k^n$.
2.2.46*. $u = v \ln n$.
2.2.47*. $m \approx 5{,}5 \cdot 10^5$ kg; diminue de 7,4 fois.

§ 2.3. Energie cinétique. Travail. Energie potentielle

2.3.1. $m = 2Fl/v^2$.
2.3.2. $F = m(v_2^2 - v_1^2)/2l$; si $F > 0$, la direction de la force coïncide avec la direction du mouvement des particules et si $F < 0$, la direction de cette force est de sens contraire.
2.3.3. $F \approx 2{,}5 \cdot 10^6$ N.
2.3.5. $v = \sqrt{F_0(l_1 + 2l_2 + l_3)/m}$.
2.3.6. $v \geqslant \sqrt{2\mu g L}$.
2.3.7. $A \approx 9{,}8$ J.
2.3.8. $x = v\sqrt{m/k}$; $x' = \sqrt{x_0^2 + mv^2/k}$.
2.3.9. $E_c = F^2/8k$.
2.3.10. Avec la force maximale que nous pouvons développer l'arc doit être autant tendu que le permet l'envergure des bras. Pour un arc plus tendu ainsi que pour un arc moins tendu l'énergie élastique emmagasinée sera plus petite.
2.3.11. $K = mgl \cos\alpha$; $K' = mgl(\cos\alpha - \mu \sin\alpha)$.
2.3.12. $h = v^2/[2g(1 - \mu \operatorname{cotg}\alpha)]$.
2.3.13. $v = \sqrt{4gh - 2A/m}$.
2.3.14. $A_{\min} = mgl$.
2.3.15. $A_{\min} = mgl/2$.
2.3.16. $v = r\sqrt{g/l}$.
2.3.17. $n = mv^2/(4\pi FR \cos\alpha)$.
2.3.18. $v = 2\sqrt{(l - h)T/m}$.
2.3.19. Se déplaçant dans le tube.
2.3.20. $\sin\beta = v \sin\alpha/\sqrt{v^2 + 2gh}$.
2.3.21. $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - 2Fl/mv^2}}$; pour $Fl > \dfrac{mv^2}{2}\cos^2\alpha$.
2.3.22. Au point inférieur. Au point supérieur. Pour l'angle $\alpha = \operatorname{arctg}\sqrt{2}$ entre le fil et la verticale.
2.3.23. $x = l\,\dfrac{T - 3mg}{T - mg}$.

2.3.24. $F = 5mg$ pour la tige; $F = 6mg$ pour le fil.

2.3.25. $L_{\min} = \frac{R}{2(\operatorname{tg}\alpha - \mu)}$.

2.3.26. $h = {}^2/_3\ R$.

2.3.27. $h = 2{,}5\ R$.

2.3.28*. $F = \frac{2\pi Rmg}{4\pi^2R^2 + h^2}\sqrt{4\pi^2R^2 + h^2 + 16\pi^2H^2}$.

2.3.29*. $F = mg\,(1 - 1/k^2)$.

2.3.30. $F = mg\cos\alpha\,(3\sin\alpha - 2)$ pour $\sin\alpha \geqslant 2/3$; $F = 0$ pour $\sin\alpha \leqslant 2/3$.

2.3.31. $v = \sqrt{2gl}$.

2.3.32*. $A = 2\pi\mu mv^2$.

2.3.33*. $K = K_0e^{-2\mu\alpha}$.

2.3.35. $F = l/(m\alpha)^2$.

2.3.36*. $A = x^2/2m\alpha^2 - px/\alpha m$.

2.3.37. $U = F_0x^2/2x_0$ pour $|x| \leqslant x_0$; $U = F_0(|x| - x_0/2)$ pour $|x| > x_0$.
Région de mouvement:
$|x| \leqslant \sqrt{2Kx_0/F_0}$ pour $K \leqslant F_0x_0/2$;
$|x| \leqslant (K/F_0 + x_0/2)$ pour $K > F_0x_0/2$.

2.3.38. $F = kqQ/r^2$; pour $qQ > 0$ a lieu la répulsion, pour $qQ < 0$ a lieu l'attraction.

2.3.39. Non.

2.3.40. Pour $E > 0$, la région de mouvement $r \geqslant l\frac{V}{E}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{E}{V}}\right)$; pour $E < 0$, r entre $r_{1,2} = l\frac{V}{E}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{E}{V}}\right)$.

2.3.41. $h = 2mg/k$.

2.3.42. $h = 2mg/k$; $v = g\sqrt{m/k}$.

2.3.43. $H_1 = {}^3/_2\ h$; $H_2 = {}^4/_3\ h$.

2.3.44. $k = mgx_0/[2(\sqrt{l^2 + x_0^2} - l)^2]$.

2.3.45. $F = mg\,(1 + \sqrt{1 + 2k\,(h - l)/mg})$.

2.3.46. $F = (m_1 + m_2)\,g$.

2.3.47*. $x = (m/k)\,(g - a)$; $x_{\max} = (m/k)(g + \sqrt{2ga - a^2})$.

2.3.48*. $F = \mu g\,(m_1 + m_2/2)$.

2.3.49. $m = \mu m_0/2$.

§ 2.4. Energie d'un système. Transfert d'énergie. Puissance

2.4.1. Dans le référentiel mobile la force de tension produit le travail. Non.

2.4.2. $K = m_1v^2/2 - Fl$.

2.4.3*. $K_1 = {}^1/_2\ k\,(x_1 + x_2)\,x_1$; $K_2 = {}^1/_2\ k\,(x_1 + x_2)\,x_2$.

2.4.4*. $A_1 = mu^2/2 - mv^2/2$; $A_2 = -mu^2$.

2.4.5. $A = 2Fr\,[2\sin(\alpha/2) - 1]$; $\alpha = 60°$.

2.4.6*. La somme des travaux produits par les forces réciproques ne dépend que de la variation de la distance entre les particules.

2.4.7. $x = v\sqrt{m/3k}$.

2.4.8. $v' = \sqrt{2}\,v$.

2.4.9*. $v = \sqrt{gl}$.

2.4.10*. $x_{\max} = {}^4/_3\ l$.

2.4.11*. $v_m = \operatorname{tg}\alpha \sqrt{\dfrac{2Mgh}{M+m\operatorname{tg}^2\alpha}}$; $v_M = \sqrt{\dfrac{2Mgh}{M+m\operatorname{tg}^2\alpha} + 2g(H-h)}$.

2.4.12*. $v = \dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{gR}{3}}$.

2.4.13*. $F = {}^7/_9\, mg$.

2.4.14*. $h \approx 0{,}25$ m.

2.4.15*. $K' = 0{,}01K$.

2.4.16. $v_x = (l - l_0)\sqrt{k/2m}\cos\alpha$; $x = (l - l_0)\sin\alpha$.

2.4.17. a. Lors du mouvement de translation. L'accélération du centre de masse et la force extérieure totale pour le système sont liées entre elles comme dans le cas d'une particule isolée.

2.4.18. $\mu = v^2/2gl$.

2.4.19. $v = \sqrt{2h(g - T/m)}$; $K = mgh$, $E_{rot} = Th$.

2.4.20*. $x = Lm^2/(M^2 - m^2)$.

2.4.21. $l_{min} = l_0$; $l_{max} = l_0 + F/k$.

2.4.22*. $x = \dfrac{\mu mg\cos\alpha}{k}$ pour $\mu \leqslant \operatorname{tg}\alpha$; $x = \dfrac{\mu mg\cos\alpha}{2k}\left[1 + \sqrt{1 - 2\left(1 - \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\mu}\right)^2}\right]$ pour $\operatorname{tg}\alpha \leqslant \mu \leqslant 3\operatorname{tg}\alpha$; $x = \dfrac{2mg\sin\alpha}{k}$ pour $\mu \geqslant 3\operatorname{tg}\alpha$.

2.4.23. L'énergie cinétique d'une particule $K = m(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{V})^2/2$, où $\boldsymbol{u}$ est sa vitesse par rapport au centre de masse et $\boldsymbol{V}$ la vitesse du centre de masse. En sommant sur toutes les particules du système les termes $m\boldsymbol{uV}$ donnent le zéro.

2.4.24. $K_{max} = F^2/2k$; $U_{max} = 2F^2/k$; $v_{rel} = F\sqrt{(m_1+m_2)/(km_1m_2)}$.

2.4.25. Pour la vitesse du centre de masse égale à zéro.

2.4.26. $\Delta W = Fl$.

2.4.27. $\Delta W = F(l - Ft^2/2m)$.

2.4.28*. $\Delta W = F^2m_2^2/[k(m_1 + m_2)^2]$; $U = \Delta W/2$; $K = Fl + F^2m_1m_2/[k(m_1 + m_2)^2]$.

2.4.29. $A = mu^2$. La moitié du travail est dépensée pour accroître l'énergie interne.

2.4.30. $\Delta W/A = \mu/(\operatorname{tg}\alpha + \mu)$.

2.4.31. $W = W_1 + W_2 + \dfrac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}(V_1 - V_2)^2$; non.

2.4.33. $Q = m(v^2/2 - gh)$.

2.4.34. $Q = m_1gh(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$.

2.4.35. $Q = 2mgR\left(1 - \sqrt{1 - l^2/4R^2}\right)\sqrt{1 - l^2/4R^2}$.

2.4.36. $E \approx 200$ MJ.

2.4.37. $m \approx 3$ kg.

2.4.38. De 8 fois.

2.4.39*. $v = \mu gt$ pour $t \leqslant t_0 = N/m\mu^2g^2$; $v = \sqrt{\dfrac{2N}{m}\left(t - \dfrac{N}{2m\mu^2g^2}\right)}$ pour $t > t_0$.

2.4.40*. $N = m_0g\omega(1 - \omega/\omega_0)$; $m = m_0/2$.

2.4.41*. $m = n_2m_0/(2n_1)$.

2.4.42*. $v \approx 20$ km/h; $\alpha = \arcsin(\sqrt{2}/4)$.

2.4.43*. $N = \rho S(v - \omega R)^2\omega R$.

2.4.44. $\eta = 2v/(v + u)$.

2.4.45. $N = mgu/2$.

§ 2.5. Collisions

2.5.1. $m_1/m_2 = 1$; oui.
2.5.2*. $\alpha = \pi/2$.
2.5.3. $u_1/u = (k-1)/(k+1)$; $u_2/u = 2k/(k+1)$.
2.5.4. La masse du neutron étant proche de celle du deutéron ($m_n \approx m_d/2$), les pertes d'énergie dues aux chocs élastiques avec les deutérons sont beaucoup plus grandes que celles dues aux chocs avec les noyaux lourds du plomb.
2.5.5. $m = \sqrt{m_1 m_2}$.
2.5.6. $\cos\beta = v_1 v_2 \cos\alpha/(u_1\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - u_1^2})$.
2.5.7. $v_1' = 2v - v_1$; $v_2' = 2v - v_2$.
2.5.8. Après tout nombre impair de chocs les vitesses sont

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)\, v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}; \quad v_2' = \frac{(m_2 - m_1)\, v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Après tout nombre pair de chocs les vitesses sont égales aux vitesses initiales.

2.5.9*. $v_1 = v\sqrt{\frac{m_2 m_3}{m_1(m_1+m_3)}}$; $v_3 = v\sqrt{\frac{m_2 m_1}{m_3(m_1+m_3)}}$.

2.5.10. $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha\,\frac{m_1+m_2}{m_2-m_1}$.

2.5.11. $d = 2\sqrt{2}R$.
2.5.13. Les deux billes les plus proches acquièrent les vitesses $v_1 = v\cos\alpha$ et $v_2 = v\sin\alpha$ dirigées le long des côtés rectangulaires de la maille, tandis que la bille initialement mobile s'arrête. Par la suite ces vitesses sont transmises aux billes suivantes se trouvant dans les rangs correspondants.
2.5.14. $t = t_n - t_{n-1} = 2\Delta t$.
2.5.15. $t = (2R\cos\alpha)/v$.

2.5.16. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin^2(\alpha+\beta) - \sin^2\beta}{\sin^2\alpha}$; m_1 est la masse de la particule incidente, m_2 la masse de la particule au repos.
2.5.17*. $\sin\alpha = m_2/m_1$.
2.5.18*. $u = 2m_1 v\cos\alpha/(m_1+m_2)$.
2.5.19. $m_2 = m_1(p^2 + p_0^2 - 2pp_0\cos\alpha)/(p_0^2 - p^2)$.

2.5.20. $u = \sqrt{v^2 + (v+u_0)^2}$; l'angle de rotation $\varphi = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{v}{u_0+v}$.

2.5.21*. $v = \sqrt{2gh(1+m_2/m_1)}$.

2.5.22. $v_1 = 0$; $v_2 = v$ pour $v > v_0 \equiv \sqrt{2gh\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}$; $v_1 = v\frac{2m_2}{m_1+m_2}$; $v_2 = v\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}$ pour $v < v_0$. Ici v_1 est la vitesse du mont, v_2 la vitesse du corps.

2.5.23*. $v_1 = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{\frac{2gRm_1}{m_1+m_2}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2gRm_1}{m_1+m_2}}$; $N = m_2 g\left(3 + \frac{2m_2}{m_1}\right)$.

2.5.24. $u = x\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}$; $u_1 = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\,x\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}$; $u_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\,x\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}$; ensuite $u_1 = u$; $u_2 = 0$, etc.

2.5.25. $h_{1\,max} = \frac{m_2 U}{m_1 g (m_1+m_2)}$; $h_{2\,max} = \frac{m_1 U}{m_2 g (m_1+m_2)}$.
2.5.26. De 1,5 fois.
2.2.27. $K = 35{,}7$ keV.
2.5.28. $E_{min} = E(1 + m_e/m)$.
2.5.29. $E_{min} \approx 27{,}2$ eV.

2.5.30. $v_1 = \sqrt{\frac{2Em_2}{m_1(m_1+m_2)}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2Em_1}{m_2(m_1+m_2)}}$.

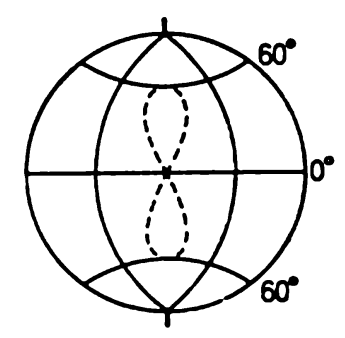
2.5.31. $E = \frac{p_1^2 m_2^2 + p_2^2 m_1^2 - 2p_1 p_2 m_1 m_2 \cos\theta}{2m_1 m_2 (m_1+m_2)}$.
2.5.32. $E = K \sin\alpha_1 \sin\alpha_2$.
2.5.33. $E = 4{,}1$ MeV.
2.5.34*. $\cos\alpha = (p^2 - 2mE)/(p^2 + 2mE)$, si $2mE < p^2$; $\alpha = \pi$, si $2mE > p^2$.
2.5.35. $h/h_0 = [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)]^2$.
2.5.36. $Q/K = (1/4)(3 - m_1/m_2)$.
2.5.37. $Q_1 = 2\sqrt{Q_2 m}\,(v - 2\sqrt{Q_2/m})$.

2.5.38*. $v_n = \sqrt{\frac{Fl}{m}(1+1/n)}$; $u_n = \sqrt{\frac{Fl}{m(1+1/n)}}$; $v_n \to \sqrt{\frac{Fl}{m}}$ pour $n \to \infty$.
2.5.39. $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha - 2\mu$ pour $\operatorname{tg}\alpha > 2\mu$; dans le cas contraire $\beta = 0$.

§ 2.6. Force de gravitation. Lois de Kepler

2.6.2. $a = K/R^2$, où R est la distance de la planète au Soleil, K une constante.
2.6.3. $h \approx 700$ km.
2.6.6. D'après les données citées $\gamma = r^2 a/2M \approx 5\cdot10^{-11}$ N·m²/kg², ce qui est assez proche des résultats des mesures précises.
2.6.7. $M \approx 6\cdot10^{24}$ kg.
2.6.8. $M \approx 2\cdot10^{30}$ kg.
2.6.10. De 9,3 fois.
2.6.11. De 6 fois.
2.6.12. $R = (\gamma m_\odot/\omega^2)^{1/3}$.
2.6.13. $T_1 \approx 0{,}7$ an.
2.6.14*. $T = 2\pi\sqrt{R^3/\gamma(m_1+m_2)}$.
2.6.15. $m/m_\odot = \mu = r^3/T^2$.
2.6.16. $\omega^2 = 3\gamma m/l^3$.
2.6.17. $v_1 = 7{,}9$ km/s; $v_2 = 1{,}7$ km/s. $T_1 = 84$ mn; $T_2 \approx 105$ mn.
2.6.18. $p = 2m_0\sqrt{\gamma m/R}\,\sin(\alpha/2)$.
2.6.19. $F = 3mv^2/4R$.
2.6.20. $\Delta N \approx 9\cdot10^3$ N.
◇ 2.6.21. a. $R = 42\cdot10^3$ km. b. « Huit » tangent aux parallèles de 60° avec un point d'intersection double sur l'équateur.
2.6.22. $\Delta U = \gamma Mmh/R(R+h)$; $(mgh - \Delta U)/\Delta U = h/R$.
2.6.23*. $v = 4{,}6$ km/s.
2.6.24. $u = \sqrt{v^2 - v_0^2}$.
2.6.25. Inférieure de 10 fois.
2.6.26. $v_1 = 11{,}2$ km/s; $v_2 = 2{,}4$ km/s.
2.6.27. $\Delta v = (\sqrt{2} - 1)v$.
2.6.28. $h = 59$ km.
2.6.29. $\rho_{max} = 3H^2/(8\pi\gamma)$.

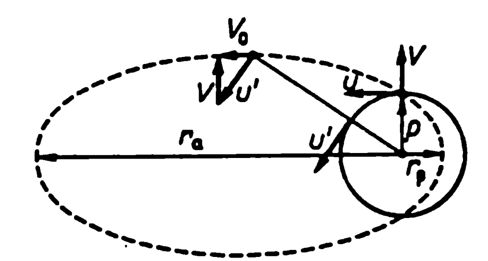
2.6.30*. $v = \sqrt{3\gamma m/R}$.
2.6.31. $v = 42$ km/s.
2.6.32*. $v = 16{,}7$ km/s.
2.6.33*. $v_{min} = 29$ km/s.



Pour la réponse 2.6.21

2.6.34. $U = -2K$.
2.6.36*. $S = {}^1/_2\ vrt \sin\alpha$.
2.6.37. $\omega_p/\omega_a = 45$.
2.6.38*. $\rho = R\sqrt{1 + 2\gamma M/Rv^2}$.
2.6.39*. $V = v\,(2\gamma M/rv^2 - 1)$; $R = r/(2\gamma M/rv^2 - 1)$, M est la masse de la Terre.
2.6.40*. $E = \gamma Mm/(r_a + r_p)$.
2.6.41*. $R_1/R_2 = 2u^2/v^2$.
2.6.42*. $dv = \gamma M d\varphi/v_p r_p$. Le vecteur dv est dirigé vers le centre de la planète.
2.6.43*. Le moment de la vitesse (produit vectoriel de la vitesse par le rayon vecteur mené du centre de l'orbite) de la sonde est le même que celui de la station; lors de la rotation de la sonde et de la station du même angle les vecteurs vitesses varient également. Le moment de vitesse de la sonde étant invariable: $up = (u - V\sin\alpha)\,r$, il s'ensuit que $r = p/(1 - \varepsilon\sin\alpha)$, où $\varepsilon = V/u$. Pour $\varepsilon < 1$ la trajectoire de la sonde est une ellipse, pour $\varepsilon = 1$ c'est une parabole, pour $\varepsilon > 1$ c'est une hyperbole.
2.6.44*. Pour $V < u$;

$$r_p = \frac{pu}{u+V}, \quad r_a = \frac{pu}{u-V}; \quad \alpha_l = \arcsin\frac{u}{V}.$$



Pour la réponse 2.6.45

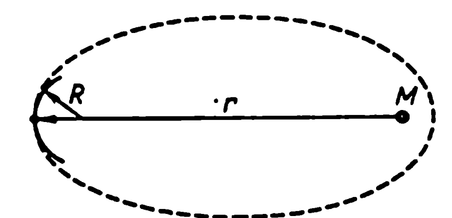
◇ 2.6.45*. Cette vitesse étant parallèle au grand axe et perpendiculaire au vecteur V, on a donc $V_0 = \sqrt{u^2 - V^2}$. Comme

$$a = \frac{1}{2}(r_a + r_p) = \frac{pu^2}{u^2 - V^2},$$

on a $a = \gamma M/V_0^2$ (il découle de l'équation $u^2/p = \gamma M/p^2$ pour l'orbite circulaire que $pu^2 = \gamma M$). On a en définitive $V_0 = \sqrt{\gamma M/a}$.

◇ **2.6.46***. La vitesse de « balayage » de l'aire

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} bV_0 = \frac{1}{2} b \sqrt{\frac{\gamma M}{a}}.$$



Pour la réponse 2.6.46

(Voir la solution du problème 2.6.45.) La période de révolution du satellite

$$T = 2\pi ab/bV_0 = 2\pi a^{3/2}/\sqrt{\gamma M}.$$

On peut résoudre ce problème sans se référer à la solution du problème 2.6.45. Le rayon de courbure de l'orbite au sommet du grand axe de l'ellipse $R = a/k^2 = b^2/a$. On a donc

$$\frac{v^2}{R} = \frac{v^2 a}{b^2} = \gamma \frac{M}{r^2} \to vr = \sqrt{\gamma \frac{Mb^2}{a}}, \quad \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} vr = \frac{1}{2} b \sqrt{\frac{\gamma M}{a}}.$$

La période de révolution du satellite

$$T = 2\pi \frac{ab}{dS/dt} = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\gamma M}}.$$

2.6.47. En 1910.

2.6.48*. $t = \pi \sqrt{\frac{R}{g}} \left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_8}{R}\right)\right]^{3/2}$.

2.6.49*. $t \approx 65$ jours.

2.6.50*. $\Delta v \approx 70$ m/s.

2.6.51. $F = \frac{\gamma Mm\,(R_2^3 - R_1^3)}{(R_1 + R_2)\,R_1^2 R_2^2}$.

2.6.52*. $N = \frac{\gamma m^2}{4r^2} - \frac{\gamma mM\,(3R^2 r + r^3)}{R\,(R^2 - r^2)^2}$; $R = \sqrt[3]{12}\,R_0$.

2.6.53*. $\sigma \approx 1{,}8 \cdot 10^{12}$ Pa.

§ 2.7. Rotation d'un corps solide

2.7.1. $K_2/K_1 = 32$.

2.7.2. $K = mR^2\omega^2/2$. L'énergie du disque est plus petite.

2.7.3. $M = mR^2\omega/t$; $M = mr^2\omega^2/(4\pi N)$.

2.7.4. $t = \omega R/(\mu g)$. $n = \omega^2 R/(4\pi\mu g)$.

2.7.5*. $J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$.

2.7.6. $n = \omega^2 R\,(1 + \mu^2)/[4\pi g\mu\,(1 + \mu)]$.

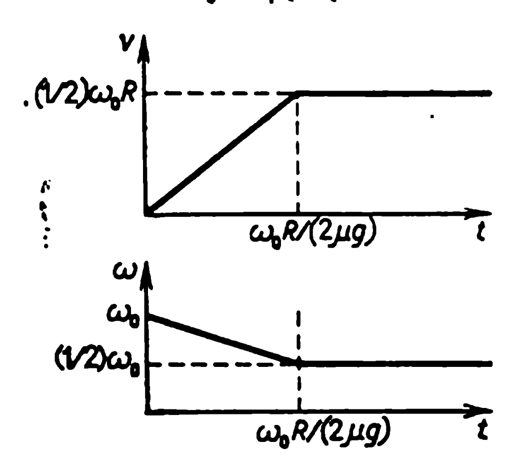
2.7.7. $n = \omega^2 R\,(1 + \mu^2)/[8\pi g\mu\,(1 + \mu)]$.

2.7.9*. $w = |\,m_1 - m_2\,|\;gR/(J + m_1R^2 + m_2R^2)$.

2.7.10. $P_1 = mg/2 - Jw/l$; $P_2 = mg/2 + Jw/l$.

2.7.11. $a = F/(m_1 + m_2)$; $w = F/(m_2 R)$.

2.7.12. $a = {}^1/_2 g \sin \alpha$. $F_{fr} = {}^1/_2\ mg \sin \alpha$.
2.7.13*. $T = {}^1/_7\ mg \sin \alpha$.
2.7.14*. $v = \sqrt{gl (\sin \alpha - 2\mu \cos \alpha)}$.
2.7.15. $a = 2m_2 g/(2m_2 + m_1)$.
2.7.16. $J = mr^2 (gt^2/2h - 1)$.
2.7.17. $a_1 = g \dfrac{(m_1R_1 - m_2R_2) R_1}{J + m_1R_1^2 + m_2R_2^2}$; $a_2 = -g \dfrac{(m_1R_1 - m_2R_2) R_2}{J + m_1R_1^2 + m_2R_2^2}$; $T_1 =$
$= m_1 g \dfrac{J + m_2R_2 (R_2 + R_1)}{J + m_1R_1^2 + m_2R_2^2}$; $T_2 = m_2 g \dfrac{J + m_1R_1 (R_2 + R_1)}{J + m_1R_1^2 + m_2R_2^2}$.
2.7.18. $a = \dfrac{g}{1 + J/mr^2}$; $T = \dfrac{1}{2} \dfrac{mg}{1 + mr^2/J}$.
2.7.19*. $a = g/2$.
2.7.20. $\cos \alpha > r/R$.
◇ 2.7.21*. Voir le dessin. $t = \omega_0 R/2\mu g$. $Q/E = 1/2$.



Pour la réponse 2.7.21

2.7.22*. $t = v_0/(3\mu g)$. $Q/E = 1/3$.
2.7.23*. $t = v/\mu g$.
2.7.24. $\omega \geqslant 3v/R$.
2.7.25. $\omega_1 = \omega_3 = \omega/3$; $\omega_2 = -\omega/3$.
2.7.26. $\alpha = 60°$. Plus petit.
2.7.27*. $N = 4m_1m_2g/(m_1 + m_2)$.
2.7.28*. $N = mgl^2/(l^2 + 3a^2)$.
2.7.29. $\cos \alpha = \dfrac{2g (m_1 - m_2)}{\omega^2 l (m_1 + m_2)}$ pour $\left| \dfrac{2g (m_1 - m_2)}{\omega^2 l (m_1 + m_2)} \right| < 1$; dans le cas contraire α est égal à 0 ou à π.
2.7.30. $\omega = \dfrac{J_1\omega_1 + J_2\omega_2}{J_1 + J_2}$. $Q = \dfrac{J_1J_2 (\omega_2 - \omega_1)^2}{2 (J_1 + J_2)}$.
2.7.31*. $\omega = v/2R$.
2.7.32*. $\omega_1' = (3\omega_1 - \omega_2)/4$; $\omega_2' = (3\omega_2 - \omega_1)/4$.
2.7.33. $u \approx m_2v/m_1$; $\omega = 2m_2vh/(m_1R^2)$.
2.7.34. $\omega = 2m_2vr/(m_1R^2 + 2m_2r^2)$.
2.7.35. $\Delta\omega = \omega mR^2/J$. Augmente de $(1 + mR^2/J)$ fois.
2.7.36. $n = (33/8)\ h^{-1}$.
2.7.37. A l'Ouest. Dans l'hémisphère nord ce vent est appelé vent alizé nord-est.

2.7.38*. $m \approx 4 \cdot 10^{16}$ kg.

2.7.39*. a. Les « crêtes » des déformations de la Terre provoquées par les marées et celles des marées dans les océans sont en retard par rapport au passage de la Lune ou du Soleil au zénith et à l'« antizénith ». b. La marée dans l'atmosphère de la Terre conduit à l'apparition du moment des forces accélérant la rotation diurne.

2.7.40*. $v = \sqrt{3gL}$.

2.7.41. $Q = {}^1/_{10}\, mv^2$.

2.7.42. $\cos\alpha = 1 - \dfrac{3m_2^2 v^2}{gl\,(4m_1+3m_2)\,(m_1+m_2)}$.

2.7.43*. A la distance de ${}^2/_3\, l$ de la main.

2.7.44. $F' = F\,(mRx/J - 1)$. Pour $x = J/(mR)$, $F' = 0$.

2.7.45. Après le premier choc la vitesse des centres des haltères est égale à $(v_1 - v_2)/2$ et ces derniers tournent dans les sens opposés à la vitesse angulaire $(v_1 + v_2)/l$. Le deuxième choc a lieu au bout du temps $\pi l/2\,(v_1 + v_2)$; la rotation cesse et les haltères volent aux mêmes vitesses qu'avant le premier choc.

2.7.46*. $h = H\left(\dfrac{3m_2}{m_1+6m_2}\right)^2$.

2.7.47*. $M = \dot{m}\,(u - \omega R)R$.

2.7.48*. $N = \dot{m}\,(u - \omega R)R\omega$. $\omega = u/R - M/(\dot{m}R^2)$.

§ 2.8. Statique

2.8.1. $T = 98$ N, $F = 138$ N.

2.8.2. $F = 0{,}98$ N.

2.8.3. $h \approx 700$ m.

2.8.4. Les fils voisins font un angle de 120°.

2.8.5. $m_2 = m_1 \sin\alpha/[\sin(l/R - \alpha)]$.

2.8.6. $T \approx 2{,}6$ N; $\alpha = \mathrm{arctg}(3\sqrt{3})$.

2.8.7. $x = 5F/k$.

2.8.8. $l_0 = 2l_2 - l_1$.

2.8.9. $T = mg/2\ \mathrm{tg}\,\alpha$; $T' = mg/2\sin\alpha$.

2.8.10. $F_A = mg\sin\beta/\sin(\beta-\alpha)$; $F_B = mg\sin\alpha/\sin(\beta-\alpha)$.

2.8.11. $F_A = mg\ \mathrm{tg}\,\alpha$; $F_B = mg\cos 2\alpha/\cos\alpha$.

2.8.12. $\mu = \mathrm{tg}\,(\alpha_{\min}/2)$.

2.8.13. $d_{\max} = d_0 + 2R\,(1 - 1/\sqrt{1+\mu^2})$.

2.8.14*. $\mathrm{tg}\,\alpha = (\mu_1 - \mu_2)/(1 + \mu_1\mu_2)$.

2.8.15. $\mu = 1/\sqrt{3}$.

2.8.16* $f_n = F\,(f/F)^n$.

2.8.17*. $F = F_0 e^{-\mu\theta}$.

2.8.18. a) $F_1 = F_2 = 98$ N; b) $F_1 = 24{,}5$ N, $F_2 = 171{,}5$ N.

2.8.19. $m \leqslant 7{,}5$ g.

2.8.20. $m = \sqrt{m_1 m_2}$.

2.8.21. $\Delta m = (h/L)\,m_0\ \mathrm{tg}\,\alpha$.

2.8.22. $\Delta m_\pm = \mu\,(M + 2m)r/(L \mp \mu r)$, un « excès » et un « défaut » sont possibles.

2.8.23. $\alpha = \mathrm{arctg}(1/3)$.

2.8.24. $T = mgL/2h$; $P = mg\sqrt{1 + (L/2h)^2}$.

2.8.25*. $T_n = (2n-1)\ mg/\sqrt{3}$.

2.8.26. $P = {}^1/_4 mg\ \mathrm{cotg}\,\alpha$.

2.8.27. $\mu \geqslant 1/3$.
2.8.28. $l < L < l\sqrt{1+\mu^2}$.
2.8.29. $\alpha \leqslant \operatorname{arctg} 2\mu$.
2.8.30. $\alpha > \pi/3$.
2.8.31*. $\cos\varphi = \operatorname{cotg}\alpha/\sqrt{3}$, on admet que $\mu > \operatorname{tg}\alpha$.
2.8.32. $\operatorname{tg}\alpha \leqslant 1/\mu$.
2.8.33*. $F = mg/2$, $\alpha = 0$ pour $\mu \geqslant 1/2$;

$$F=\frac{mg}{2\mu}\sqrt{5\mu^2-4\mu+1},\quad \operatorname{tg}\alpha=\frac{1-2\mu}{\mu}\text{ pour }\mu<\frac{1}{2}.$$

2.8.34. $\operatorname{tg}\alpha \geqslant (1-\mu_1\mu_2)/2\mu_1$.
2.8.35*. $F' = F(l+\mu h)/(l-\mu h)$.
2.8.36. $\sin\alpha = \mu R/[(l+R)\sqrt{1+\mu^2}]$.
2.8.37*. $\omega = vh/R^2$.
2.8.38. C'est résonnable.
2.8.39. $F_{axe} = mg$; $F_{res} = {}^1/_4 mg$, un ressort est comprimé, l'autre est étendu.
2.8.40. $m = Mr/(R-r)$.
2.8.41. $T = 3mg$.
2.8.42*. $\Delta S = (Nl/\mu)\alpha(t_2 - t_1)\operatorname{tg}\varphi$.
2.8.44. $F = \mu mg(\sqrt{2}-1)$.

Chapitre 3
Oscillations et ondes

§ 3.1. Petits écarts par rapport à l'équilibre

3.1.1. $f = -2Fx/l$. $U = Fx^2/l$. $v = x_0\sqrt{2F/(ml)}$.
3.1.2. $F = -kx$. $U = kx^2/2$.
3.1.3. a. $k = mv_0^2/x_0^2$. b. $F = -kx$, $U = kx^2/2$, $k = m(v_0/x_0)^2$. Non, ne dépend pas.
3.1.5. $F = -mgx/l$. $U = mgx^2/2l$.
3.1.6. $v = x_0\sqrt{g/l}$.
3.1.7. $n = \sqrt{R/r}$.
3.1.8*. $m = 2qEx_0^3/(lv_0^2)$.
3.1.9. $U=\frac{mg}{R-r}\frac{x^2}{2}$.
3.1.10*. $U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{qQ}{L+x}+\frac{qQ}{L-x}-\frac{2qQ}{L}\right)\approx\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0L^3}x^2$. $l = v\sqrt{\pi\varepsilon_0L^3m/(qQ)}$.
3.1.11. $m=2(k\cos^2\alpha)x/g$.
3.1.12. a. $F=-\frac{2mg}{R}x$. b. $R'=\frac{R}{\sqrt{3}}$. $F'=-\frac{2mg}{R'}x$.
3.1.13. $v=\frac{\Delta m}{m}\sqrt{\frac{gR}{2}}$.
3.1.14*. $\Omega=\varphi_0\frac{l}{L}\sqrt{\frac{g}{h}}$.

3.1.15. $v_1 = x_0 \sqrt{\left(1+\frac{y_0}{x_0}\right)\frac{g}{l}}$, $v_2 = y_0 \sqrt{\left(1+\frac{x_0}{y_0}\right)\frac{g}{l}}$.

3.1.16. $mg(1+x_0^2/l^2) > F > mg(1-x_0^2/2l^2)$.

3.1.17. $x_0 = R\sqrt{2\Delta/3N}$.

§ 3.2. Période et fréquence des oscillations libres

3.2.1. a. La position d'équilibre du poids se trouve au niveau du centre de la roue, $F = -m\Omega^2 x$. $T = 2\pi/\Omega$. La vitesse est de même module, mais de sens contraire, le déplacement change de signe. b. $\Omega = \sqrt{k/m}$, $R = x_0$.

3.2.2. $T = 2\pi\sqrt{\Delta l/g}$.

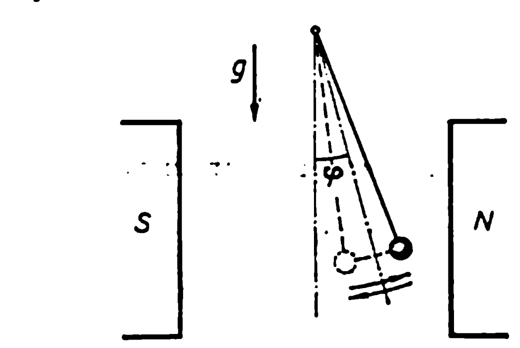
3.2.3. La période diminue de deux fois.

3.2.4. Pour les cas *a*), *c*) $T = 2\pi\sqrt{m/(k_1+k_2)}$; pour *b*) $T = 2\pi\sqrt{m(1/k_1+1/k_2)}$. Indépendante de la distance entre les murs.

3.2.5. $l = 24{,}4$ cm.

3.2.6. $T = 2\pi\sqrt{l/(g\sin\alpha)}$.

3.2.7. a. $F = mg[(T_0/T)^2 - 1]$. ◇ b. $F = mg\sqrt{(T_0/T)^4 - 1}$, $\cos\varphi = (T/T_0)^2$, ici φ est l'angle de déviation par rapport à la verticale de la nouvelle position d'équilibre.



Pour la réponse 3.2.7

3.2.8. $r \approx 30$ km.

3.2.9. $\Delta t_1 = 2$ mn; $\Delta t_2 \approx 7$ s.

3.2.10. $F = m\omega^2 l/2$.

3.2.11. $\omega = \sqrt{qQ/(\pi\varepsilon_0 m l^3)}$.

3.2.12. $t = 42$ mn.

3.2.13. $t = 42$ mn.

3.2.14. $\omega = \sqrt{2\mu g/l}$.

3.2.15*. $t = 22$ s.

3.2.16*. $T = 2\pi\left(\frac{l^2}{g^2+a^2-2ag\sin\alpha}\right)^{1/4}$.

3.2.17*. $T = \frac{2\pi}{\Omega}\sqrt{\frac{l}{R+l}}$.

3.2.18. $\omega = \sqrt{k/m - \Omega^2}$.

3.2.19. $\omega = \sqrt{g(Ml-mx)/(Ml^2+mx^2)}$.

3.2.20. $\omega^2 = g/l + k/4m$. Le carré de la pulsation augmente de $k/4m$.

3.2.21. $M = m(g/\omega^2 R - 1)$.

3.2.22. a) $\omega_\perp^2 = g/\sqrt{R^2 - l^2}$, b*) $\omega_\parallel^2 = g\sqrt{R^2 - l^2}/R^2$.

3.2.23. $\omega = \sqrt{k/2m}$.

3.2.24. $\omega = \sqrt{g/2R}$.

3.2.25. $\omega = \sqrt{k/\mu}$, où $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$.

3.2.26. $\omega_{HD}/\omega_{H_2} = \sqrt{3}/2$.

3.2.27*. $\omega_2/\omega_1 = \sqrt{11/3}$.

3.2.28. $T = 2\pi\sqrt{lM/[(M + m)g]}$.

3.2.29. a) $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}}$. b) $t = \frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}}$.

3.2.30. $I = I_0[(T/T_0)^2 - 1]$.

3.2.31*. $\omega = \sqrt{6k/m}$.

3.2.32*. $\omega_1 = \sqrt{Mg/ml}$, $\omega_2 = 2\omega_1 = 2\sqrt{Mg/ml}$.

3.2.33. $T = 2\pi\sqrt{l/2g}$.

3.2.34*. $T = 2\pi\sqrt{H/g}$.

3.2.35. $\omega = \sqrt{g/H}$.

3.2.36*. $\omega = \frac{r}{R^2}\sqrt{\frac{k}{\pi\rho L}}$.

3.2.37*. $m \approx 900$ t.

§ 3.3. Mouvement harmonique

3.3.1. $v = -A\omega \sin \omega t$, $a = -A\omega^2 \cos \omega t$, $F = -m\omega^2 x = -Am\omega^2 \cos \omega t$, $k = m\omega^2$.

3.3.2. a) $x = 5 \sin (3{,}13\, t)$. b) $x = 5 \cos (3{,}13\, t)$. Le déplacement est mesuré en millimètres et le temps en secondes.

3.3.3. $T = 0{,}06$ s.

3.3.4. $t = \pi/4\omega$.

3.3.5. $T = \pi\sqrt{l/g}\,(1 + 1/\sqrt{2})$.

3.3.6. $T = \pi(\sqrt{R/g} + \sqrt{r/g})$.

3.3.7*. $t = \pi\sqrt{l/g}$; le temps ne varie pas.

3.3.8*. $t = \pi\sqrt{m/(2\pi R\,\Delta p)}$.

3.3.9. Les particules se focalisent aux distances $l = \pi(n + 1/2)\, v_0\sqrt{m/k}$, où n est un nombre entier.

3.3.10. Le nombre d'intersections est égal à la partie entière de la quantité $(l/\pi v_0)\sqrt{g/R}$.

3.3.11. $T = \frac{4}{3}\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

3.3.12. $l = A \cos [\pi(1 - T/T_0)]$.

3.3.13. $t = \left[\pi + 2 \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{mg}{2k(H-h)}}\right]\sqrt{\frac{m}{k}}$.

3.3.14. $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{\mu g}}$ pour $v \leqslant \sqrt{\mu g l}$, $t = \frac{v'}{\mu g} + \sqrt{\frac{l}{\mu g}} \arccos \frac{v'}{v}$ pour $v > \sqrt{\mu g l}$, où $v' = \sqrt{v^2 - \mu g l}$.

3.3.15*. $w = 2R/\pi A$ pour $A \gg R$, $w = 1/3$ pour $A = 2R$. La probabilité augmente.

3.3.16. $u = \frac{d}{\pi(2n+1)}\sqrt{\frac{k}{m}}$, où n est un nombre entier.

3.3.17. $t = T/4 + \tau/2$.

3.3.18. a) $x = \frac{mg}{k}(\cos\omega t - 1)$. b) $x = \left(\frac{mg}{k} + l\right)(\cos\omega t - 1)$. L'axe des x est dirigé verticalement vers le haut, l'origine de lecture se trouve dans la position initiale.

3.3.19. $\dot{x} = \frac{mv}{m+M}\cos\sqrt{\frac{k}{m+M}}\,t$, $x = \frac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}\sin\sqrt{\frac{k}{m+M}}\,t$.

3.3.20. Dès le moment du premier choc contre le mur, durant une demi-période le ressort se comprime et revient à l'état non déformé. Le deuxième choc a lieu au moment où le ressort n'est pas déformé, après quoi les billes commencent à se déplacer à la vitesse constante v. La période $T = 2\pi\sqrt{m/2k}$.

3.3.21*. $v_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2}v\left(1+\frac{m_2}{m_1}\cos\omega t\right)$, $v_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}v(1-\cos\omega t)$.

3.3.22. $F_{max} = 2F$; $\tau = T/2$.

3.3.24*. $A = \sqrt{A_0^2 + \frac{F^2}{k^2} - \frac{2A_0F}{k}\cos\omega t_0}$. Pour $t_0 = \pi(2n+1)\,\omega$, où n est un nombre entier, l'amplitude est maximale; pour $t = 2\pi n/\omega$ elle est minimale.

3.3.25*. $x_0 = u\sqrt{m/k}$.

3.3.26*. Pour $u \geqslant \mu g\sqrt{m/k}$ commencent immédiatement les oscillations harmoniques d'amplitude $A = \mu mg/k$, pour des u plus petits s'établissent les oscillations d'amplitude $A = u\sqrt{m/k}$.

3.3.27*. $\mu = kl/(4Mgn)$.

3.3.28. $BC = g(M+m)/(M\omega^2)$.

3.3.29. $F = -m\omega^2 x = -m\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$, la valeur de la force de module maximal $m\omega^2 A$ est obtenue à la date $t = (\pi n - \varphi)/\omega$, où n est un nombre entier.

3.3.30. Pour $\omega^2 A > g$ le poids sursaute; il se détache de la surface de la membrane au-dessus de sa position moyenne.

3.3.31. $A = F/(m\omega^2)$.

3.3.32. $h = A + g/2\omega^2 + \omega^2 A^2/2g$ pour $\omega^2 A > g$.

3.3.33*. $A = (g/\omega^2)\sqrt{\pi^2 n^2 + 1}$, où n est un nombre entier.

3.3.34*. Lorsque l'amplitude $A \gg 10^{-11}$ cm, l'accélération du bout de la plaque est de beaucoup supérieure à l'accélération $g = 9{,}8$ m/s^2 que peut assurer le frottement; par suite, le poids reste pratiquement sur place et n'influe presque pas sur la pulsation. Si l'amplitude $A < 10^{-11}$ cm, le poids se déplace avec le bout et influe sensiblement sur la pulsation.

$$v_{max} = \pi g/2\omega \approx 1{,}57\cdot 10^{-6}\ \text{m/s}.$$

3.3.36*. $u_{moy} = \pi v_0 \operatorname{tg}\alpha/(2\mu)$.

§ 3.4. Superposition des oscillations

3.4.1. La superposition des oscillations harmoniques de pulsations $\omega_1 = \sqrt{2k_1/m}$ et $\omega_2 = \sqrt{2k_2/m}$ aura lieu suivant l'horizontale et la verticale. Pour $k_1 \neq k_2$ le mouvement rectiligne n'est possible que suivant la verticale et l'horizontale.

3.4.2. Au corps écarté de la position d'équilibre à la distance r il faut communiquer la vitesse $v = \omega r$, où $\omega = \sqrt{k/m}$, dans la direction perpendiculaire à la direction de déviation. $T = 2\pi/\omega$.

3.4.3. a. La trajectoire est une ellipse de demi-axes A et v/ω. Les limites de variation de la distance de v/ω à A.

b*. La trajectoire est une ellipse de demi-axes

$$\sqrt{\frac{1}{2}\left(A^2+\frac{v^2}{\omega^2}\pm\sqrt{\left(A^2+\frac{v^2}{\omega^2}\right)^2-4\left(\frac{xv}{\omega}\right)^2}\right)}.$$

3.4.4. $2\varphi = \pi/6$.

3.4.5*. Pour $2\varphi = \pi n$, où n est un nombre entier, on voit sur l'écran le segment; pour $2\varphi = \pm\pi/2 + 2\pi n$, un cercle. Les longueurs des demi-axes de l'ellipse sont égales à $A\sqrt{2}\cos\varphi$ et $A\sqrt{2}\sin\varphi$.

3.4.6. L'ellipse dont les axes sont situés sur la verticale et l'horizontale.

3.4.7. Le segment situé sur la diagonale de l'écran se transforme en ellipse étirée suivant cette diagonale; les demi-axes de cette ellipse s'égalisent progressivement en longueur. Ensuite apparaît le cercle qui commence à se transformer en ellipse étirée le long de l'autre diagonale de l'écran, etc. Au bout du temps $2\pi/\Omega$ le cycle se répète.

3.4.8. $T_x : T_y = 1:2$, excepté le cas d), où $T_x : T_y = 2:1$.

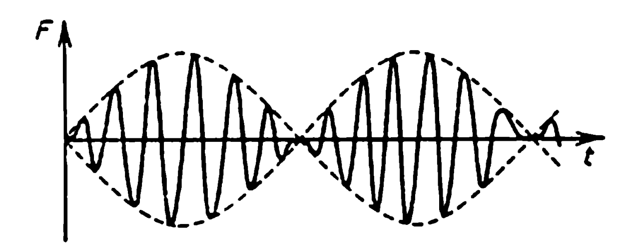
3.4.9. Si $T_x : T_y = p:q$, où p et q sont des nombres entiers, au cours du temps $pT_y = qT_x$ le point revient à sa position initiale. Pour $T_y = T_x$ la trajectoire du point est une ellipse.

3.4.10. $\omega_y : \omega_x = p : q = 3:4$.

3.4.11*. $\mu_{min} = 2F/(M + m_1 + m_2)$, excepté le cas où $\sqrt{m_1/m_2} = p/q$, p et q étant des entiers impairs.

3.4.12*. $F = k[A_2\cos(\omega t+\varphi_2) - A_1\cos(\omega t+\varphi_1)]$. $E_{max} = (k/2)\times\times[A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)]$. $E_{moy} = (k/4)[A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)]$. Pour $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ l'énergie moyenne prend la valeur maximale, pour $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$, la valeur minimale.

◇ **3.4.13*.** $F = 2kA\sin\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right)\sin\left(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t\right)$. $E_{moy} = (k/4)\times\times(A_1^2+A_2^2)$.



Pour la réponse 3.4.13

3.4.14. $N = (1/2)F_0A\sin\varphi$.

3.4.15. a. $\omega_1 = \sqrt{3k/m}$, $\omega_2 = \sqrt{k/m}$. b. $v_1 = {}^1/_2\, v(\cos\omega_2 t + \cos\omega_1 t)$, $v_2 = {}^1/_2\, v(\cos\omega_2 t - \cos\omega_1 t)$; $x_1 = x_2 = {}^1/_2\, v(1/\omega_1 + 1/\omega_2)$; $\Delta x = v/\omega_1$. c. $v_1 = v(2\cos\omega_2 t - \cos\omega_1 t)$, $v_2 = v(2\cos\omega_2 t - \cos\omega_1 t)$; $x_1 = x_2 = v(2/\omega_1 + 1/\omega_2)$; $\Delta x = 2v/\omega_1$.

3.4.16*. Le mouvement des atomes sera la somme des mouvements suivants: a) tous les atomes sont animés d'un mouvement de translation à la vitesse v_0; b) l'atome de carbone est fixe, tandis que les vitesses des atomes d'oxygène sont égales en module et de sens contraires: $v_0^{(1)} = \pm v_1\cos\omega_1 t$, $\omega_1 = \sqrt{k/M}$;

c) les atomes d'oxygène se déplacent à la même vitesse $v_2 \cos \omega_2 t$ à la rencontre de l'atome de carbone dont la vitesse est égale à

$$-v_2 \frac{2M}{m} \cos \omega_2 t, \quad \omega_2 = \sqrt{k\left(\frac{1}{M}+\frac{2}{m}\right)}.$$

Le déplacement de l'atome d'oxygène vers l'atome de carbone

$$\Delta x = \frac{|v_1|}{\omega_1} + \left(1+2\frac{M}{m}\right)\frac{|v_2|}{\omega_2} = \frac{1}{2} v \left(\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2}\right).$$

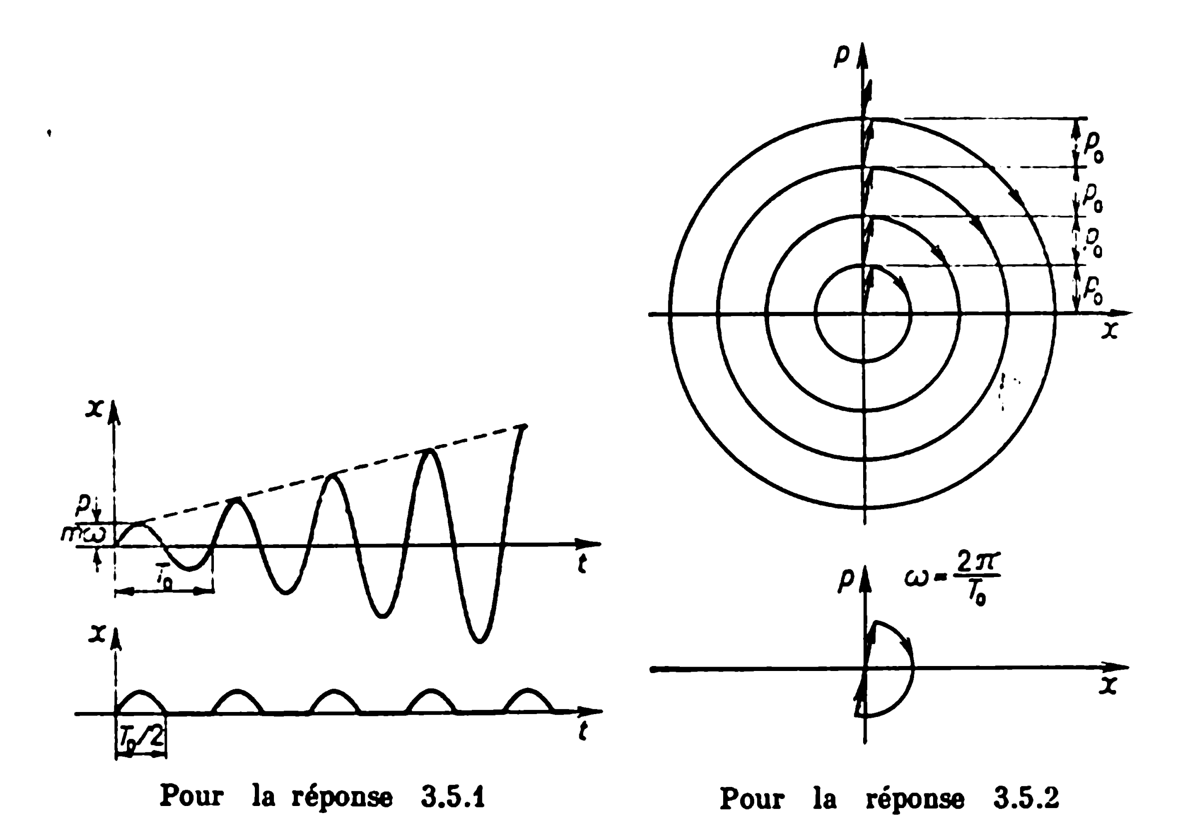
3.4.17*. $x_{\max} = \dfrac{v(\omega_1+\omega_2)\,[l(\omega_1^2-\omega_1\omega_2+\omega_2^2)-g]}{\omega_1\omega_2\,[l(\omega_1^2+\omega_2^2)-2g]}$, $L = \dfrac{g^2}{l(\omega_1\omega_2)^2}$.

3.4.18. $k = m(\omega^2 - \omega_0^2)/2$.

3.4.19. $A_{1,2} = {}^1/_2\ (A \pm B)$; $\omega_{1,2} = 2\pi/\tau \pm \pi/T$.

§ 3.5. Oscillations forcées et amorties

◇ 3.5.1. Voir le dessin.
◇ 3.5.2. Voir le dessin.



Pour la réponse 3.5.1 Pour la réponse 3.5.2

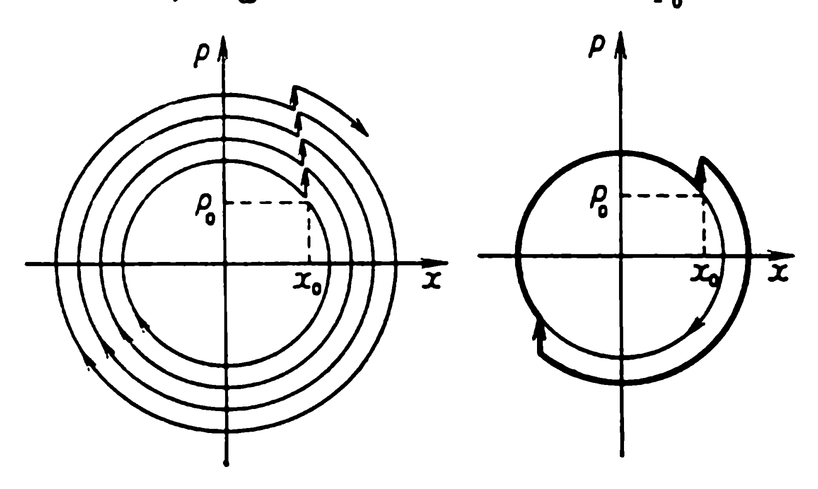
◇ 3.5.3*. Voir le dessin. Si les chocs se suivent aux intervalles de temps T_0, l'amplitude

$$A_n = \sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega}+\frac{np}{m\omega}\right)^2 + x_0^2}.$$

Si les chocs se suivent aux intervalles de temps $T_0/2$, l'amplitude

$$A_n = \sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega} + \frac{p}{m\omega}\right)^2 + x_0^2} \text{ pour } n \text{ impairs,}$$

$$A_n = \sqrt{\frac{v_0^2}{\omega^2} + x_0^2} \text{ pour } n \text{ pairs, } \omega = \frac{2\pi}{T_0}.$$



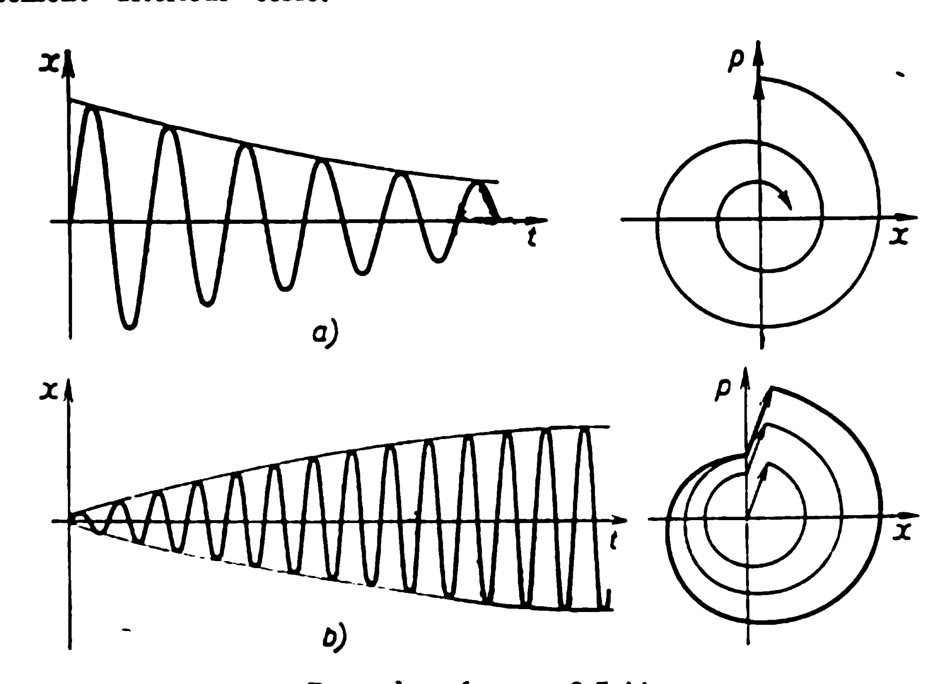
Pour la réponse 3.5.3

3.5.5. Près de 63 cm.

3.5.6. La route est moins accidentée du côté de l'entrée que du côté de la sortie.

3.5.7. Avant le changement du cap et de la vitesse de la vedette avait eu lieu le balancement de résonance.

3.5.8. Les pertes par période augmentent avec l'accroissement de l'amplitude. Lorsqu'elles deviennent égales à l'accroissement de l'énergie dû au choc, le balancement ultérieur cesse.

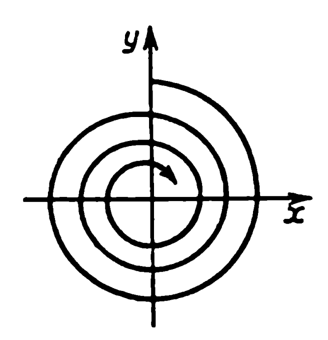


Pour la réponse 3.5.11

3.5.9. $N = bv^2$.

3.5.10*. $\frac{d}{dt}\left(\frac{kx^2}{2}+\frac{mv^2}{2}\right) = -bv^2$, d'où $m\frac{dv}{dt} = -kx-bv$.

◇ 3.5.11. Voir le dessin a) : après un choc isolé il se produit un amortissement progressif des oscillations ; dessin b) : lors des chocs périodiques il se produit d'a-



Pour la réponse 3.5.17

bord une intensification des oscillations puis, lorsque l'accroissement d'énergie de l'ordre de pv devient égal aux pertes par période de l'ordre de bv^2T, les oscillations deviennent permanentes.

3.5.14. Pour $\gamma\omega_0 \approx 1$.

3.5.15. La vitesse de l'oscillateur est inférieure de n^2, n^3 fois à sa vitesse initiale.

3.5.16. Au cours du temps τ l'énergie diminue de quatre fois. Au cours du temps $\tau/2$ l'énergie diminue de deux fois.

◇ 3.5.17. Voir le dessin.

3.5.19. $\gamma = 10^2$ s^{-1}, $\omega = \pi\cdot 10^3$ s^{-1}. L'erreur commise lors de la substitution de ω_0 à ω dépend de façon quadratique de la petite quantité γ/ω_0.

3.5.20. a. $\gamma \approx 10^{-2}$ s^{-1}. b. $\gamma' = \gamma/4$.

3.5.21*. a. $Q = \omega_0/(2\gamma)$, $n = Q/(2\pi)$. b. De 50 fois environ pour $Q = 10^6$ et seulement de 1,5 fois pour $Q = 10^9$.

3.5.22*. $v_{\max} = \frac{p}{m}\,\frac{2}{1-\exp(-2\pi\gamma/\omega)}$. $v_{\max} \approx 2p/m$ pour $2\pi\gamma/\omega \gg 1$; $v_{\max} \approx 2\omega p/(2\pi\gamma m)$ pour $2\pi\gamma/\omega \ll 1$.

3.5.24. $A = F_0/(m\omega^2)$.

3.5.26. a. $A = F_0/[m(\omega^2-\omega_0^2)]$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. b. $A = F_0/[m(\omega_0^2-\omega^2)]$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

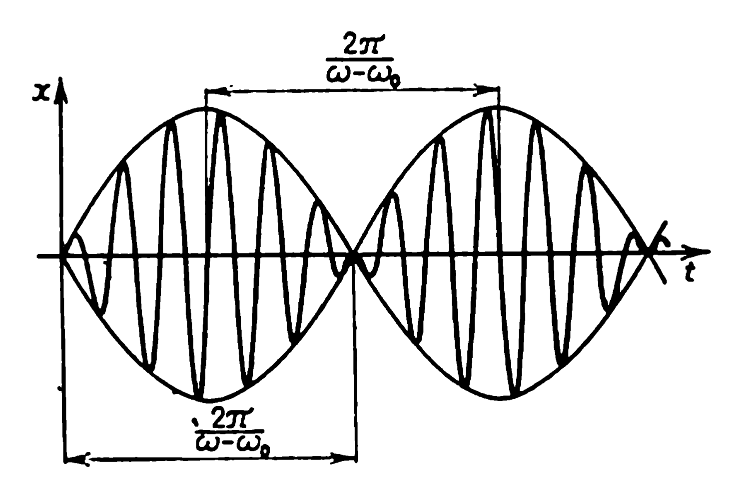
3.5.27*. $A = F_0/[m(\omega^2-\omega_0^2)]$. Les grandeurs B et φ sont choisies de façon qu'à la date $t = 0$ on ait les conditions initiales $x(0) = x_0$, $v(0) = v_0$.

3.5.28*. $x_0 = F_0/[m(\omega_0^2-\omega^2)]$, $v_0 = 0$, alors $B = 0$.

3.5.29*. Le produit de l'accélération complémentaire liée aux oscillations libres, par la masse de l'oscillateur est égal à la force intérieure complémentaire.

3.5.30. Raisonnons sur l'exemple des oscillations d'un corps fixé à un ressort. Les oscillations forcées de ce corps avec une fréquence inférieure à la fréquence propre peuvent être représentées comme des oscillations libres, sur le même ressort, du corps avec une masse complémentaire. La force exercée par cette masse peut être considérée comme force sollicitante. Elle est dirigée contre la force élastique, donc dans le sens du déplacement. Les oscillations forcées avec une fréquence supérieure à la fréquence propre peuvent être représentées comme des oscillations libres du même corps auquel est fixé un ressort supplémentaire. La force d'élasticité exercée par ce ressort peut être considérée comme force sollicitante. Elle est dirigée dans le sens contraire au déplacement.

◇ 3.5.32*. Voir le dessin. $x(t) = \frac{2F_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)} \sin\left(\frac{\omega-\omega_0}{2} t\right) \times$ $\times \sin\left(\frac{\omega+\omega_0}{2} t\right)$.

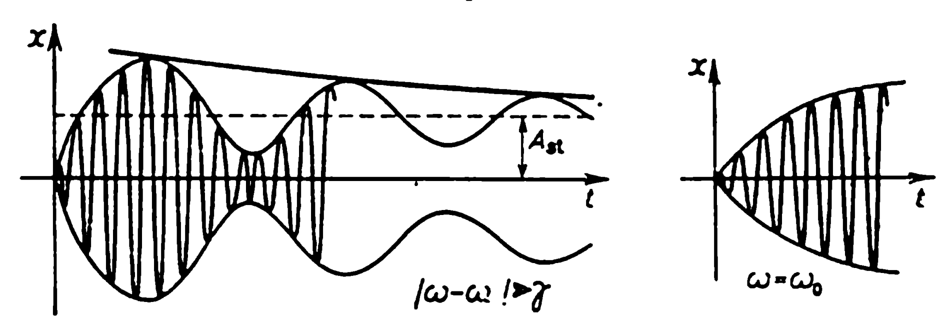


Pour la réponse 3.5.32

3.5.33*. $x(t) \approx \frac{F_0 t}{m(\omega+\omega_0)} \sin\left(\frac{\omega+\omega_0}{2} t\right)$.

3.5.34*. $x(t) \approx \frac{F_0 t}{2m\omega_0} \sin \omega_0 t$.

◇ 3.5.35*. Pour $|\omega - \omega_0| \ll \gamma$ les battements apparus initialement se transforment progressivement en oscillations forcées par suite de la diminution, selon la loi $e^{-\gamma t}$, du terme variant avec la pulsation ω_0. Pour $\omega = \omega_0$ l'intensification initiale des oscillations dont l'amplitude croît linéairement diminue pro-



Pour la réponse 3.5 35

gressivement et on voit s'établir des oscillations forcées. Le temps caractéristique d'établissement est égal au temps d'amortissement des oscillations libres $\tau = 1/\gamma$ lorsque leur amplitude diminue de e fois.

3.5.36. a. $F = -2A\gamma m\omega_0 \sin(\omega_0 t - \varphi)$. b. $A = -F_0/(2\gamma m\omega_0)$; de $\omega_0/2\gamma$ fois.

3.5.37. $\gamma = F_0/(2x_0\omega m)$.

3.5.38. $\omega_0 = 550$ s^{-1}, $\gamma = 50$ s^{-1}, $Q = 5{,}5$.

3.5.39. Près de 10^5 s.

3.5.40. $v = \omega_0\lambda/2\pi$.

3.5.41*. Au bout du temps t après le départ, la vitesse des particules $v = (F_0/m\omega)(1 - \cos \omega t)$; leur vitesse moyenne $v_{moy} = F_0/m\omega$; la vitesse maximale $v_{max} = 2F_0/m\omega$ est atteinte par ces particules à la distance $(F/m\omega^2)\pi(2n+1)$ de la source, où n est un nombre entier.

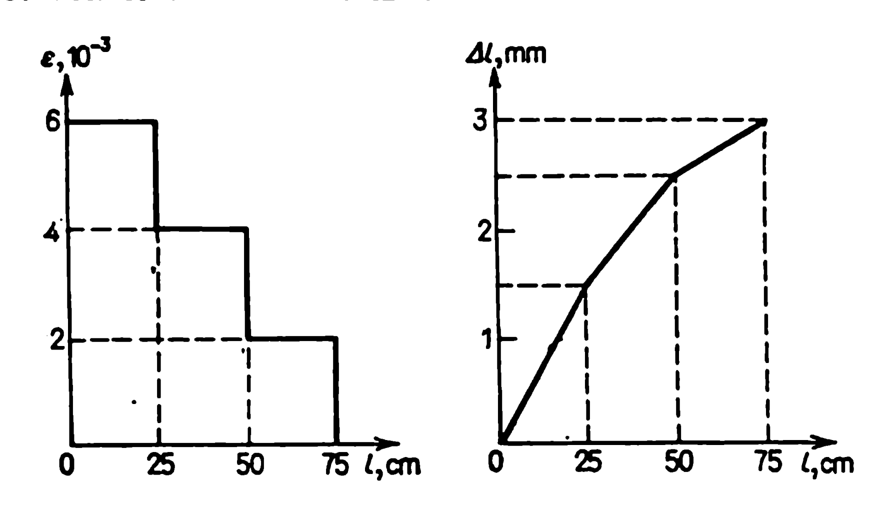
La vitesse des particules émises à la date $t = \pi/\omega$ est $v = (F_0/m\omega)(\cos \omega t - 1)$; leur vitesse moyenne $v_{moy} = F_0/m\omega$; la vitesse maximale $v_{max} = 2F_0/m\omega$ est acquise par ces particules de l'autre côté de la source à la même distance.

La vitesse des particules émises à la date $t = \pi/2\omega$ est $v = (F_0/m\omega) \sin \omega t$; leur vitesse moyenne $v_{moy} = 0$; la vitesse maximale de ces particules $v_{max} = F_0/m\omega$ est atteinte à la distance $F_0/m\omega^2$ de la source.

3.5.42*. Cycloïde; la vitesse moyenne $v_{moy} = F_0/m\omega$ est dirigée suivant l'axe des x. Si pour $t = 0$ on a $v_x = -F_0/m\omega$ et $v_y = 0$, la particule décrit un cercle de rayon $r = F_0/m\omega^2$.

§ 3.6. Déformations et contraintes. Vitesse des ondes

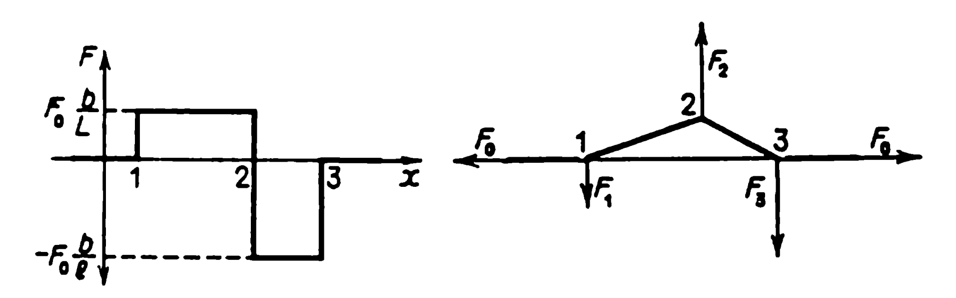
3.6.1. F/k; $(N - 1)F/k$.
3.6.2. La distance augmente de 10^{-14} m.
3.6.3. $k = ES/L$, $F = ES(\Delta L/L)$.
3.6.4. $k = Ea$.
◇ 3.6.5. Voir le dessin. $l = 3$ mm.



Pour la réponse 3.6.5

3.6.6. De 10^8 à $-0{,}5 \cdot 10^8$ Pa.
3.6.7. $F = 5 \cdot 10^4$ N.
3.6.8. De $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ m.
3.6.9. $\Delta l = mal/(2ES)$.
3.6.10. $w = E\varepsilon^2/2 = \sigma^2/2E$.
3.6.11*. $A_{min} = \frac{\pi^2}{6} \frac{Ea^4}{l}$.
3.6.12*. $\nu = k/(k + 2k_0)$.
3.6.13*. $\nu = 2k_1/(k_1 + 2k_0)$.
3.6.14. Le volume augmente. $\nu \approx 0{,}5$.
3.6.15. $k = 3(1 - 2\nu)/E$.
3.6.16. La profondeur augmente de 30 m environ. La masse volumique de l'eau est plus grande de 50 kg/m³. L'énergie emmagasinée dans l'unité de volume est égale à $2{,}5 \cdot 10^6$ J/m³.

3.6.17. La composante horizontale de la force de tension du fil est égale à F ; sachant la pente de la partie non horizontale du fil on trouve les composantes verticales de la force de tension, et d'après ces dernières les forces requises.



Pour la réponse 3.6.18

◇ 3.6.18. Voir le dessin. Les forces appliquées aux points anguleux *1*, *2*, *3* sont : $F_1 = -F_0 b/L$, $F_2 = F_0 (b/L + b/l)$, $F_3 = -F_0 b/l$.

3.6.19. $u = -c\varepsilon$.

3.6.20. a. $dp/dt = -\rho c^2 \varepsilon$. b. $F = F_0 \varepsilon$; $c = \sqrt{F_0/\rho}$.

3.6.21. a. $\varepsilon = -b/L$, $w = Eb^2/(2L^2)$; $u = -c\varepsilon = cb/L$. b. $c = \sqrt{E/\rho}$.

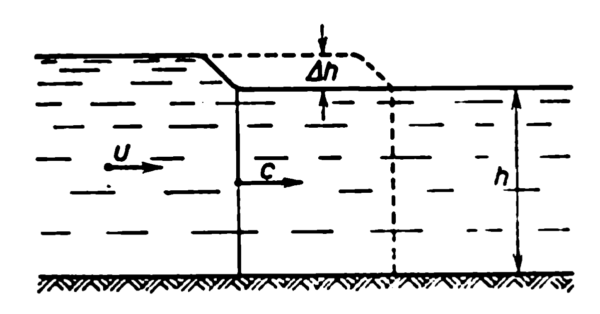
3.6.22. a. $dp/dt = \rho c u S = -\rho c^2 \varepsilon S$. b. $\sigma = -E\varepsilon$, $c = \sqrt{E/\rho}$.

3.6.23. 5 km/s. Imaginons une fine tige dans une tôle d'acier. Ses déplacements transversaux sont « gênés » par les parties voisines de la tôle. La rigidité de cette tige est supérieure à celle d'une autre dont la surface latérale est libre.

3.6.24. 500, 1400 et 340 m/s.

3.6.25. $c^2 = \rho (P - P_0)/[\rho_0 (\rho - \rho_0)]$.

3.6.26*. A la compression diminuant progressivement vers le front d'onde la vitesse du son est plus grande dans les parties plus éloignées, les perturbations du milieu se rattrapent les unes les autres. Dans un cas de détente, la vitesse du son est plus petite dans les parties éloignées, elles sont en retard, la perturbation se répand.



Pour la réponse 3.6.27

◇ 3.6.27*. Voir le dessin. La vitesse des particules et la hauteur de montée du niveau d'eau dans l'onde progressive sont liées par la relation $u/c = \Delta h/h$. Egalons la vitesse de variation de l'impulsion à la différence des forces de pression ; $\rho h c u = \rho g h \Delta h$. D'où $c = \sqrt{gh}$.

3.6.28*. $c = \dfrac{\omega l}{2 \arcsin(\omega/2\omega_0)}$. Pour $\omega \ll \omega_0$, $c = \omega_0 l$, $\omega_0 \approx 0{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.

§ 3.7. Propagation des ondes

3.7.1. $p = \rho c b S$.

3.7.2. a. $q_p = \Delta\rho c^2$. b. $v = \frac{\Delta\rho c}{\rho}\frac{l}{L}$; $x = \frac{\Delta\rho}{\rho} l$.

3.7.3. $P(t_0 - r/c)$, où r est la distance au capteur.

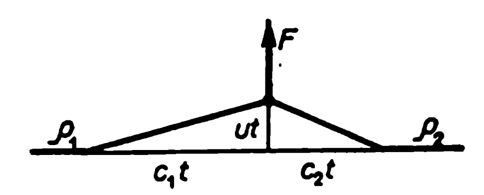
3.7.4. La densité du flux d'impulsion $q_p = \rho c u (x_0 - ct)$.

3.7.5. $F = 1400$ N.

3.7.6. $u = F/S\sqrt{E\rho}$, $\varepsilon = -F/SE$; $\rho' = \rho(1 + F/SE)$. L'impulsion $p = 0{,}5\,F\tau$, $p' = F\tau$; l'énergie $W = 0{,}5\,F^2\tau/S\sqrt{E\rho}$, $W' = F^2\tau/S\sqrt{E\rho}$.

3.7.7. $A = 12{,}5\cdot 10^3$ J, $K/A = 0{,}25$.

◇ 3.7.8. Voir le dessin; $u = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}\frac{F_\perp}{F_\parallel}$, $c_1 = \sqrt{F_\parallel/\rho_1'}$, $c_2 = \sqrt{F_\parallel/\rho_2'}$.



Pour la réponse 3.7.8

3.7.9. Les forces verticales $F_{1,3} = (\rho v^2 - F)b/L$ et $F_2 = 2(F - \rho v^2)\,b/L$. Pour $v \to \sqrt{F/\rho}$, les forces qui agissent sur la corde tendent vers zéro — la corde « ne résiste pas » à la flexion. Si les forces exercées par les anneaux sont fixées de telle ou telle façon, les déformations de la corde croissent indéfiniment pour $v \to \sqrt{F/\rho}$.

3.7.10. Les vitesses des ondes « de flexion » et de perturbation coïncident, ce qui entraîne un brusque accroissement de l'amplitude des ondes dans le pneumatique, qui peut conduire à son tour à la rupture du pneumatique.

3.7.11. La vitesse du bateau et celle de l'onde excitée par ce dernier dans le canal sont devenues égales.

3.7.13. Front plan. La direction de propagation fait un angle α avec la normale à la frontière de séparation des milieux ($\sin\alpha = c/v$).

3.7.14. $\alpha_1 = \alpha$, $\sin\alpha_2 = (c_2/c_1)\sin\alpha$.

3.7.15. Le bruit des moteurs se propage plus lentement que le front de l'onde de choc créée par l'avion supersonique.

3.7.16. $\sin\alpha_0 = c_1/c_2$.

3.7.17. Seule la direction de l'onde réfractée change:

$$\sin\alpha_2 = \frac{c_2 \sin\alpha_1}{c_1 + v\sin\alpha_1},$$

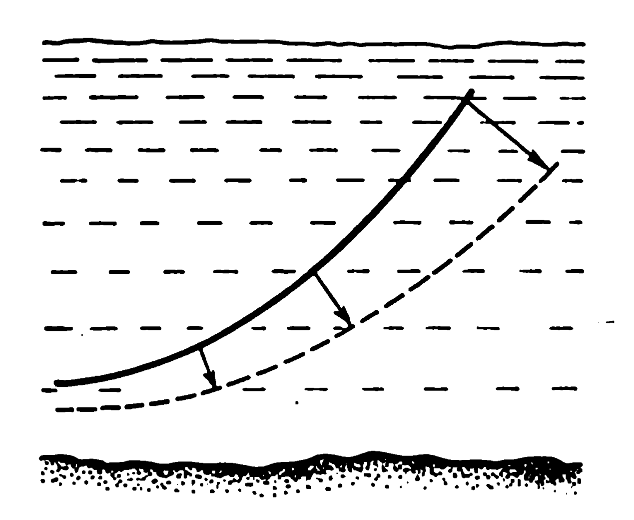
où c_1 et c_2 sont les vitesses du son dans l'air immobile et dans l'eau, v est la vitesse du courant d'air, α_1 l'angle d'incidence.

3.7.18. a. Les parties du front d'onde qui sont plus éloignées du bord se déplacent à une vitesse plus grande que les parties moins éloignées. C'est pourquoi l'angle compris entre le front d'onde et le bord diminue tout près du bord.

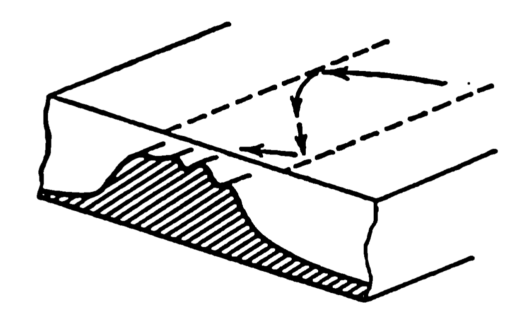
◇ b. Voir le dessin.

◇ 3.7.19. La réflexion interne totale est possible à la frontière de séparation des profondeurs.

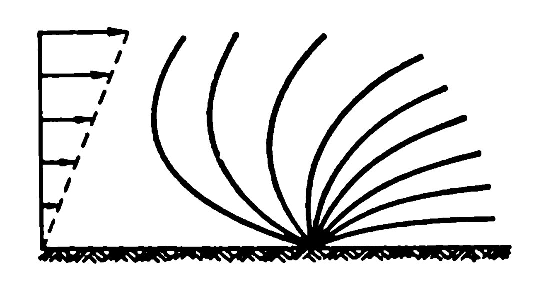
◇ 3.7.20*. Voir le dessin représentant les « rayons sonores » qui sont orthogonaux aux surfaces d'onde; en se propageant au vent, le son longe la surface terrestre, et il s'en éloigne quand il se propage dans le sens contraire.



Pour la réponse 3.7.18



Pour la réponse 3.7.19



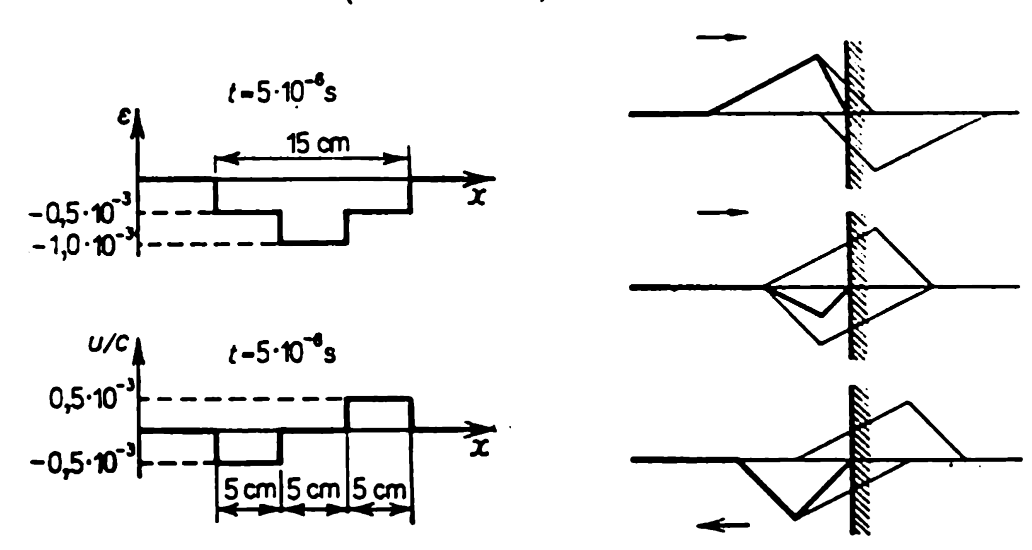
Pour la réponse 3.7.20

3.7.21. $\nu = \nu_0/(1 - v/c)$.
3.7.22. $\nu_{1,2} = \nu_0 (1 \pm v/c)$; $\nu_3 = \nu_0 [1 - (v/c) \cos \alpha]$.

§ 3.8. Superposition et réflexion des ondes

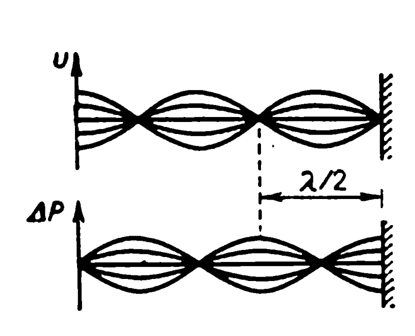
3.8.1. Dans le premier cas (voir le dessin *a*) pour le problème 3.8.1) l'énergie cinétique est nulle et l'énergie potentielle $U = 2E$. Dans le deuxième (voir le dessin *b*) pour le problème 3.8.1) l'énergie cinétique $K = 2E$ et l'énergie potentielle est nulle.
◇ 3.8.2. Ondes de déformation divergentes avec $\varepsilon = -0{,}5 \cdot 10^{-3}$.
◇ 3.8.3. Voir le dessin.
◇ 3.8.4. Voir le dessin. $P = 2\rho c\omega A \cos \omega t$. La longueur d'onde $\lambda = 2\pi c/\omega$. Près du mur se trouvent le nœud de vitesse et le ventre de pression. Le premier nœud de pression se trouve à la distance $\lambda/4$ du mur.
3.8.5. Voir le dessin dans le problème correspondant. Dans l'onde « non renversée » de déplacements le signe de déformation est opposé à celui de l'onde incidente.

◇ 3.8.6. $A = v_0/2\omega$. Le ventre de vitesse et le nœud de pression se trouvent à l'extrémité de la tige. Le premier nœud de vitesse se trouve à la distance $\lambda/4$ de l'extrémité de celle-ci (voir le dessin).

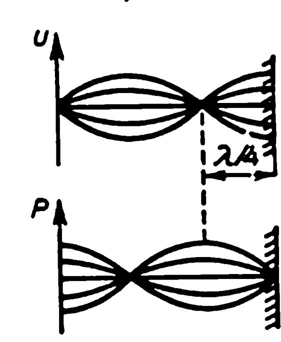


Pour la réponse 3.8.2 Pour la réponse 3.8.3

3.8.7. Lors de la réflexion de l'onde sur la surface intérieure du verre on y voit apparaître une région de haute tension (extension).



Pour la réponse 3.8.4



Pour la réponse 3.8.6

3.8.8*. $u = 2P/\rho c = 250$ m/s, $l = c\tau/2 = 1$ cm.

3.8.9*. $l=\frac{1}{2}\left(L-\frac{c}{\omega}\arcsin\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)=\frac{L}{2}\left(1-\frac{1}{\pi}\arcsin\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)$. $l = L/2$ pour $\sigma_0 \gg \sigma$, $l=L/4$ pour $\sigma_0 \approx \sigma$.

3.8.10. $P = \rho cu = 3{,}9\cdot 10^4$ atm. La force exercée par le mur sur le bout de la tige y crée une onde de compression. En atteignant le bout libre elle s'y réfléchit. L'onde réfléchie est une onde de traction. Lorsque l'onde réfléchie et l'onde créée par la force qu'exerce le mur se superposent, la déformation disparaît et la vitesse des parties de la tige change de signe. Quand le front d'onde réfléchie atteint le mur, toute la tige devient non déformée et son contact avec le mur cesse. La durée de contact $\tau = 2l/c = 4\cdot 10^{-4}$ s.

3.8.11. $v_l = v$, $v_L = v\,|\,1 - 2l/L\,|$.

3.8.13*. $v_1 = 0$, $v_2 = vl_1/l_2$.

3.8.14. $\frac{u_{ref}}{u_{inc}}=\frac{\sqrt{\rho_1 E_1}-\sqrt{\rho_2 E_2}}{\sqrt{\rho_1 E_1}+\sqrt{\rho_2 E_2}}$, $\frac{u_{pas}}{u_{inc}}=\frac{2\sqrt{E_1\rho_1}}{\sqrt{E_1\rho_1}+\sqrt{E_2\rho_2}}$.

3.8.15. $D \approx 4\rho_1 c_1/\rho_2 c_2 \approx 1{,}1 \cdot 10^{-3}$.

3.8.16. En présence du joint le coefficient de transmission de l'onde reçue par le capteur croît de 0,25 à 0,41. On voit apparaître des signaux secondaires (signaux d'écho) qui se succèdent à un intervalle $2l/c$ et dont la puissance décroît en progression géométrique. A haute fréquence de répétition de signaux, les signaux d'écho se superposent l'un sur l'autre ; en choisissant l'épaisseur du joint on peut alors obtenir la transmission ou la réflexion presque totales du signal.

3.8.17. $n = \left(\frac{\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}\right)^2$, $L = 2lc_1/c_2$.

3.8.18*. $L = 2lc_1/c_2$. $n = 1$. Non, le rapport ne varie pas.

3.8.19. $l_1 = 1{,}25$ mm, $l_2 = 2{,}5$ mm.

§ 3.9. Son. Résonateurs acoustiques

3.9.1. $\lambda = c/\nu = 6{,}6$ m.

3.9.2. $l = c/4\nu = 82{,}5$ cm.

3.9.3. $c = 2l/\nu$.

3.9.4. $v_1 = 6{,}8$ cm/s, $v_2 = 6{,}8 \cdot 10^{-8}$ m/s, $x_1 = 0{,}11$ mm, $x_2 = 1{,}1 \cdot 10^{-11}$ m, $P_1 = 3 \cdot 10^{-4}$ atm, $P_2 = 3 \cdot 10^{-12}$ atm.

3.9.5*. $I > 3$ kW/m².

3.9.6*. $F = 2L^2\rho c v$. Pour $\omega \ll c/L$ il se produit une égalisation presque complète de la pression dans le courant d'air et l'émission du son est donc faible.

3.9.7. $E = 2\pi R^2 \omega^2 A^2 \rho c$. L'amplitude de la pression dans l'onde est inversement proportionnelle à la distance au centre de la bille.

3.9.8*. a. Deux ondes divergentes: celle de la vitesse

$$u = \frac{F_0}{2S\rho c} \cos \omega \left(t \mp \frac{x}{c}\right)$$

(l'origine de lecture de la coordonnée x est située dans la section où se trouve la source d'action de la force F) et celle de la déformation

$$\varepsilon = \mp u/c.$$

b. L'onde stationnaire apparaît entre les sources de la force:

$$u = \frac{F_0}{S\rho c} \cos \omega \left(t - \frac{l}{2c}\right) \cos \frac{\omega x}{c} ;$$

en dehors des sources il y a deux ondes divergentes:

$$u = \frac{F_0}{S\rho c} \cos \frac{\omega l}{2c} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c}\right)$$

(la lecture de la coordonnée x commence au point situé au milieu entre les sources de la force F). Si la distance l contient un nombre pair de demi-ondes, la puissance de l'onde résultante est maximale, si le nombre de demi-ondes est impair, la puissance de l'onde résultante est nulle.

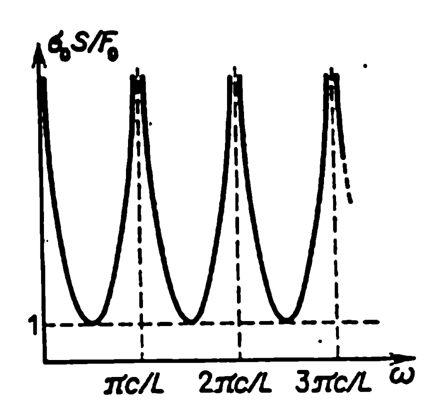
3.9.9*. Pour $l = (1/4 + n)\,\lambda$; pour $l = (3/4 + n)\,\lambda$, $\lambda = 2\pi c/\omega$.

3.9.10. $L = 2\lambda$, $c = L\omega/4\pi$.

3.9.11*. a. Les nœuds de tension se trouvent à des distances de l'extrémité libre qui sont multiples de $\lambda/2$.

$$F_0 = \frac{\sigma_0 S}{\sin (2\pi L/\lambda)} .$$

◇ b. Voir le dessin ; $\omega = 2\pi nc/2L$, où n est un nombre entier, $c = \omega\lambda/2\pi$ la vitesse du son. On peut l'affirmer.



Pour la réponse 3.9.11

3.9.12. $\nu_n = n\cdot 2500$ Hz. A la distance de 25 cm de ses extrémités.
3.9.13. Elles diminuent de deux fois.

3.9.14*. $A = \dfrac{A_0}{|\sin(\omega L/c)|}$, $\tau = \dfrac{2\pi}{\omega\,|\sin(\omega L/c)|}$.

3.9.15. $\nu = c/2L = 8{,}25$ Hz.

3.9.16. Lorsque la hauteur de la colonne d'air se trouvant dans le récipient varie, ses fréquences de résonance varient. Le son devient plus intense avec la diminution de la différence entre la fréquence du diapason et une des fréquences de résonance de la colonne d'air.

3.9.17. 50, 250, 450 m, etc.

3.9.18. $\nu_0^{(1)} = 300$ Hz, $\nu_0^{(2)} = 150$ Hz.

3.9.19. Pour rendre plus riche la gamme des fréquences propres de l'instrument. Le ton s'abaisse avec l'augmentation des dimensions.

3.9.20. Les oscillations propres de l'air apportent leur contribution dans le résonnement de la voix. Les longueurs d'onde correspondantes dans le milieu d'hélium et d'oxygène seront invariables et les fréquences augmentent avec l'accroissement de la vitesse du son. Le ton général de la voix devient plus haut. Quant à la fréquence des vibrations du diapason, elle ne varie pas, le son, lui aussi, sera de même fréquence.

3.9.21. $F = 4l^2\nu^2\mu = 144$ N.

3.9.22. Près des ventres de déplacements à la distance $l/6$ ou $l/3$ des extrémités de la corde.

3.9.23. Il y a de grandes pertes d'énergie à la suite du frottement entre la main et la tige. Ces pertes sont minimales au milieu de la tige, là où il y a un nœud de vitesses et maximales à ses extrémités, là où il y a un ventre de vitesses.

3.9.24*. Les pertes d'énergie principales sont liées au passage de l'onde d'un milieu (le saphir) à l'autre (l'air). Le coefficient de transmission $D = 4\,\rho_{air}c_{air}/\rho_{saph}c_{saph} = 0{,}7\cdot 10^{-4}$ (voir le problème 3.8.15). Les pertes augmentent d'environ 10^4 fois.

3.9.25*. La puissance de l'onde transmise représente une même part de la puissance de l'onde incidente indépendamment de ce que le son se propage de l'air dans l'eau ou de l'eau dans l'air, cette part étant très petite. Il en va autrement avec la pression. A la réflexion de l'onde sonore dans l'air un ventre de pression se forme à la frontière avec l'eau. Il s'ensuit que la pression dans l'onde transmise à l'eau est presque deux fois plus grande que celle dans l'onde sonore incidente. (On ne considère que l'incidence normale de l'onde sur la surface de séparation de deux milieux; dans d'autres cas la situation est qualitativement la même.) Lorsque l'onde sonore tombe sur la surface de séparation à partir de l'eau, un nœud de pression se forme sur cette surface et dans l'onde transmise dans l'air la pression est presque nulle. Cette explication approchée se fonde sur ce que les

valeurs de ρc pour l'onde et l'air diffèrent de plusieurs fois (environ 330). On peut calculer exactement la variation de la pression. La pression dans l'onde transmise dans le premier milieu

$$P_{\text{tr }1} = \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} P_{\text{inc }2},$$

où $P_{\text{inc }2}$ est la pression de l'onde incidente dans le deuxième milieu. Lors du passage de l'eau dans l'air la pression diminue de 150 fois environ.

3.9.26*. $M = \frac{\sqrt{mk}}{\omega} \operatorname{cotg} \omega \sqrt{\frac{m}{k}}$.

Chapitre 4
Mécanique des fluides

§ 4.1. Pression des fluides

4.1.2. $F_1 = 2000\sqrt{2}$ N. $F_2 = 0$.

4.1.3*. $P = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{F}{a^2}$.

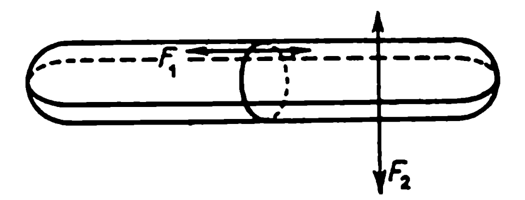
4.1.4. Oui.

4.1.5. $F = 2\pi r^2 P$.

4.1.6. $F = \pi (R^2 - r^2) P$.

4.1.7*. $\sigma = \frac{(R-\Delta)^2}{R^2 - (R-\Delta)^2} P$.

◇ 4.1.8*. La force F_1 qui agit sur l'unité de longueur de la circonférence de la section transversale de la saucisse est inférieure à la force F_2 qui s'exerce sur l'unité de longueur du périmètre de sa section longitudinale.



Pour la réponse 4.1.8

4.1.9. A la distance $l = \frac{d_1^2 - d_3^2}{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2} a$ à gauche du centre du bâton.

4.1.10. $h = 727$ cm.

4.1.11. $F_1 = 4392$ N; $F_2 = 4314$ N; $F_l = 4353$ N; $F = 78$ N.

4.1.12*. $F = {}^1/_{12}\, \rho g a^2 (3\sqrt{3}\, h - \sqrt{2}\, a) + {}^1/_4\, P a^2 \sqrt{3}$.

4.1.13*. Les forces composantes parallèle et perpendiculaire au fond du récipient:

$$F_{\parallel} = a^3 (\rho - \rho_0) g \sin\alpha, \quad F_{\perp} = a^3 \rho_0 g \left(\frac{\rho}{\rho_0} \cos\alpha + \frac{1}{2} \sin\alpha + \frac{h}{a}\right) + P a^2.$$

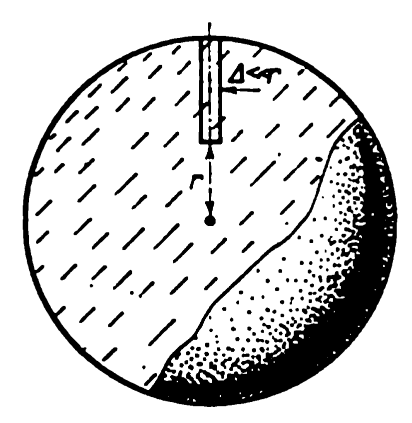
4.1.14. $x = H - \frac{R^2}{r^2} \left(1 + \frac{a}{r}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right) h$.

4.1.15. $h = 85$ cm.

4.1.16. $h = 10{,}1$ m.
4.1.17*. $m = {}^1/_3\ \pi R^3\rho$.

4.1.19*. $A = \pi r^2 \left(h + \frac{1}{2}\, l \frac{r^2}{R^2}\right) \rho g l$.

◇ 4.1.20*. La pression P_r peut être trouvée à partir de la condition d'équilibre du volume cylindrique mince représenté sur le dessin : la force d'attraction de ce



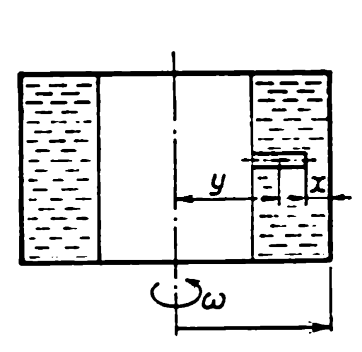
Pour la réponse 4.1.20

volume par le centre de la planète, qui est égale au produit de la masse du volume par l'accélération du champ gravitationnel au centre du volume, est équilibrée par la force de pression qui agit sur la section inférieure

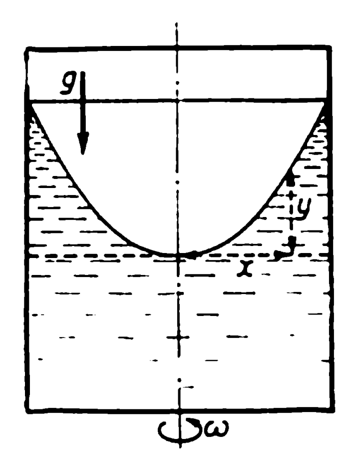
$$P_r = {}^2/_3\, \pi\gamma\rho^2 (R^2 - r^2), \quad P_0 = {}^2/_3\, \pi\gamma\rho^2 R^2.$$

4.1.21. Dans le sens de l'accélération du récipient.
4.1.22. $\beta = \alpha - \mathrm{arctg}\ \mu$.

◇ 4.1.23*. La pression $P(x)$ peut être trouvée de la condition que la force de pression sur la base intérieure du volume cylindrique mince, représenté sur le



Pour la réponse 4.1.23



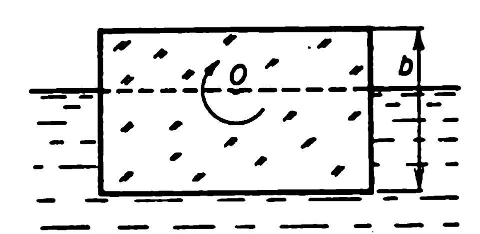
Pour la réponse 4.1.24

dessin, soit égale à $m\omega^2 y$, où y est la distance du centre du cylindre à l'axe de rotation, m la masse du volume représenté : $P(x) = {}^1/_2\, \rho\omega^2 [(R - x)^2 - {}^1/_4\, R^2]$.

◇ 4.1.24. $y = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} x^2$.

§ 4.2. Flottaison. Loi d'Archimède

4.2.1. $P = mg/S + P_0$.
4.2.2. $h = H(\rho - \rho_1)/(\rho_2 - \rho_1)$.
4.2.3. $H = (m - \rho_1 hS)/[S(\rho_2 - \rho_1)]$.
◇ 4.2.4*. Si, lors de la petite rotation du parallélépipède autour de l'axe passant par le point O, le moment des forces agissant sur le parallélépipède est dirigé



Pour la réponse 4.2.4

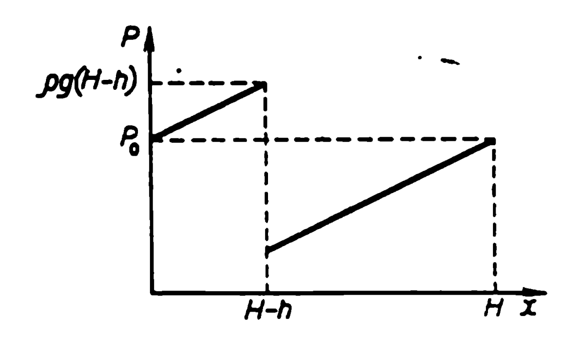
dans le sens contraire à celui de la rotation, sa position est stable. Cette condition est satisfaite pour $\frac{a}{b} > \sqrt{6\frac{\rho}{\rho_0}\left(1-\frac{\rho}{\rho_0}\right)}$.
4.2.5. $A = 34$ J.
4.2.6. $V = 147$ cm³.
4.2.7. $\rho = 1{,}5$ g/cm³.
4.2.8. $\rho_1'/\rho_2' = \rho_1/\rho_2$.
4.2.9*. $x = 4m/[\pi\rho(d_1^2 + d_2^2)]$.
4.2.10. $F = 9{,}8\cdot 10^{-3}$ N.
4.2.11. $F = (2/3)\,\pi r^3\rho g\,(1 + 2r/l)$.
4.2.12. $F = 1{,}2\cdot 10^{-2}$ N.
4.2.13. $\rho = (2/3)$ g/cm³.
4.2.14. $F = mg/\sqrt{3}$.
4.2.15*. a) $F = \rho g R(H + {}^1/_2 L)^2$. b) $F = {}^1/_2\rho g L(H + R)^2$.
4.2.17. $m = 520$ g.
4.2.18*. $m = {}^4/_3\,\pi\,(R^2 + r^2)^{3/2}\rho$.
4.2.19*. $m_1 = {}^1/_{24}\,\rho a^3(6 + 5\,\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}^3\,\alpha)$; $m_2 = {}^1/_{24}\,\rho a^3(6 - 5\,\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}^3\,\alpha)$.
4.2.20*. $T = \sqrt{3}\,mg/72$.
4.2.21. a. $Q = 1$ kJ. b*. $Q = \pi r^2\rho g h H\left[1 + \frac{1}{2}\frac{h}{H}\frac{\rho}{\rho_0}\left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right)\right]$.
4.2.22. $Q = {}^4/_3\,\pi R^3\rho g h H = 410$ J, ρ est la masse volumique de l'eau.
4.2.23. $A = 2{,}5\cdot 10^6$ J.
4.2.24*. a. Il le peut. $\rho\,[\mathrm{g/cm^3}] = \left(1 + \frac{\Delta}{2R - 2H - 2\Delta + l}\right)\left(1 - \frac{\Delta}{l}\right)$.
4.2.25*. $F = {}^4/_3\,\pi r^3(R - r)\,\rho\omega^2$.
4.2.26. $\omega = \sqrt{(g\,\mathrm{tg}\,\alpha)/[R - (l + r)\sin\alpha]}$.
4.2.27. $F \approx {}^1/_2(m_1 - m_2)\omega^2 R$.

§ 4.3. Mouvement d'un fluide parfait

4.3.1. 28,5; 27,0; 25,6 m/s. A l'onzième étage.
4.3.2. $\Delta T = 2gh\rho S$.
4.3.3. $N = \rho V(gh + V^2/2S^2)$.

4.3.4. a. Par suite de la différence de pression dans les sections *1* et *2*, le liquide compris entre ces sections est soumis, dans le sens de son mouvement, à l'action de la force de pression résultante qui est supérieure à la force exercée par la partie de conduite *A*.

b. $F = (1/2)\ \rho v^2 S_1 (1 - S_2/S_1)^2$.



Pour la réponse 4.3.5

◇ 4.3.5. La pression dans le récipient $P_r = P_0 + \rho g x$, la pression dans le tube $P_t = P_0 + \rho g (x - H)$.

4.3.6. $F = \sqrt{2}\,(P + \rho v^2)S$.

4.3.7. $v = \sqrt{2FS/[\rho\,(S^2 - s^2)]}$.

4.3.8. $x = 5l$.

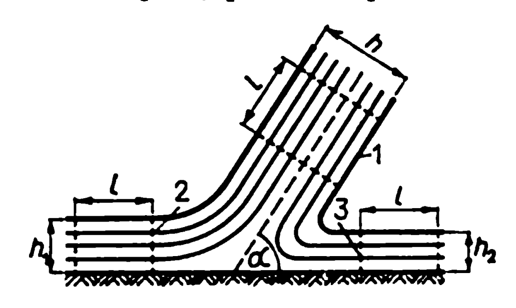
4.3.9. $h = \frac{1}{2g}\left[v^2 - \left(\frac{mg}{\rho v S N}\right)^2\right]$.

4.3.10*. $a = \frac{\rho - \rho_0}{\rho + \rho_0 r^2/(R^2 - r^2)}\, g$; $\Delta P = \frac{\rho R^2}{\rho\,(R^2 - r^2) + \rho_0 r^2}\, \rho_0 g h$.

4.3.11*. Les dimensions de la section longitudinale du jet augmentent de deux fois. La vitesse des portions similaires dans le jet augmente de $\sqrt{2}$ fois. L'évacuation d'eau augmente donc de $2\sqrt{2}$ fois.

4.3.12*. Les jets seront similaires. Lorsque le niveau d'eau s'abaisse, toutes les dimensions du jet diminuent de H/h fois, la vitesse des portions similaires dans le jet diminue de $\sqrt{H/h}$ fois. La vitesse d'abaissement du niveau diminue donc de $(H/h)^2 \sqrt{H/h} = (H/h)^{5/2}$ fois.

◇ 4.3.13. Il découle de la loi de la conservation de l'énergie que la vitesse des portions *2*, *3* de la veine sur le plan, qui sont représentées sur le dessin, sera égale

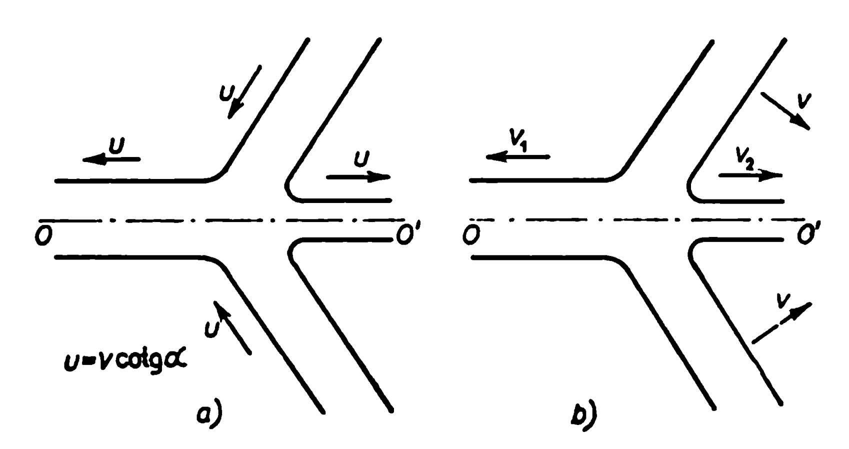


Pour la réponse 4.3.13

à la vitesse v de la portion *1*, et de la loi de la conservation de l'impulsion que

$$h_1 = h\,(1 + \cos\alpha)/2, \quad h_2 = h\,(1 - \cos\alpha)/2.$$

◇ 4.3.14*. Il faut passer au référentiel dans lequel les plaques se déplacent le long de leurs plans. Dans ce système les plaques se déplaceront comme deux jets de sens opposés représentés sur le dessin *a*). Leur mouvement au-dessus et

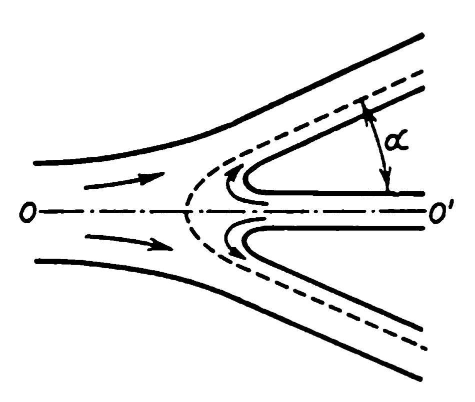


Pour la réponse 4.3.14

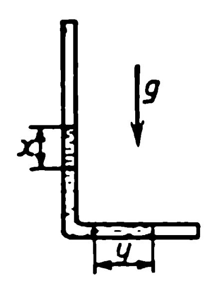
au-dessous du plan OO' reproduit le mouvement du jet considéré dans le problème 4.3.13. Ensuite il faut revenir à l'ancien référentiel (voir le dessin *b*)).

$$v_1 = v \operatorname{tg} (\alpha/2), \quad v_2 = v \operatorname{cotg} (\alpha/2).$$

◇ 4.3.15*. Le cône; $\cos \alpha = (R^2 - r^2)/(R^2 + r^2)$.



Pour la réponse 4.3.15



Pour la réponse 4.3.17

4.3.16*. Le problème se réduit au problème 4.3.15 si l'on passe au référentiel dans lequel les vitesses de sens opposés du blindage et du jet de métal seront égales en module. $v = 1$ km/s.

◇ 4.3.17*. $h = l \cos (t\sqrt{g/l})$. $P = x\rho g/2$ dans la partie verticale du tube, $P = y\rho g/2$ dans la partie horizontale du tube.

4.3.18*. $a = g\,(s/S)^2$.

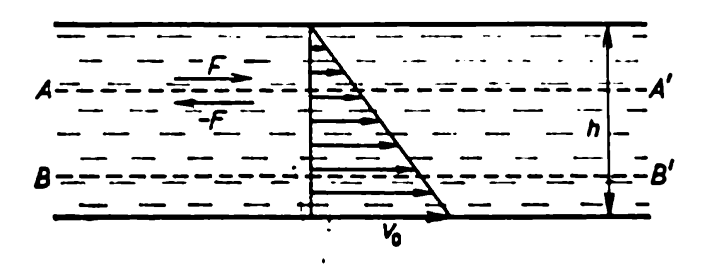
4.3.19. $E = PV$.

4.3.20*. $v = \sqrt{\dfrac{2}{3}\dfrac{P}{\rho}\left(\dfrac{R^3}{r^3} - 1\right)}$, ρ est la masse volumique de l'eau.

4.3.21*. Si la pression atmosphérique n'est pas en mesure de communiquer à l'eau une vitesse égale à la vitesse v de l'arête de l'hélice, une cavité peut apparaître derrière l'arête; $v > 14$ m/s.

§ 4.4. Ecoulement d'un liquide visqueux

◇ 4.4.1. La force avec laquelle les couches de liquide agissent l'une sur l'autre à travers l'unité d'aire de la surface de séparation AA' est $F = \eta dv/dx$. Lors d'un écoulement permanent la force résultante qui agit sur une couche de liquide entre



Pour la réponse 4.4.1

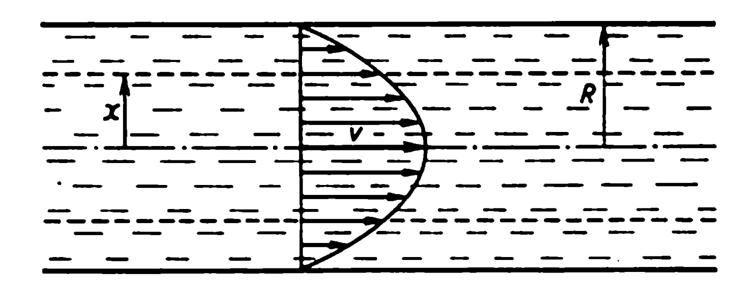
n'importe quelles surfaces de séparation AA' et BB' est nulle. Par conséquent, le gradient de vitesse est partout le même et égal à v_0/h et la vitesse à la distance x du plan fixe est égale à v_0x/h, $0 < x < h$, $F = \eta v_0/h$.

4.4.2. $v = (P/2\eta)x(h - x)$, $0 < x < h$; $Q = (P/12\eta)h^3$.

4.4.3*. a. $Q = (h^3\rho g/3h)\sin\alpha$. b. $\alpha \approx 8\cdot10^{-8}$ rad.

4.4.4*. $v = 2\,mg\Delta^2/(\pi r^2 h\eta)$.

◇ 4.4.5. a) La force de pression résultante $P\cdot\pi x^2$ qui s'exerce sur les bouts du volume de liquide cylindrique délimité est équilibrée par la force de frottement



Pour la réponse 4.4.5

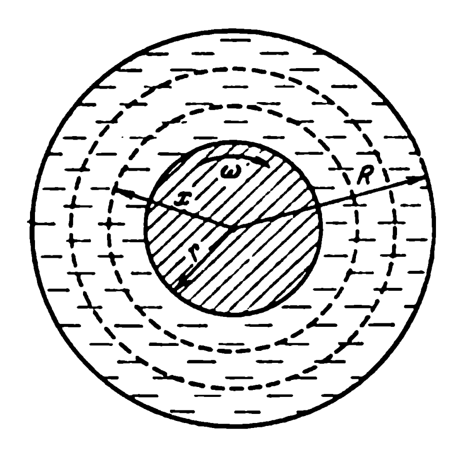
visqueux $2\pi x l\eta dv/dx$. On a donc $dv/dx = -xP/(2l\eta)$, $0 < x < R$. b*) $v = (P/4\eta l)(R^2 - x^2)$. Le volume de liquide s'écoulant par unité de temps $Q = \pi R^4 P^2/(8\eta l)$.

4.4.6. $t = T$.

4.4.7*. $t = 32\eta l/(\rho g d^2 \sin\alpha)$.

◇ 4.4.8. a) Le moment des forces agissant sur la surface cylindrique de séparation entre les couches de liquide ne dépend pas du rayon x du cylindre car seulement dans ce cas le moment résultant des forces s'exerçant sur le liquide entre deux surfaces cylindriques est nul et le liquide s'écoule en régime permanent. On a donc

$$M_x = -x\,2\pi x\,\eta x\frac{d\omega_1}{dx} = M,\quad \frac{d\omega_1}{dx} = -\frac{M}{2\pi\eta x^3},\quad r < x < R.$$



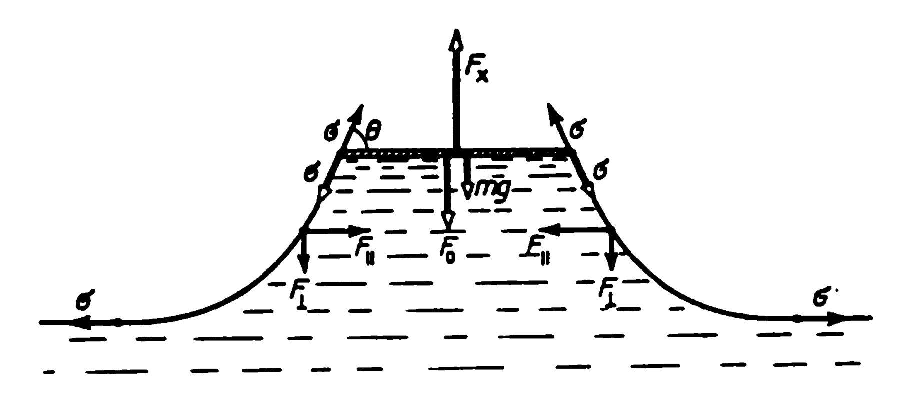
Pour la réponse 4.4.8

b*) $\omega_1 = \frac{M}{4\pi\eta}\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{R^2}\right)$, $\omega = \frac{M}{4\pi\eta}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2}\right)$.

4.4.9. $F = P_2S_2 - P_1S_1 - \rho v_1^2 S_1 (1 - S_1/S_2)$.

§ 4.5. Tension superficielle d'un liquide

4.5.3. $r \approx 0{,}5$ cm.
4.5.4. $F = 2(\sigma_1 - \sigma_2) l$.
4.5.5. $\sigma = k(2\pi R - l)/2R$.
4.5.6. a. $A \approx 2V\sigma/\Delta$. b. $n \approx 4$.
4.5.7. $a = 2{,}1$ cm.
4.5.8. $\sigma = {}^1/_2\, r\rho g h$.
4.5.9. Inférieure à 0,2 cm/s².
◇ 4.5.10*. Le dessin représente les forces qui agissent sur la partie de la plaque de longueur unitaire (flèches doubles) et les forces s'exerçant sur les parties de la surface latérale du liquide de longueur unitaire (flèches grasses) : F_x est



Pour la réponse 4.5.10

la force cherchée, mg la force de pesanteur qui agit sur la plaque, $F_0 = \rho g x l$ et $F_\parallel = \rho g x^2/2$ sont les forces dues à la pression négative du liquide, σ est la tension superficielle. De la condition d'équilibre de la surface latérale du liquide il découle que

$$F_\parallel = \rho g x^2/2 = \sigma - \sigma\cos\theta, \quad \cos\theta = 1 - \rho g x^2/2\sigma.$$

La condition d'équilibre de la plaque entraîne que

$$F_x = F_0 + mg + 2\sigma \sin\theta = mg + \rho g x\,(l + 2\sqrt{\sigma/\rho g - x^2/4}).$$

4.5.11. $m = 0{,}55$ g/cm².

4.5.12. a. $h = \sqrt{2\sigma(1-\sin\theta)/\rho g}$. b. $h = 3{,}9$ mm.

4.5.13. a. $x = 2\sin(\theta/2)\sqrt{\sigma/\rho g}$. b. $x = 5{,}4$ mm.

4.5.14*. a. $x = \sqrt{\dfrac{2\rho_l(\sigma_h + \sigma_{l.h} - \sigma_l)}{\rho_h(\rho_l - \rho_h)g}}$ si $\sigma_l \leqslant \sigma_h + \sigma_{l.h}$; $x = 0$ si $\sigma_l \geqslant \sigma_h + \sigma_{l.h}$.

b. Près de 2,5 km².

4.5.15*. La composante verticale de la force de tension superficielle est égale au produit du périmètre de la section droite du bâton par $\sigma\cos\vartheta$. Le volume du liquide élevé par la tension superficielle ne dépend donc pas de la forme de section droite du bâton mais dépend de son périmètre.

4.5.17. $P_{max} = 2\sigma/R + \rho g(h+R)$, $P_{min} = 2\sigma/R + \rho g(h-R)$.

4.5.18. $R = \sigma/(\rho g x)$.

4.5.19. $P = P_0 + 2\sigma\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R-h}\right)$.

4.5.20. Près de 3 l.

4.5.22*. $h = r\sqrt{\dfrac{\sigma+\sigma_1+\sigma_2}{\sigma-\sigma_1-\sigma_2}\,\dfrac{\sigma^2}{\sigma^2-(\sigma_1-\sigma_2)^2}}$.

4.5.23. $R_0 = rR\,(R-r)$. $\alpha = 120°$.

4.5.24*. $m = \pi r^2(\rho h + 2\sigma/Rg)$.

4.5.25. $h = 0{,}14$ mm.

4.5.26. $A = 1{,}4\cdot 10^{-5}$ J.

4.5.27*. Dans le mince filet la somme $(1/2)\,\rho v^2 + \rho g h + \sigma/r$ (où ρ, σ et v sont la masse volumique, la tension superficielle et la vitesse du filet, r et h le rayon du filet et la distance au robinet) ne varie pas. $h \approx 2$ cm.

§ 4.6. Effets capillaires

4.6.1. b. De l'intérieur.

4.6.2. $h = 2\sigma/\rho g R$; $A = 4\pi\sigma^2/\rho g$; $U = 2\pi\sigma^2/\rho g$. Une partie de l'énergie se transforme en chaleur.

4.6.3. $r = 1{,}5$ μm.

4.6.4*. a. $V = \pi r^3\sigma/(4\eta h)$. b. $V = 1{,}1$ cm³/s.

4.6.5. $\Delta = 0{,}4$ %.

4.6.6. $r_2 = -1{,}5$ mm, $r_1 = 1{,}5$ mm.

4.6.7. $\Delta x = \dfrac{2\sigma}{\rho g r}$ si $0 < x < h - \dfrac{2\sigma}{\rho g r}$;

$$\Delta x = h - x \text{ si } h - \frac{2\sigma}{\rho g r} < x < h + \frac{2\sigma}{\rho g r};\quad x_0 = h + \frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

4.6.8. $r_x = 2r/\cos\theta$.

4.6.9*. $\omega = (2/l)\sqrt{\sigma/r\rho}$.

4.6.10. $x = 2h$ si $l > h$; $x = l + h$ si $l < h$.

4.6.11*. $t = 17$ °C.

4.6.12. Le liquide mouillant se déplace vers la partie étroite du tube capillaire, le liquide non mouillant vers sa partie large.

4.6.13*. $x=\frac{1}{2}H\left(1-\sqrt{1-\frac{16\sigma}{\rho g\alpha H^2}}\right)$, $\alpha>\frac{16\sigma}{\rho g\alpha H^2}$; $x=H$, $\alpha<\frac{16\sigma}{\rho g\alpha H^2}$.

4.6.14. $x=\frac{\sigma}{\rho g\Delta}(\cos\theta_1+\cos\theta_2)$.
4.6.15. $F=a\sigma(1-\cos\theta)$.
4.6.16*. $F=2a\sigma^2/(\rho g\Delta^2)$.
4.6.17*. $h=\sigma l/(S\rho g)$, $T=2\pi\sqrt{h/g}$.

Chapitre 5
Physique moléculaire

§ 5.1. Agitation thermique des particules

5.1.1. $K\approx 5{,}8\cdot 10^{-21}$ J, $\sqrt{\langle v^2\rangle}\approx 1{,}5\cdot 10^{-4}$ m/s.
5.1.2. De deux fois.
5.1.3. $m\geqslant 0{,}01$ mg.
5.1.4. $\sqrt{\langle x^2\rangle}\approx 6{,}4\cdot 10^{-8}$ m.
5.1.5*. $\Delta r\approx 7$ cm. Pour $T=100$ K on a $d\approx 4$ cm.
5.1.6. Les particules légères, i.e. plus mobiles, passent plus vite à travers la cloison. En conséquence, on voit d'abord s'égaliser le nombre des particules légères dans l'unité de volume et la pression dans la section où se trouvaient les particules lourdes augmente.
5.1.7. $P_{He}/P_{H_2}=1/\sqrt{2}$.
5.1.8*. $N_1/N_2=(\mu_2/\mu_1)^{(n-1)/2}$.
5.1.9*. $\tau'=n\tau$.
5.1.10. De L^2/R^2 fois.
5.1.11*. $N_1=N\sqrt{T_2}/(\sqrt{T_2}+\sqrt{T_1})$, $N_2=N\sqrt{T_1}/(\sqrt{T_2}+\sqrt{T_1})$. Vers le premier volume.

§ 5.2. Distribution des molécules de gaz suivant les vitesses

5.2.1. a. $N=1{,}3\cdot 10^{15}$ l^{-1}. b. $N_1=1{,}3\cdot 10^{17}$ m^{-3}; $N_2=1{,}3\cdot 10^{19}$ m^{-3}.
5.2.2. $N_1=6{,}2\cdot 10^4$ cm^{-3}; $N_2=1{,}2\cdot 10^4$ cm^{-3}.
5.2.3. a) $N_1\approx 10^{16}$ cm^{-3}, b) $N_2\approx 2\cdot 10^{22}$ m^{-3}.
5.2.4. $T=21$ K.
5.2.5. $n=0{,}13$.
5.2.6. $n=6\cdot 10^{-3}$.
2.5.7*. La température diminue.
5.2.8*. $L=l\frac{\tau}{t_0}\left(1+\frac{2t}{t_0+2\tau}\right)$.
5.2.9. $v=300$ m/s.
5.2.10. $v=h\omega/2\pi$.
5.2.11. a. $f'=\frac{1}{l}f\left(\frac{v}{l}\right)$. b. $f'=\frac{1}{kl}f\left(\frac{v}{kl}\right)$.
5.2.12. $f(v)=1/v_0$ pour $v_0\leqslant v\leqslant 2v_0$, $f(v)=0$ dans le domaine restant des valeurs de v. La fonction de distribution $f(v)$ se déplace de $\Delta v=F\tau/m$ dans le domaine des plus grandes vitesses.

5.2.13* a. $v_{\min} = v + \frac{F\tau}{m}$, $v_{\max} = v + \frac{F\tau}{m} + \Delta v$, $n' = n$.

b. $v_{\min} = v\sqrt{1 + 2\frac{Fl}{mv^2}}$, $v_{\max} = (v + \Delta v)\sqrt{1 + 2\frac{Fl}{m(v+\Delta v)^2}} \approx$

$\approx v\sqrt{1 + \frac{Fl}{mv^2}} + \Delta v / \sqrt{1 + 2\frac{Fl}{mv^2}}$, $n' = n / \sqrt{1 + 2\frac{Fl}{mv^2}}$.

5.2.14*. a. Diminue de exp $(2Fl\alpha/m)$ fois. b. $\rho = \rho_0 \exp(-mgh/kT)$; la distribution ne change pas.

5.2.15. $m = 10^{-24}$ kg, $r = 10^{-9}$ m.

5.2.16. $h_1 \approx 111$ km, $h_2 \approx 123$ km.

5.2.17*. a. $n \approx n_0 \exp(-q/kT)$. b. $n = 10^{15}$ cm^{-3}.

§ 5.3. Collisions de molécules. Processus de transfert

5.3.1. $d \approx 0{,}3$ nm.

5.3.2. $l \approx 60$ nm.

5.3.3. $\nu_1 \approx 6\cdot10^{28}$ s$^{-1}\cdot$cm^{-3}, $\nu_2 \approx 3\cdot10^{28}$ s$^{-1}\cdot$cm^{-3}.

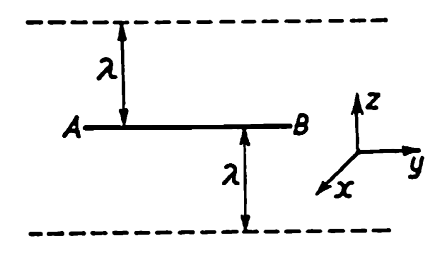
5.3.4. Augmente de 1,5 fois.

5.3.5. $l_1 \sim \pi^{-1}[4R_1^2 n_1 + (R_1+R_2)^2 n_2]^{-1}$; $l_2 \sim \pi^{-1}[4R_2^2 n_2 + (R_1+R_2)^2 n_1]^{-1}$.

5.3.6*. $t \approx 30$ ps.

5.3.7*. $n = 2\sqrt{2}\, r_{AB}/(r_A + r_B)$.

◇ 5.3.8. a. L'aire unitaire horizontale AB située à la hauteur h est traversée de haut en bas par le flux d'atomes radioactifs dont la densité est évaluée d'après



Pour la réponse 5.3.8

la formule $W_1 \approx \bar{v}_z n_{h+\lambda}/2$, où $\bar{v}_z$ est la vitesse proche de la vitesse quadratique moyenne $\sqrt{\langle v_z^2\rangle} = \sqrt{kT/m}$ et $n_{h+\lambda} = \alpha(h+\lambda)$ le nombre d'atomes dans l'unité de volume à la hauteur $h + \lambda$. Quant à la densité du flux d'atomes allant de bas, elle est égale à $W_2 = \bar{v}_z n_{h-\lambda}/2 \approx \sqrt{kT/m}\,\alpha(h-\lambda)/2$. La densité résultante du flux d'atomes radioactifs vers la Terre $W = W_1 - W_2 \approx$ $\approx \alpha\lambda\sqrt{kT/m}$.

b. $D \approx 12$ µm/s.

5.3.9. $D = nD_1D_2/(n_1D_2 + n_2D_1)$.

5.3.10*. $t \approx L/D$; $m = DS\rho/L$.

5.3.11. a. La solution de ce problème est analogue à celle du problème 5.3.8a: $W \approx n\alpha\lambda k\sqrt{kT_0/m}$. Elle ne varie pas. b. De 6,2 fois.

5.3.12. $W \approx 12$ W, $t \approx 2$ h. En raison de la convection d'air.

5.3.13*. $k=\dfrac{k_1}{1+\dfrac{1}{4\alpha}\left[1+\left(\dfrac{k_1}{k_2}\sqrt{\dfrac{\mu_1}{\mu_2}}\right)^{1/2}\right]^2}+\dfrac{k_2}{1+\dfrac{\alpha}{4}\left[1+\left(\dfrac{k_2}{k_1}\sqrt{\dfrac{\mu_2}{\mu_1}}\right)^{1/2}\right]^2}.$

5.3.14. $t' = nt$.

§ 5.4. Gaz raréfiés. Interaction des molécules avec la surface d'un corps solide

5.4.1. $\nu \approx 10^{24}$ $s^{-1}\cdot cm^{-2}$, $\Delta p/\Delta t \approx 10$ N.
5.4.2. Elle diminue de $1 - k/2$ fois.
5.4.3. $F \approx \pi r^2 nmv^2$.
5.4.5. $F \approx 4\pi r^2 Pv\sqrt{\mu/(3RT)}$, où R est la constante des gaz.
5.4.6. $F = Ps/2$.
5.4.7. $F \approx PSv\sqrt{\mu/(3RT)}$.
5.4.8. Tant que la longueur de libre parcours des molécules de gaz est supérieure à la distance entre les disques, le moment de la force de frottement visqueux dépend de la pression $\varphi = (\varphi_1/P_1)P$.
5.4.9. $\omega' = \omega(r_1/r_2)^2$.
5.4.10*. Lorsque les lamelles sont éclairées, la température de la surface noircie devient supérieure à celle de la surface brillante. Par conséquent, dans le gaz raréfié la pression sur la surface noircie est un peu plus grande. Le moulinet tournera dans le sens de la surface brillante.
5.4.11*. $F \approx 10^{-2}$ N.
5.4.12. $v \approx 1$ m/s.
5.4.13*. $P \approx FT_1/[S(T_2 - T_1)]$.
5.4.14*. $P_0 = P\sqrt{T_0/T}$.
5.4.15*. $P' = P(1+\sqrt{2})\cdot 2^{-5/4}$, $T' = T\sqrt{2}$.
5.4.16*. $w \approx 1{,}5\ kn\,\Delta T\sqrt{3kT/\mu}$.
5.4.17. La valeur d'une division de l'échelle des températures doit être diminuée de $\sqrt{14}$ fois.
5.4.18. $m \approx 0{,}1$ kg.
5.4.19*. $r \approx (W_1/W_2\,\pi n\delta)^{1/2}$.
5.4.20. Dans le cas a) la conductivité thermique ne varie pas; dans le cas b) elle diminue de N fois.

§ 5.5. Equation d'état d'un gaz parfait

5.5.1. De trois fois.
5.5.2. $V = (P_2V_2 - P_1V_1)/(P_2 - P_1)$.
5.5.3. $\Delta m = m(k-1)n/(n-1)$.
5.5.4*. $P = P_0 + mgh/(2\pi r^2 L)$.
5.5.5. $V = 850$ l.
5.5.6. $x = (1/2)L(1 + \rho gL/2P)$.
5.5.7. $P = 1{,}166$ MPa.
5.5.8. $\Delta t = 140$ °C.
5.5.9. En régime de travail, lorsque le gaz contenu dans l'ampoule est chauffé, sa pression ne doit pas dépasser la pression atmosphérique.
5.5.10*. $T = {}^9/_8\ T_0$.
5.5.11. $n = (P - P_0)\,V_0/P_0V$.

5.5.12. $n=\dfrac{\ln (P_0/P)}{\ln (1+V/V_0)}$.

5.5.13. Elle ne dépend pas de la température.

5.5.14. La flamme file parce que la quantité d'oxygène est insuffisante. Le tube en verre vertical assure l'accès de l'oxygène à la flamme du chalumeau.

5.5.15*. $\Delta P = 137$ Pa.

5.5.16. $T=T_0\dfrac{2V_0+S\,(l+2x)}{2V_0+S\,(l-2x)}$.

5.5.17. $P = 1146$ GPa.

5.5.18. $V_S/V_1 = 1{,}9$.

5.5.19. $x=\dfrac{1}{2}\left\{l+H+\dfrac{P_0}{\rho g}-\sqrt{\left(l+H+\dfrac{P_0}{\rho g}\right)-4lH}\right\}$.

5.5.20. $x=(H_0-H)\left(1-\dfrac{\rho g h_0}{P_0+\rho g H}\right)$.

5.5.21. a. $H=\dfrac{h}{2}\left(1+\dfrac{2\rho g h}{2P_0+\rho g h}\right)$. b. $H=\dfrac{h}{2}+\dfrac{P_0}{\rho g}$.

5.5.22. $x = a/2$.

5.5.23*. $P = P_0 + \rho g H$.

5.5.24*. $P_1 = 0{,}17$ MPa, $P_2 = 0{,}18$ MPa.

5.5.25. N_2O_3.

5.5.26*. $m = 210$ g/m^3.

5.5.27. $F_{He}/F_{H_2} = 25/27$.

5.5.28. $M = 13{,}5\,m$.

5.5.29. $r = 15$ cm.

5.5.30. $m = \mu P_0 V\,(T - T_0)/(R\,T\,T_0)$.

5.5.31. $V = 15$ m^3.

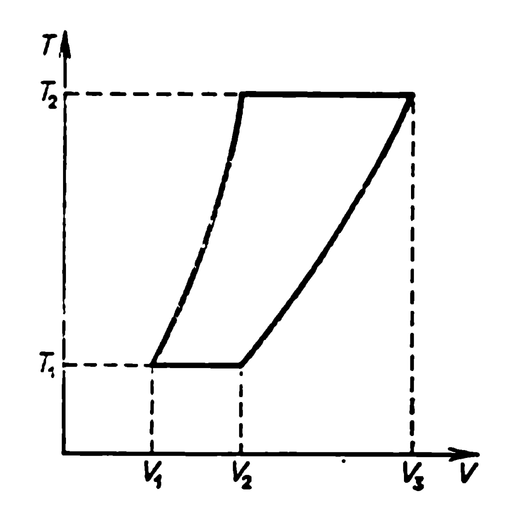
5.5.32. $N = 0{,}28$.

5.5.33. $T=T_0\,\dfrac{\mu\,(P_0 r+4\sigma)}{\mu P_0 r-3\delta\rho R T_0}$, où R est la constante des gaz.

5.5.34. $\sigma=\dfrac{P}{4}\,\dfrac{r_1^3+r_2^3-r^3}{r^2-r_1^2-r_2^2}$.

5.5.35. $T = 2\pi\sqrt{ml/(2P_0 S)}$.

◇ 5.5.36. $V_3 = V_2^2/V_1$.



Pour la réponse 5.5.36

§ 5.6. Premier principe de la thermodynamique. Chaleur massique

5.6.1. $\bar{\varepsilon}_{H_2} = \bar{\varepsilon}_{N_2} = {}^5/_2\, kT$, $\bar{\varepsilon}_{H_2O} = \bar{\varepsilon}_{CH_4} = 3kT$.
5.6.2. $U_1 = 0{,}25$ J, $U_2 = 0{,}2$ MJ.
5.6.3. L'énergie ne varie pas.
5.6.4. $P = \dfrac{P_1V_1 + P_2V_2}{V_1 + V_2}$, $T = T_1T_2\,\dfrac{P_1V_1 + P_2V_2}{P_1V_1T_2 + P_2V_2T_1}$.
5.6.5. De deux fois.
5.6.6. $v_{1\,max} \approx \sqrt{\dfrac{3P_0V_0m_2}{m_1(m_1+m_2)}}$, $v_{2\,max} \approx \sqrt{\dfrac{3P_0V_0m_1}{m_2(m_1+m_2)}}$.
5.6.7. $T_{max} = T_0P + 2mv^2/3R$, où R est la constante des gaz.
5.6.8. $v \approx 10$ m/s.
5.6.9. En se dilatant sans apport de chaleur, le gaz produit du travail et se refroidit.
5.6.10. Lors de la détente isobare.
5.6.12. a) $A = PV$; b) $A = {}^3/_2\, PV$.
5.6.13. $A = 460$ J.
5.6.14. $Q = [cV_1(P_2 - P_1) + (c + R)P_2(V_2 - V_1)]/R$, où R est la constante des gaz.
5.6.15. $A = 2{,}6$ kJ.
5.6.16. $A = 240$ J.
5.6.17. $Q \approx 7{,}94$ kJ. $A \approx 2{,}27$ kJ.
5.6.18. $A \approx R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2$.
5.6.19. $T = T_0\left(1 + \dfrac{Mu^2}{3P_0V_0}\right)$, $V = V_0\left(\dfrac{3P_0V_0}{3P_0V_0 + Mu^2}\right)^{3/2}$.
5.6.20. $A = {}^7/_2\, \nu R(T_1 - T_2)$.
5.6.21. $\Delta t \approx 10$ °C.
5.6.22*. $u_{max} = \sqrt{2gH\left[1 - \dfrac{PS}{Mg} + \dfrac{PS}{Mg}\ln\dfrac{PS}{Mg}\right]}$;

$$u_{max} = \sqrt{2gH\left[1 - \frac{5}{2}\left(\frac{PS}{Mg}\right)^{3/5} + \frac{3}{2}\,\frac{PS}{Mg}\right]}.$$

5.6.23*. $V_1 = \sqrt{V_0V_2}$, $A_{min} = 5P_0V_0\,[(V_0/V_2)^{1/5} - 1]$. Chaque compresseur effectue le travail $A_{min}/2$.
5.6.24. $Q = 370$ kJ. $\Delta U = 290$ kJ.
5.6.25. L'oxygène.
5.6.26*. $T = T_0 + Q/c$ pour $Q \leqslant Q_1 = cT_0F/P_0S$;

$$T = \frac{Q + cT_0 + RT_0(1 + F/2P_0S)}{c\,(1 + F/P_0S) + R\,(1 + F/2P_0S)}\,(1 + f/P_0S)$$

pour $Q \geqslant Q_1$.
5.6.27. $Q = 10\,\rho gSh^2$.
5.6.28*. $c = \left(\dfrac{1}{1-n} + \dfrac{3}{2}\right)R$; $n = \dfrac{5}{3}$; $n = 1$.
5.6.29. Le gaz se refroidit.
5.6.30*. $c = 2P_0V_0/T_0$.
5.6.31*. $x = (3/5)\,H\,(1 - PS/Mg)$.

§ 5.7. Ecoulement d'un gaz

5.7.1. $v = \sqrt{2c_pT/\mu}$.

5.7.2*. $v = \sqrt{7\,(k+1)\,RT/(k\mu_1+\mu_2)}$.

5.7.3*. a. $T \approx 3150$ K. b. $v \approx 3$ km/s.

5.7.4. a) $v \approx 5{,}2$ km/s; b) $v \approx 5{,}7$ km/s; c) $v \approx 7$ km/s.

5.7.5. $m = Mg/\sqrt{2c_pT/\mu} \approx 3{,}8$ t/s.

5.7.6*. $v=\left\{\frac{2\gamma RT_1}{\mu(\gamma-1)}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]\right\}^{1/2}$.

5.7.7*. $T \approx 120$ K, $v \approx 1370$ m/s.

5.7.8*. $T \approx 193$ K. $P \approx 0{,}33$ MPa.

5.7.9*. $v' = v\frac{1}{1+\gamma}\left[1-\frac{P}{\rho v^2}+\sqrt{\left(\gamma+\frac{P}{\rho v^2}\right)^2-\frac{2(\gamma^2-1)\,q}{\rho S v^3}}\right]$. $F = \rho S v\,(v'-v)$, où $\rho = P\mu/RT$.

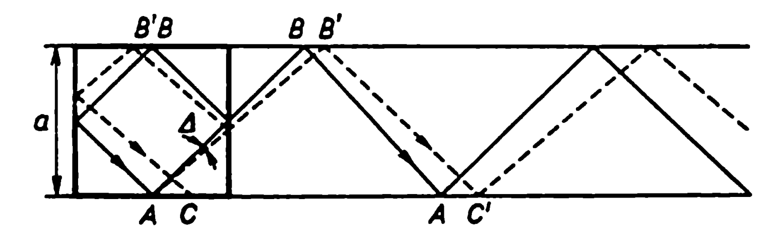
§ 5.8. Probabilité de l'état thermodynamique

5.8.1. a. $t = \tau/4$. b. $t = \tau/8$. c. $t = \tau/2^N$.

5.8.2. a. $p_1 = 1/4$, $p_2 = 1/2$. b. $p = 1/2$. c. $p_3 = 3/8$, $p_0 = 1/8$.

5.8.3. a. $p = (1 - V/V_0)^N$. b. $V = V_0\,(1 - 10^{-2/N})$.

5.8.4*. $p \sim 10^{-10^{15}}$, $V \sim 10^{-17}$ à 10^{-18} cm³.



Pour la réponse 5.8.5

◇ 5.8.5. a. Sur le dessin le mouvement sur la trajectoire est développé par isométrie négative en un mouvement entre deux droites parallèles. Les points correspondants des trajectoires sont marqués par les mêmes lettres. Il découle de ce dessin que

$$v' \approx \frac{x}{2A'B'}\,v \approx v\Delta\sqrt{2}\,;\quad \Delta \approx \frac{1}{2}\left[\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\Delta\right)-1\right]=\frac{k}{2n}\,,$$

où k et n sont des nombres entiers qui n'ont pas de diviseur commun,

$$\operatorname{tg}(\pi/4+\Delta)-1 = k/n\,;\quad h_1 \approx 2a\Delta/k,\quad h_2 = 0.$$

b. Il est invraisemblable que $\operatorname{tg}(\pi/4+\Delta) - 1$ soit exactement égal à une fraction simple, par exemple 0,03, car dans le voisinage de ce nombre il y a autant d'autres nombres que possible, par exemple des nombres tels que $0{,}03+\sqrt{2}/n$, où n est un nombre entier, qui diffèrent aussi peu que possible de 0,03. Ces nombres sont appelés nombres irrationnels et en mathématiques on démontre que l'ensemble de ces nombres est plus puissant que l'ensemble de fractions simples. Si le nombre est irrationnel, la trajectoire n'est pas fermée. $p = S/a^2$.

c*. $p = V/a^3$.

5.8.6*. a. $v' \approx v\Delta \sqrt{1 - 1/m^2}$; $\operatorname{tg} \alpha = m$, $\operatorname{tg}(\alpha + \Delta) - 1 = k/n$, $h_1 = 2a\Delta/k$, $h_2 = 0$. b. $p = S/a^2$. c. $p = V/a^3$.

5.8.7. $\tau \approx R/v\Delta$; $\tau' \sim \tau H/R$ pour $H \gg R$, $\tau' \sim \tau R/H$ pour $H \ll R$ et $\tau' \sim \tau$ pour $H \sim R$.

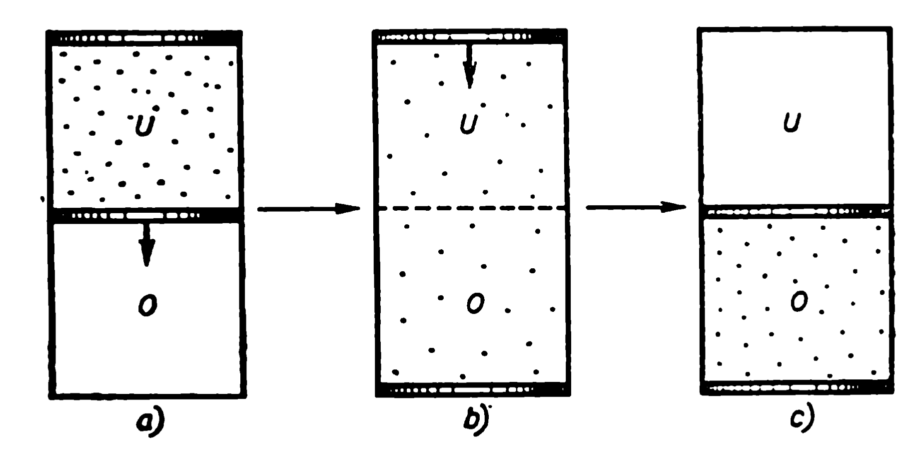
5.8.9. $p = (V/V_0)^N$.

5.8.10. $A = 200$ kJ.

5.8.12*. De $(1 - V^2/V_0^2)^N$ fois.

5.8.13*. De $10^{4,8 \cdot 10^{22}}$ fois.

◇ 5.8.14. a) Les états qui ne se distinguent que par l'énergie potentielle ont la même probabilité. Les dessins *a*) et *c*) représentent deux états du gaz parfait remplissant à moitié le même volume, qui ont la même probabilité. Passons de



Pour la réponse 5.8.14

l'état *a*) à l'état *c*) à température constante en nous servant de deux pistons comme indiqué sur les dessins. La variation du logarithme de la probabilité d'état dans ce passage est $\Delta S = NU/T + Nk \ln c$, où N est le nombre de molécules gazeuses, c le rapport des valeurs de la pression du gaz au-dessus et au-dessous du trait interrompu qui divise les régions à potentiel différent. Or ΔS est nul. On a donc $c = \exp(-U/kT)$.

5.8.15. Il n'est pas réel.

5.8.16. Il n'est pas réel. Réel.

§ 5.9. Second principe de la thermodynamique

5.9.2. $\Delta S = 1{,}2$ kJ/K.

5.9.3. $\Delta S = 7$ kJ/K.

5.9.4. a), b) $\Delta S = (m/\mu) R \ln 2$.

5.9.5. a), b), c) $\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \left\{ \frac{V_2}{V_1} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{3/2} \right\}$.

5.9.6*. $\Delta S \approx 20$ J/K.

5.9.7*. $\Delta S \approx 60$ J/K.

5.9.8. $\Delta S = (PV/T) \ln 2$.

5.9.9*. *a*) $\Delta S = -\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{5}{2} R \frac{(T_1 - T_2)^2}{T_1 T_2}$, où $-Q_1$ et Q sont les quantités de chaleur transmises respectivement à la source chaude et à la source froide au cours d'un cycle.

b) $\Delta S=\frac{R}{2}\left[3\frac{P_2V_2}{P_1V_1}+3\frac{P_1V_1}{P_2V_2}+2\frac{V_2}{V_1}+2\frac{V_1}{V_2}-10\right]$.

5.9.10*. a) $\eta=1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2/3}$. b) $\eta=\frac{2(T_2-T_1)\ln(P_2/P_1)}{5(T_2-T_1)+2T_2\ln(P_2/P_1)}$.

5.9.11. N'existe pas.

5.9.12. C'est possible.

5.9.13. $\eta\approx 19{,}8\ \%$, $\eta_0=30\ \%$.

5.9.14. Pour tout processus thermique cyclique

$$-Q_{ch}/T_{ch}+Q_{fr}/T_{fr}\geqslant 0,\quad Q_{ch}-Q_{fr}=A,\quad \eta=A/Q_{ch},$$

où T_{ch} et T_{fr} sont respectivement les températures de la source chaude et de la source froide, $-Q_{ch}$ et Q_{fr} les quantités de chaleur transmises respectivement à la source chaude et à la source froide au cours d'un cycle et A est le travail au cours d'un cycle. Il s'ensuit des relations données que le rendement $\eta\leqslant(T_{ch}-T_{fr})/T_{fr}$ et le signe d'égalité a lieu dans le cas où $Q_{ch}/T_{ch}-Q_{fr}/T_{fr}=0$, i.e. lorsque l'entropie ne varie pas.

5.9.15. Lors de la détonation l'entropie du système croît.

5.9.16. $A\approx 33$ kJ.

5.9.17. $A\approx 3\cdot10^{16}$ J, $t\approx 60$ jours.

5.9.18*. $A=C[T-T_0-T_0\ln(T/T_0)]$.

5.9.19*. $A=C_1T_1+C_2T_2-(C_1+C_2)\,T_1^{C_1/(C_1+C_2)}T_2^{C_2/(C_1+C_2)}\approx 32$ kJ.

5.9.20. La température s'élève.

5.9.21. $Q_{max}=A(1-\eta)/\eta$.

5.9.22. $N=0{,}29$ MW, $N'=0{,}11$ W.

5.9.23. $m=5$ kg.

5.9.24*. $N=138$ W.

5.9.25*. $A=46$ kJ.

5.9.26. Non. Le processus dure jusqu'à la saturation du milieu ambiant en vapeur d'eau.

§ 5.10. Transformations de phase

5.10.1. $t\approx 1$ h.

5.10.2. Non.

5.10.3. Dans le récipient sans couvercle l'eau s'évapore de la surface, ce qui nécessite une quantité de chaleur complémentaire.

5.10.4. $\Delta p\approx 10^{-8}$ Pa.

5.10.5. 13 % d'eau.

5.10.6. Mélange de 109,5 g d'eau et de 30,5 g de glace à 0 °C.

5.10.7. $m=98$ g/s.

5.10.8*. $x\approx 0{,}11$ m.

5.10.9. a. Tant que la casserole contient de l'eau, la température du fond est de l'ordre de 100 °C. b. Oui, on peut le faire.

5.10.11. Entre la surface du fourneau brûlant et la goutte il se forme une couche de vapeur qui rend plus difficile l'amenée de la chaleur à l'eau.

5.10.12. La basse température de l'air dans le vase de Dewar est maintenue par l'ébullition de l'air et la basse température de la glace carbonique par sa forte évaporation de la surface.

5.10.13. Cela se produit par l'évaporation de la glace dans l'air sec.

5.10.14. $v\approx 8$ m/s.

5.10.15*. Le tétrachlorure de carbone s'évapore 25 fois plus vite.

5.10.16. Pour prévenir la condensation de la vapeur.

5.10.17. Non, on ne peut pas le faire.

5.10.18. A la température critique le liquide et la vapeur sont indiscernables.
5.10.19. Plus vite.
5.10.20. $m = 11{,}7$ g.
5.10.21. $P = 0{,}2$ MPa, $A = 35$ kJ.
5.10.22. $P = 0{,}37\ P_0$.
5.10.23 $\Delta v = m\lambda RT/[P_0(\mu q + RT)]$. $A = m\lambda RT/(\mu q + RT)$.
5.10.24*. $h \approx 580$ m.
5.10.25. 5 % d'eau.
5.10.26. 6 % de glace.
5.10.27. a. $n = \exp(mgh/RT) = \exp(2m\sigma/\rho r)$. b. $\Delta h = 15$ cm.
5.10.28. $\Delta t = 2\ \varphi\lambda\mu_{H_2O}P_s/7RP = 23$ °C.
5.10.29. La pression diminue de deux fois.
5.10.30. $P = P_0(R/r)^2$.
5.10.31*. $P = 2P_0(R/L)^2$.
5.10.32. a. De $m\sqrt{n}$ fois. b. $P = 200\ P_0$.
5.10.33. $a = 1{,}0$ m/s².
5.10.34. $m_1 = 1{,}7$ kg/s, $m_2 = 170$ kg/s.
5.10.35*. $T \approx 1720$ K.

§ 5.11. Rayonnement thermique

5.11.1. a. $\Phi \approx 0{,}2$ kW. b. $\varphi = 89$ MW/m².
5.11.2. $T_1 \approx 600$ °C, $T_2 \approx 2000$ °C.
5.11.3*. $w = 7{,}56 \cdot 10^{-16}\ T^4$ J/m³.
5.11.5. a. A la différence de l'acier, le quartz n'absorbe presque pas la lumière visible; par suite, lors de l'échauffement du quartz, son rayonnement dans la région visible est beaucoup plus faible.
b. A la différence du charbon noir qui absorbe presque totalement la lumière visible, la craie blanche, elle, réfléchit cette lumière. Par conséquent, lors de l'échauffement de la craie sa radiation lumineuse est beaucoup plus faible et la craie semble sombre sur le fond du charbon dont la radiation est intense.
5.11.6*. a. $T = T_0/\sqrt[4]{2}$. b. $T = \sqrt[4]{(T_1^4 + T_2^4)/2}$.
5.11.7. a. $T = T_0\sqrt{\varepsilon(R/2L)^2}$. b. $\varphi = 1{,}7$ kW/m².
5.11.8. a. $T = 200, 70, -35$ °C. b. $\Phi \approx 4 \cdot 10^{26}$ W. c. $T = 140$ °C.
5.11.9. $T = 2{,}4$ K.
5.11.10. $T = 20$ °C.
5.11.11*. $\Phi = \dfrac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1\varepsilon_2}\sigma S(T_1^4 - T_2^4)$.
5.11.12. a. $T' = T/\sqrt[4]{2}$. b. $n = 32$.
5.11.13*. $T = \dfrac{T_0}{\sqrt[4]{6{,}5 + 4R/r}}$.
5.11.14*. $T = \sqrt[4]{T_1^4 - T_2^4 + \left[T_1 + \dfrac{\varepsilon}{2-\varepsilon}(T_1^4 - T_2^4)\dfrac{h}{k}\right]^4}$.
5.11.16. a. $a = \dfrac{S\Phi}{2\pi R^2 mc}$. b*. $v = \left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)\sqrt{\dfrac{S\Phi}{\pi mc}}$.
5.11.17. a. La pression des rayons solaires agit sur la queue de la comète. b. $r \approx 1$ µm.

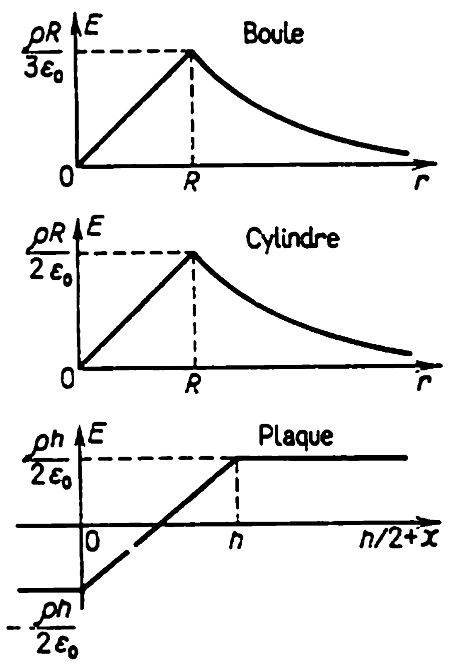
Chapitre 6
Electrostatique

§ 6.1. Loi de Coulomb. Intensité du champ électrique

6.1.1. a. $F = 1{,}8\cdot10^4$ N. b. $F = 2{,}3\cdot10^{-8}$ N. De $4{,}17\cdot10^{42}$ fois.
6.1.2. $q \approx 1{,}05\cdot10^{-5}$ C $\approx 3{,}16\cdot10^4$ CGS.
6.1.3. a. $E = 1$ V/m $= 3{,}3\cdot10^{-5}$ CGS. b. $E = 3\cdot10^5$ V/m $= 10$ CGS.
6.1.4. A la distance de 1 m $E_1 = 9\cdot10^{10}$ V/m $= 3\cdot10^6$ CGS; à la distance de 20 m $E_2 = 2{,}25\cdot10^8$ V/m $= 7{,}5\cdot10^3$ CGS.
Sur la charge de 0,001 C avec $F_1 = 9\cdot10^7$ N, $F_2 = 2{,}25\cdot10^5$ N;
sur la charge de 1000 CGS avec $F_1 = 3\cdot10^9$ dynes, $F_2 = 7{,}5\cdot10^6$ dynes.
6.1.5. $F = 2{,}56\cdot10^9$ N.
6.1.6. $q = 3{,}5\cdot10^3$ C.
6.1.7. $T_{1\,2} = \dfrac{q_1(4q_2+q_3)}{16\pi\varepsilon_0 l^2}$, $T_{2\,3} = \dfrac{q_3(4q_2+q_1)}{16\pi\varepsilon_0 l^2}$.
6.1.8. A la distance $x = l\sqrt{q_1}/(\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2})$ de la charge q_1. Oui. Non.
6.1.9. $q = l\sqrt{8\pi\varepsilon_0 mg}$.
6.1.10. $T = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\left(Q^2 - \dfrac{q^2}{3\sqrt{3}}\right)$.
6.1.11. $\beta = 2\,\mathrm{arctg}\,(q/R)^{2/3}$, $\alpha = \pi - \beta$.
6.1.12. $r = 1{,}4\cdot10^{-8}$ cm.
6.1.13. $\omega = q\sqrt{(3\sqrt{2}-4)/(8\pi\varepsilon_0 m l^3)}$.
6.1.14*. $q_{\min} = 32\,\pi\varepsilon_0 mgR^2/Q$.
6.1.15. $k = \dfrac{q^2\sqrt{a^2+l^2}}{32\pi\varepsilon_0 a^3(\sqrt{a^2+l^2}-l)}$.
6.1.16*. $T = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 l^2}\left(\dfrac{9}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$.
6.1.17. $E_1 = 0$, $E_2 = Qh/[4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{3/2}]$.
6.1.18*. $E = \rho l/[4\pi\varepsilon_0 x(l+x)]$.
6.1.19. a) $E = \sigma/6\varepsilon_0$; b) $E = (\sigma_1-\sigma_2)/4\varepsilon_0$; c) $E = \sigma/2\varepsilon_0$; d) $E = \sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-\sigma_1\sigma_2-\sigma_2\sigma_3-\sigma_1\sigma_3}/3\varepsilon_0$; e*) $E = \rho h(1-\cos\alpha)/2\varepsilon_0$; f*) $E = \sqrt{3}l\rho/12\varepsilon_0$.
6.1.20. b. Oui.
6.1.21. a. $q = \sqrt{10}Q$. b. $q = 9Q$.

§ 6.2. Flux d'intensité d'un champ électrique. Théorème de Gauss

6.2.1. a. $\Phi = El^2/2$. b. $\Phi = -Eh^2$, $\Phi = Eh^2$.
6.2.2. $\Phi = E\cos\alpha\cdot\pi(R^2-r^2)$.
6.2.4. $F = \sigma\Phi$.
6.2.5. a. $F_1 = F_2 = q\sigma/2\varepsilon_0$, $E = \sigma/2\varepsilon_0$. b. $F = \sigma q/4\varepsilon_0$.
◇ 6.2.6. a) $E = 0$ pour $r < R$, $E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ pour $r > R$; b) $E = \rho/(2\pi\varepsilon_0 r)$; c) $E = \sigma/2\varepsilon_0$; d) $E = \rho r/3\varepsilon_0$ pour $r \leqslant R$; $E = \rho R^3/(3\varepsilon_0 r^2)$ pour $r \geqslant R$; e) $E = \rho r/2\varepsilon_0$ pour $r \leqslant R$; $E = \rho R^2/(2\varepsilon_0 r)$ pour $r \geqslant R$; f) $E = \rho x/\varepsilon_0$ pour $x \leqslant h/2$ (x est la distance du plan central de la plaque); $E = \rho h/2\varepsilon_0$ pour $x \geqslant h/2$.
6.2.7. a) $\rho = 2E_0\varepsilon_0/r$; b) $\rho = E_0\varepsilon_0/r$.



Pour la réponse 6.2.6

6.2.8*. La force qui agit sur la face choisie du cube $F = \sigma \int E_n\,dS$, où $\int E_n\,dS$ est le flux d'intensité du champ électrique à travers cette face, qui est créé par les cinq autres faces. En tant que surface fermée construisons un cube un peu plus grand que le cube donné. Alors les six faces chargées donnent le flux d'intensité du champ électrique à travers les six faces de la surface construite $\Phi = q/\varepsilon_0 = 6\sigma l^2/\varepsilon_0$ et à travers une face $\Phi' = \sigma l^2/\varepsilon_0$. Or

$$\Phi' = \underset{\substack{\text{de cinq}\\ \text{faces}}}{\int E_n\,dS} + \underset{\substack{\text{de la face}\\ \text{choisie}}}{\sigma l^2/2\,\varepsilon_0},$$

par conséquent,

$$\int E_n\,dS = \frac{\sigma l^2}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma l^2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma l^2}{2\varepsilon_0}.$$

Il en découle que la force $F = \sigma^2 l^2/2\varepsilon_0$. En raisonnant de façon analogue, on obtient pour le tétraèdre $F = \sqrt{3}\sigma^2 l^2/8\varepsilon_0$.

6.2.9. Entre les plans $E_1 = \sigma/\varepsilon_0$, $E_2 = 0$. En dehors des plans $E_1' = 0$, $E_2' = \sigma/\varepsilon_0$.

6.2.10. $E_1 = (\sigma/\varepsilon_0)\sin(\alpha/2)$, $E_2 = (\sigma/\varepsilon_0)\cos(\alpha/2)$.

6.2.11. $E_{max} = \rho h/\varepsilon_0$.

6.2.12. $E_A = \rho h/6\varepsilon_0$, $E_B = \rho h/3\varepsilon_0$, $E(r) = \rho r/3\varepsilon_0$.

6.2.13*. En tout point à l'intérieur de la cavité l'intensité du champ est dirigée le long de la droite liant les centres de la boule et de la cavité, et $E = \rho l/3\varepsilon_0$.

En dehors de la cavité $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[x + \frac{r^3}{(l-x)^2}\right]$ pour $0 < x < l-r$; $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[x - \frac{r^3}{(x-l)^2}\right]$ pour $l+r < x < R$; $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{R^3}{x^2} - \frac{r^3}{(x-l)^2}\right]$ pour $x > R$.

6.2.14*. a. $E = \rho l/3\varepsilon_0$. b. $\sigma = 3\varepsilon_0 E\cos\alpha$, où α est l'angle entre la direction du champ et le rayon mené en un point sur la sphère. $\sigma_{max} = 3\varepsilon_0 E$.

§ 6.3. Potentiel d'un champ électrique. Conducteurs dans un champ électrique constant

6.3.1. a. $v = 10^7$ m/s. b. $v = 1,25 \cdot 10^6$ m/s.

6.3.2. a. $\Delta\varphi = 850$ V. $v = \sqrt{3} \cdot 10^7$ m/s. b. $v = 8,8 \cdot 10^6$ m/s.

6.3.3. $\varphi = 2,7 \cdot 10^8$ V.

6.3.4. $\varphi = \sqrt{2}q/(\pi\varepsilon_0 l)$.

6.3.5. $\Delta\varphi \approx -11,9$ V.

6.3.6. $\varphi = 13,5$ kV $= 45$ CGS.

6.3.7. $\varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0 R)$. Non. Oui.

6.3.10. b. $E_{max} = nQ/(4\pi\varepsilon_0 R^2)$, $E_{min} = Q/(4\pi\varepsilon_0 R^2)$. c. $E = \rho\,(2\pi b)$.

6.3.11. $\sigma_1' = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$, $\sigma_1'' = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$, $\sigma_2' = -(\sigma_1 - \sigma_2)/2$, $\sigma_2'' = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$.

6.3.12. a. $\Delta\varphi = 37,7$ CGS $= 11,3$ kV. b. $\Delta\varphi = 18,8$ CGS $= 5,65$ kV.

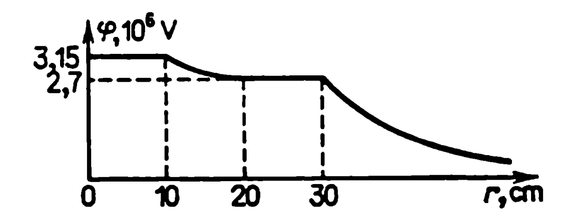
6.3.13. $\varphi_3 - \varphi_1 = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left[(\sigma_3 - \sigma_1)(h_1 + h_2) + \sigma_2(h_1 - h_2)\right]$.

6.3.14. $E_{1,2} = \varphi/a$; $E_{2,3} = \varphi/b$.

6.3.15. a. L'intensité du champ près de la plaque supérieure $E_s = \sigma b/[\varepsilon_0(a + b)]$, près de la plaque inférieure $E_i = \sigma a/[\varepsilon_0(a + b)]$. La densité superficielle est respectivement égale à $\sigma_s = -\sigma b/(a + b)$, $\sigma_i = -\sigma a/(a + b)$. b. $q_a = -qb/(a + b)$; $q_b = -qa/(a + b)$.

6.3.16. $Q = -Q$, $\sigma = Q/(4\pi R^2)$, $E = (Q + q)/(4\pi\varepsilon_0 L^2)$. Non. Non.

6.3.17*. La surface de la cavité a la charge $-q$ et la surface du conducteur a la charge q qui est uniformément distribuée (excepté le domaine qui se trouve



Pour la réponse 6.3.19

près des extrémités du conducteur) sur la surface du conducteur. On a donc $E = 0$ pour $0 < x < r$, $E \approx q/(2\pi\varepsilon_0 xL)$ pour $r < x < R$, $E = 0$ pour $x > R$; x est la distance à l'axe.

6.3.18. La densité de charge superficielle sur les parties correspondantes de la surface du conducteur reste la même.

◇ 6.3.19. Voir le dessin.

6.3.20. $\varphi_1 = q/(4\pi\varepsilon_0 r)$, $\varphi_2 = q/(8\pi\varepsilon_0 r)$, $\varphi_3 = 0$.

6.3.21. $q_r = -8\pi\varepsilon_0 r\varphi$, $q_{2r} = 16\pi\varepsilon_0 r\varphi$.

6.3.22. $\varphi_1 = \varphi(R_2 - R_1)/R_2$, $\varphi_2 = \varphi R_1/R_2$.

6.3.23. $E = 0$, $\varphi = 0$ pour $r > R_2$; $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}\right)$ pour $R_1 < r < R_2$; $E = 0$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ pour $r < R_1$.

6.3.24. $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)$ pour $r > R_2$; $E = -\frac{qR_1}{4\pi\varepsilon_0 R_2 r^2}$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}\left(1 - \frac{R_1}{r}\right)$ pour $R_1 < r < R_2$; $E = 0$, $\varphi = 0$ pour $r < R_1$.

6.3.25. $E=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$, $\varphi=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R^2-\frac{r^2}{3}\right)$ pour $0<r<R$; $E=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$, $\varphi=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}$ pour $r>R$.

6.3.26. $\Delta\varphi=\rho R^2/6\varepsilon_0$, $\Delta\varphi=\rho R^2/4\varepsilon_0$, $\Delta\varphi=\rho h^2/8\varepsilon_0$.

6.3.27. $\varphi=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(r^2\ln\frac{R}{r}+\frac{r^2}{2}-\frac{x^2}{2}\right)$ pour $0<x<R$; $\varphi=\frac{\rho r^2}{2\varepsilon_0}\times$ $\times\ln\frac{R}{x}$ pour $r<x<R$.

6.3.28. $F=Q^2/(16\pi\varepsilon_0 h^2)$.

6.3.29. $F=3Q^2/(32\pi\varepsilon_0 h^2)$.

6.3.30. Non. $F=q^2(2\sqrt{2}-1)/(32\pi\varepsilon_0 l^2)$.

6.3.31*. $\varphi=q/(4\pi\varepsilon_0 L)$.

6.3.32*. $Q=-qR/L$.

6.3.33. Augmente de $F=Qq/(4\pi\varepsilon_0 L^2)$ pour $L>R$. Ne varie pas pour $L<R$.

6.3.35. $h=3q^2R^2/(16\pi^2\varepsilon_0\rho g r^6)$, où h est compté à partir du centre de la boule.

6.3.36. $Q'=qQ/(Q-q)$.

6.3.39. Augmente de trois fois.

6.3.40. $C=4\pi\varepsilon_0 R$.

§ 6.4. Condensateurs

6.4.2. a. Augmente de quatre fois. b. Diminue de deux fois; diminue de n fois.

6.4.3. a. $C=\varepsilon_0 S/d$. b. $C=5{,}3$ cm $=5{,}9$ pF.

6.4.4. a. Augmente de 1,5 fois. b. Augmente de $1+S'/2S$ fois. c. Ne varie pas.

6.4.5. $C=4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}$.

6.4.6. $C=4\pi\varepsilon_0\left[\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}-\frac{d}{R_0(R_0-d)}\right]^{-1}$.

6.4.7*. $C=2\pi\varepsilon_0 l/\ln(R_2/R_1)$.

6.4.8*. $C=\frac{\varepsilon_0 al}{d}\left(1+\frac{ld}{2\pi R^2}\right)$.

6.4.9. a. $C=C_1C_2/(C_1+C_2)$, $C=C_1+C_2$. b. $C'={}^4/_3\,C$. c. $C'={}^7/_5\,C$. d. $C'={}^1/_2(\sqrt{5}-1)\,C$. e. $C'={}^6/_5\,C$.

6.4.10. $q=\pm\varepsilon_0 SE$.

6.4.11. $\Delta V=\frac{a}{d+a}(V_1+V_2)$.

6.4.12*. a. Augmente de 1,5 fois. b. Augmente de deux fois.

6.4.13. $\Delta q=qx/d$.

6.4.14*. $\frac{V}{V_0}=\left(\frac{Cd+2\varepsilon_0 S}{Cd+\varepsilon_0 S}\right)^{4n}$.

6.4.15. $F=4{,}4\cdot10^{-2}$ N. Non.

6.4.16. Augmente de k fois. Augmente de n^2 fois.

6.4.17. a) $W=4{,}4$ mJ; b) $W=2\pi\varepsilon_0 r_1r_2V^2/(r_2-r_1)$; c) $W=\pi\varepsilon_0 lV^2/\ln(r_2/r_1)$.

6.4.18. a. $A=Q^2d/(2\varepsilon_0 S)$. b. $A=Q^2dx/[2\varepsilon_0 a^2(a-x)]$. c. $A_a=Q^2d/(4\varepsilon_0 S)$; $A_b=Q^2dx/(2\varepsilon_0 a^3)$.

§ 6.5. Pression électrique. Energie du champ électrique

6.5.1. a. $F = \sigma^2 S/2\varepsilon_0$. $P = \sigma^2/2\varepsilon_0$. b. $\sigma = \varepsilon_0 E$. $P = \varepsilon_0 E^2/2$ (en SI), $P = (1/8\,\pi)\,E^2$ (en CGS). c. $P = 4{,}425$ Pa, $\sigma = 8{,}85\ \mu C/m^2$.

6.5.2. Diminue de $1 + Q^2/(2P_0\varepsilon_0 S^2)$ fois.

6.5.3. D'après le théorème de Gauss déterminons la densité de charge superficielle à la surface de séparation des champs: $\sigma = \varepsilon_0 E$. En utilisant le principe de superposition

$$E' - \sigma/2\,\varepsilon_0 = E,\quad E' + \sigma/2\varepsilon_0 = 2E,$$

trouvons l'intensité du champ extérieur: $E' = {}^3/_2\,E$. La force qui agit sur la charge correspondant à l'unité d'aire de la surface de séparation des champs, i.e. la pression exercée par le champ extérieur, est $P = E'\sigma = {}^3/_2\,\varepsilon_0 E^2$. En raisonnant de façon analogue obtenons pour les champs E et $-2E$: $\sigma = -3\varepsilon_0 E$ et $E' = -{}^1/_2\,E$. Il s'ensuit que dans le second cas la densité de charge superficielle est trois fois plus grande, mais l'intensité du champ extérieur est trois fois plus petite. La pression électrique sera donc la même: $P = E'\sigma = {}^3/_2\varepsilon_0 E^2$.

6.5.4. $P = \rho^2 h^2/2\varepsilon_0$.

6.5.5. $P = Q^2/(32\pi^2\varepsilon_0 R^4)$ (voir la solution du problème 6.5.3).

6.5.6. $P = \varepsilon_0 R^2 V^2/[2r^2\,(R - r)^2]$.

6.5.7. $\rho = 2\pi R\,\sqrt{2\varepsilon_0 P}$.

6.5.8*. a. $F_1 = q\sigma/4\varepsilon_0$, $F_2 = \sqrt{2}\,q\sigma/8\varepsilon_0$, $F_3 = \sqrt{3}\,q\sigma/16\varepsilon_0$; $E_1 = \sigma/4\varepsilon_0$, $E_2 = \sqrt{2}\,\sigma/8\varepsilon_0$, $E_3 = \sqrt{3}\,\sigma/16\varepsilon_0$. b. $E = R\rho/4\varepsilon_0$.

6.5.9*. $F = Q^2\,(R^2 - h^2)/(32\pi\varepsilon_0 R^4)$; $q = -Q/2$.

6.5.11. $A = 2E\sigma\,dS$.

6.5.12. a. $\sigma = \varepsilon_0 E$, $P = \varepsilon_0 E^2/2$. b. $A = \varepsilon_0 E^2 hS/2$.

6.5.13. $A = \sigma^2 Sh/2\varepsilon_0$.

6.5.14. $A = \varepsilon_0 ShE_0\,(E_0 - E)$.

6.5.15. $W = Q^2/(8\pi\varepsilon_0 R)$ (en SI); $W = Q^2/2R$ (en CGS).

6.5.16. $r = 1{,}4\cdot 10^{-15}$ m.

6.5.17. De 1400 fois.

6.5.18*. $W = 3Q^2/(20\pi\varepsilon_0 R)$.

6.5.19. $A = Q^2/(8\pi\varepsilon_0 R)$.

6.5.20. $A = \dfrac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}\,(1 - N^{-2/3})$.

6.5.21. De n fois.

6.5.22. $A_3 = 3A$; $A_n = \dfrac{n\,(n-1)}{2}\,A$.

6.5.23*. $A' = 6A$.

6.5.24*. $A' = \sqrt{2}\,A$.

6.5.25. $\Delta W = Q^2/(4\pi\varepsilon_0 l)$.

6.5.26*. $A = (Q_1\,\Delta\varphi_1 + Q_2\Delta\varphi_2)/2$.

6.5.27*. a) $F = 2Q^2\,dc\,(d-c)/[\varepsilon_0 a^3\,(2d-c)^2]$; b) $F = \varepsilon_0 acV^2/[2d\,(d-c)]$.

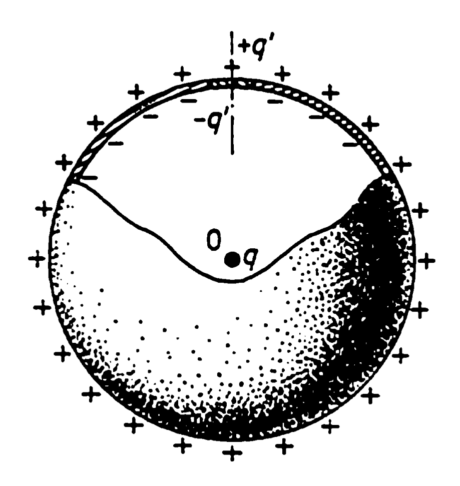
6.5.28. $A = Q^2 ab/[2S\varepsilon_0\,(a + b)]$.

6.5.29*. $F = q^2 Sd/(8\pi^2\varepsilon_0 r^3)$.

◇ 6.5.30*. L'intensité du champ créé par les charges qui sont distribuées sur l'enveloppe sphérique, dont l'orifice est fermé par le bouchon, est nulle au centre de la sphère et peut être représentée sous la forme

$$E\,(0) = E_{\text{bouchon}} + E_{\text{sphère sans bouchon}} = 0.$$

Pour $\Delta \ll r \ll R$ le champ du bouchon est un champ du dipôle, dont l'intensité au point O est égale à $E_{\text{bouchon}}\,(0) = q'\,\Delta/(2\pi\varepsilon_0 R^3)$. Le bouchon enlevé, la re-



Pour la réponse 6.5.30

distribution des charges sur la partie restante de l'enveloppe sphérique pour $\Delta \ll r$, R sera insignifiante et pour l'évaluation on peut poser que

$$E(0) = E_{\text{sphère sans bouchon}} \approx -E_{\text{bouchon}} = -q'\Delta/(2\pi\varepsilon_0 R^3).$$

D'après le théorème de Gauss $q' = -qr^2/4R^2$. En tenant compte de cette expression on a

$$E(0) = q^2r^2\Delta/(8\pi\varepsilon_0 R^5).$$

§ 6.6. Champ électrique en présence d'un diélectrique

6.6.2. $p = 7{,}4\cdot 10^{-37}$ C·m.
6.6.3. $p_{\text{moy}} = 1{,}4\cdot 10^{-34}$ C·m.
6.6.4. $\sigma_c = \pm\sigma(\varepsilon - 1)/\varepsilon$. L'intensité du champ:

$E = \sigma/\varepsilon_0\varepsilon$ dans le diélectrique,

$E = \sigma/\varepsilon_0$ dans l'interstice.

La différence de potentiel entre les plaques

$$V = (\sigma/\varepsilon_0)(d - h + h/\varepsilon).$$

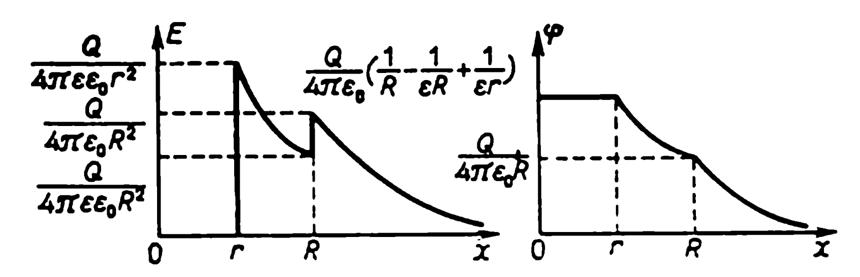
6.6.5. $E = E_0\sqrt{\sin^2\alpha + (\cos^2\alpha)/\varepsilon}$.
6.6.6. Augmente de ε fois.
6.6.7. $\varepsilon = 2$.
6.6.8. $q = (\varepsilon - 1)CV$.
6.6.9. $\Delta V = \dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}V$. $\Delta V = \dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon(n-1)+1}V$.
6.6.10. $\Delta V = k(\varepsilon - 1)V/n$.
6.6.11. $C = \varepsilon_0(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)S/2d$.
6.6.12. $C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$; $q_{\text{tot}} = \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}q$.
6.6.13. $C = \dfrac{\varepsilon_0 d_2(\varepsilon-1)(S_2 - S_1) + \varepsilon_0\varepsilon d_1 S_1}{d_1(d_1 - d_2) + d_1 d_2}$.
6.6.14. $\rho = -q/(\varepsilon_1 S d)$.

6.6.15. a. Par le fil. b. $F_2 = \frac{\varepsilon_1(\varepsilon_2 - 1)}{\varepsilon_2(\varepsilon_1 - 1)} F_1$. c. $F \sim V^2$, $F \sim 1/r^3$. d. De $(R/r)^3$ fois.

6.6.16. $F = \frac{(\varepsilon - 1) SQ^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon R^5} \delta$.

6.6.17*. $M = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) S \, dE^2 \sin 2\alpha}{2\varepsilon}$; $A = -\frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) S \, dE^2 \sin^2 \alpha}{2\varepsilon}$.

◊ 6.6.18. $\sigma_{\text{int}} = -\frac{(\varepsilon - 1) Q}{4\pi \varepsilon r^2}$, $\sigma_{\text{ext}} = \frac{(\varepsilon - 1) Q}{4\pi \varepsilon R^2}$. Voir le dessin.



Pour la réponse 6.6.18

6.6.19*. $P = \frac{(\varepsilon - 1) Q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{r^4} - \frac{1}{R^4}\right)$.

6.6.20*. $F = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 b} \frac{\varepsilon - 1}{[a + x(\varepsilon - 1)]^2}$.

6.6.21. $h = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) V^2/(2\rho g d^2)$.

6.6.22. $h = (\varepsilon - 1) Q^2/(2\varepsilon_0 \varepsilon \rho g S^2)$.

6.6.23. $W = \frac{q^2}{2C} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$.

6.6.24. $W = \frac{V^2 C}{2} (\varepsilon - 1)$.

6.6.25*. $V \doteq \left[\frac{2W}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) C}\right]^{1/2}$. $E \sim 10^9$ V/m.

6.6.26. Les moments dipolaires dans le diélectrique sont orientés dans ie champ électrique avec un retard ; $\varepsilon = 2$.

6.6.27. a. $V' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} V$. b. $\Delta T \sim 10^{-5}$ K.

6.6.28. $r = 0{,}12$ nm.

6.6.29. $p = 4\pi\varepsilon_0 r^3 E$.

6.6.30. $\varepsilon = 1 + 4\pi r^3 n$.

Chapitre 7
Mouvement des particules chargées dans un champ électrique

§ 7.1. Mouvement dans un champ électrique constant

7.1.1. Lorsque la vitesse initiale de la particule est dirigée le long de la ligne de force droite.

7.1.2. $t = 0{,}56$ µs ; $x = 2{,}8$ m.

7.1.3. $E = 2(d - vt) m/qt^2$.

7.1.4. $u = v\sqrt{1+\frac{2qEd}{mv^2}}$; $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha\sqrt{1+\frac{2qEd}{mv^2\sin^2\alpha}}$.
7.1.5. De deux fois.
7.1.6. $K = qEl/[2\cos^2\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)]$.
7.1.7. $N = neUbl^2/(2m_e vd)$.
7.1.8. $q = 10^{-17}$ C.
7.1.9. $\beta = \operatorname{arctg}(\sqrt{1+\sin^2\alpha}/\cos\alpha)$.
7.1.10*. $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha\sqrt{1 + e(\varphi_2 - \varphi_1)/(m_e v^2\sin^2\alpha)}$.
7.1.11. $V = 19$ kV.
7.1.12*. $V = (V_0/2)\ln(R_2/R_1)$.
7.1.13. La vitesse ne varie pas et le temps de parcours du positon est plus grand. Le positon peut ne pas du tout atteindre le point B si son énergie cinétique initiale K_0 est inférieure à $e\varphi_0$.
7.1.14*. $t' = t\sqrt{3}$.
7.1.15. $\sqrt{n}$.
7.1.16. $K \to 0$ pour $l < 2R$; $K = \frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{l-R} - \frac{4}{l}\right)$ pour $l > 2R$. La condition du minimum est l'arrivée de l'électron au point moyen du segment reliant les centres des sphères à la vitesse nulle.
7.1.17*. $t = \frac{2R}{v}\left[1 - \frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmMv^2}\right]^{-1/2}$.
7.1.18. $v = \sqrt{qEl/m}$.
7.1.19. $T = 2\pi\sqrt{ml/(2qE)}$.
7.1.20. $T = 2\pi\sqrt{ml/(mg+qE)}$ pour $mg + qE > 0$; $T = 2\pi\sqrt{ml/\sqrt{(mg)^2+(qE)^2}}$.
7.1.21. $\omega = \sqrt{qQ/(2\pi\varepsilon_0 ml^2)}$.
7.1.22*. $\omega = \sqrt{\frac{g}{l} - \frac{qQ(h+l)}{4\pi\varepsilon_0 mh^3 l}}$ pour $\frac{qQ(h+l)}{4\pi\varepsilon_0 h^3} < mg$.
7.1.23*. $T = 2\pi\left(\frac{g}{R} + \frac{qQ}{32\pi\varepsilon_0 mR^3}\right)^{-1/2}$ pour $\frac{qQ}{32\pi\varepsilon_0 R^2} > -mg$.
7.1.24*. $\Delta t = \pi\varepsilon_0 R\,(m_e v^2)^2/(2e^2C)$.
7.1.25*. $\alpha = \pi/4$; $\delta \approx 4K(\Delta\alpha)^2/eE$.
7.1.26. $k = l/2d$.
7.1.27. b. $p_1 = q_1q_2/(2\pi\varepsilon_0 vr)$. c. $l = 3{,}4\cdot 10^{-13}$ m.
7.1.28*. $k = {}^1/_2\,\varepsilon_0$.

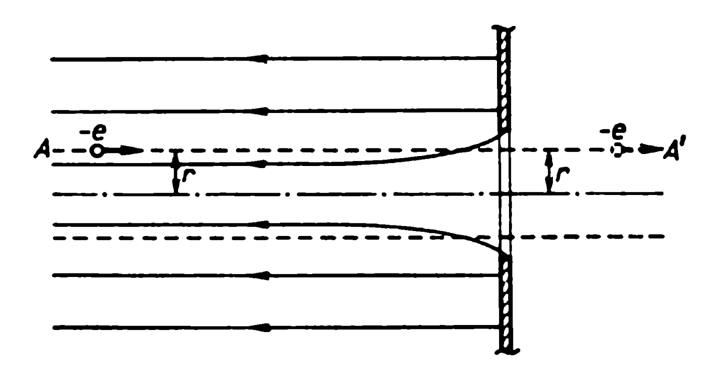
§ 7.2. Focalisation des particules chargées

7.2.1. Augmenter de deux fois.
7.2.2. $x = v\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_e\varepsilon_0}{e\rho}}$ pour $x \leqslant l$;

$$x = l + v\sqrt{\frac{2m_e\varepsilon_0}{e\rho}}\operatorname{cotg}\left(\frac{l}{v}\sqrt{\frac{e\rho}{2m_e\varepsilon_0}}\right) \quad \text{pour } x \geqslant l.$$

7.2.3. a) Diminue de k fois. b) Augmente de k fois.
7.2.5. $y = y_0 f/(x_0 - f)$.

◇ 7.2.6. a. Ne dépend pas. b*. Si l'électron décrit une trajectoire proche de la droite AA', l'impulsion transversale qu'il reçoit dans la région de l'ouverture est proche de $p_\perp = e\Phi/(2\pi r v)$, où $\Phi = \pi r^2 E$ est le flux d'intensité du champ électrique à travers la surface du cylindre de rayon r dans la région de l'ouverture



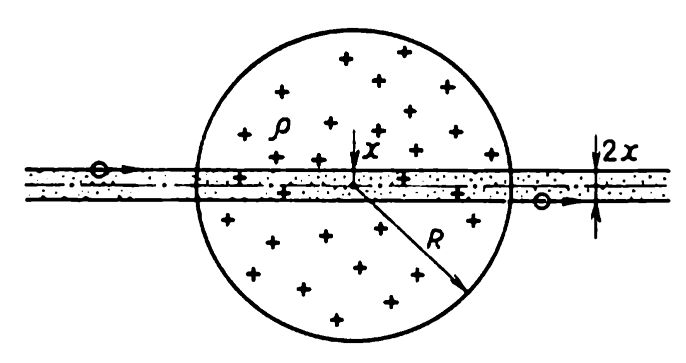
Pour la réponse 7.2.6

et v la vitesse de l'électron dans cette région. La distance focale $f = -r \cdot m_e v/p_\perp = -2m_e v^2/eE = -4d$. (Le signe moins auprès de f signifie qu'on a une diffusion des électrons.)

7.2.7*. $f = \frac{4}{3} d \left[\left(1+\frac{V_0}{V}\right)\left(2\frac{V_0}{V}+2\sqrt{\frac{V_0}{V}\left(\frac{V_0}{V}+1\right)}-1\right)\right]$ pour $V < 8V_0$. A la distance $8dV_0/V$ de la première armature pour $V > 8V_0$.

7.2.8*. $f = d\,(4V_0/V)^2$.

◇ 7.2.9. La particule de masse m et de charge q qui traverse la boule chargée à la vitesse v reçoit du champ de cette boule l'impulsion transversale $p_\perp =$



Pour la réponse 7.2.9

$= q\Delta q/(2\pi\varepsilon_0 v x)$, où $x \ll R$ est la distance minimale entre la particule et le centre de la boule, $\Delta q \approx \pi x^2 \rho \cdot 2R$ la charge de la partie de la boule découpée par le cylindre de rayon x; $f = \frac{mv}{p_\perp}\frac{1}{x} = \frac{R}{2}\frac{V_0}{V}$.

7.2.10. A la distance $f = 2R\,(V_0/V)^2$ du centre des sphères.

7.2.11*. $x \approx \frac{1}{(1/f - 1/L)}$, où $f = 2R\,(V_0/V)^2$.

7.2.12. $\Delta E_\perp = (a-b)^2/16d^2$.

7.2.13. $V = V_0\sqrt{2d/l}$.

7.2.14*. $f = 4V\,(2E_2 - E_1)/(E_2 - E_1)^2$.

§ 7.3. Mouvement dans un champ électrique variable

7.3.1. $t = 2m_e l/(eE\tau)$.

7.3.2. a) $\sqrt{\frac{2eV}{m_e}}-\frac{e\,\Delta V\tau}{m_e l} \leqslant v \leqslant \sqrt{\frac{2eV}{m_e}}+\frac{e\,\Delta V\tau}{m_e l}$;

b) $v_1 = \sqrt{\frac{2e\,(V+\Delta V)}{m_e}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2e\,(V-\Delta V)}{m_e}}$ pour $\Delta V < V$.

7.3.3. $\nu_{max} \approx 10^9$ Hz.

7.3.4. a. $S = Ll/(2Vd)$. b. $S = 0{,}09$ mm/V.

7.3.5. Circonférence de rayon égal à 5 cm.

7.3.6. $\nu > l\sqrt{2eV/m_e}$.

7.3.7. $V = \pi\delta\nu\tau/2S$.

7.3.8. $\frac{e}{m_e} = \frac{l^2 f^2}{2V\,(n+1/2)^2}$, où n est un nombre entier.

7.3.9*. $\Delta\alpha = \pm\operatorname{arctg}\left\{\frac{V_0}{d\omega}\sqrt{\frac{2e}{m_e V}}\left[1-\cos\left(\omega l\sqrt{\frac{m_e}{2eV}}\right)\right]\right\}$.

7.3.10. a. $v = \omega l/(2\pi n)$. b*. $\Delta b = 4\pi e V_0 n/(m_e\omega^2 d)$, où n est un nombre entier.

7.3.11. $|v_{max}| = \frac{2eE_0}{m_e\omega}\,|\cos\varphi|$, $v_{moy} = \frac{eE_0}{m_e\omega}\cos\varphi$.

7.3.12*. $K = 0{,}4$ keV.

7.3.13*. Vu que les électrons, accélérés par le champ électrique à haute fréquence, quittent le plasma, le potentiel de ce dernier augmentera tant que ces électrons, même ceux qui sont les plus rapides, ne cesseront pas de le quitter. $V = \frac{2eE_0^2}{m_e\omega_0^2}\left(\frac{E_0}{\omega}\right)^2$.

7.3.14*. $A = eE_0/[m_e\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2+4\gamma^2\omega^2}]$.

7.3.15*. $\varepsilon = 1 + 4\pi n_e e^2/[m_e\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2+4\gamma^2\omega^2}]$.

§ 7.4. Interaction de particules chargées

7.4.1. $v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m_e r}}\sqrt{\frac{\lambda-1}{\lambda}}$.

7.4.2. $v = \sqrt{e^2\,(4+\sqrt{2})/(8\pi\varepsilon_0 m_e a)}$.

7.4.3*. $v_p/v_e = \sqrt{(m_e/m_p)\,(4\sqrt{2}+1)} \approx 0{,}01$. Pour l'évaluation on peut admettre que les positons légers ont le temps de s'éloigner à grande distance avant que les protons ne commencent à se déplacer.

7.4.4. $r_{min} = e^2/(4\pi\varepsilon_0 m_e v^2)$.

7.4.5. $r_{min} = e^2/[\pi\varepsilon_0 m_e\,(v_1+v_2)^2]$.

7.4.6. $v = \sqrt{q_1 q_2\,(m_1+m_2)/[2\pi\varepsilon_0 m_1 m_2\,(R_1+R_2)]}$.

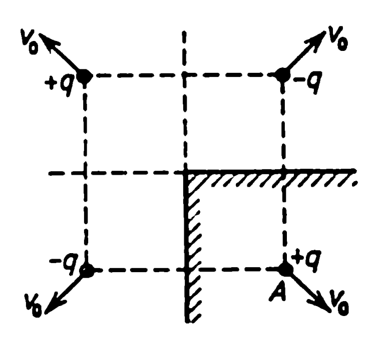
7.4.7. $r_{min} = de^2/(e^2 + 4\pi\varepsilon_0 m_e v^2 d\cos\alpha)$.

7.4.8*. $\alpha = \pi/2$.

7.4.9*. $v = \sqrt{q^2/(8\pi\varepsilon_0 m d)}$.

◇ 7.4.10*. $v = v_0\sqrt{1-\frac{q^2\,(2\sqrt{2}-1)}{8\pi\varepsilon_0 m v_0^2 d}}$ pour $\frac{mv_0^2}{2} \geqslant \frac{q^2\,(2\sqrt{2}-1)}{16\pi\varepsilon_0}$. Si au lieu du dièdre on place au point A la charge $+q$, le champ électrique et,

donc, les forces ne varient pas dans la région hors du conducteur, ce qui permet de considérer le mouvement du système de quatre charges représenté sur le dessin.



Pour la réponse 7.4.10

7.4.11. $v = \sqrt{4e^2r^3/[\pi\varepsilon_0 m_e (4r^2 + R^2)^{3/2}]}$.
7.4.12. $K_{\min} = Ze^2/(8\pi\varepsilon_0 r)$.
7.4.13*. $K_{\min} = e^2 (2 - \sqrt{2})/(4\pi\varepsilon_0 r)$.
7.4.14*. $n_{\min} = (\sqrt{2} - 1)\, m/M + \sqrt{2}$.
7.4.15*. $v_{\min} = 2v$.
7.4.16. Elle est impossible.
7.4.17*. $r_{\min} = \dfrac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 m_p v^2} + \sqrt{\rho^2 + \left(\dfrac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 m_p v^2}\right)^2}$.
7.4.18*. $m = \dfrac{4q^2 (l-r)}{rl\left[u^2+v^2+2uv\cos(\alpha+\beta) - \dfrac{l^2}{r^2}(u\sin\alpha - v\sin\beta)^2\right]}$.
7.4.19*. $t = 2\sqrt{2}\, t_0$.
7.4.20. $v \geqslant \sqrt{qQ\,(m+M)/(2\pi\varepsilon_0 RmM)}$ pour $qQ > 0$; quelconque pour $qQ < 0$.
7.4.21. $v = \dfrac{mv_0}{m+M} + \sqrt{\left(\dfrac{Mv_0}{m+M}\right)^2 - \dfrac{QqM}{2\pi\varepsilon_0 Rm\,(m+M)}}$.
7.4.22*. $v = \sqrt{3qQ\,(m+M)/(4\pi\varepsilon_0 mMR)}$ pour $qQ > 0$; $v = 0$ pour $qQ \leqslant 0$.
7.4.23*. $v_c = \sqrt{q^2/(6\pi\varepsilon_0 ml)}$; $v_{ext} = v_{ext} = \sqrt{q^2/(24\pi\varepsilon_0 ml)}$.
7.4.24. $v = \sqrt{q^2m\,(2R-l)/[2\pi\varepsilon_0 RlM\,(M+2m)]}$.
7.4.25. $x = \dfrac{R}{2}\left(\dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\mu mgR^2} - 1\right)$, $v_{\max} = \sqrt{\mu gR}\left(\dfrac{Q}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0\mu mgR^2}} - 1\right)$.
7.4.26*. $h = \dfrac{h_0\cos^2\alpha}{mg}\left[\dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 (H-h_0)\,H\sin\alpha}(1 - \mu\,\mathrm{cotg}\,\alpha) - mg\,(1 - \right.$
$\left. - \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)\right]$.
7.4.27. $W = 3q^2/(32\pi\varepsilon_0 l)$.
7.4.28. $k = [q^2/2\pi\varepsilon_0 l_1 l_2]\,(l_1 + l_2 + 2l_0)$.
7.4.29. $v_{\max} = v\sqrt{1 + q^2/(4\pi\varepsilon_0 Rmv^2)}$.
7.4.30. a) $W = \dfrac{4}{3}\pi R^3\rho v^2 + \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} + 4\pi R^2\sigma\,(2 - 2^{2/3})$.

b) $W = \dfrac{4}{3}\pi R^3\rho v^2 + \dfrac{Q^2+q^2}{8\pi\varepsilon_0 R} - \dfrac{(Q-q)^2}{8\pi\varepsilon_0\sqrt[3]{2R}} + 4\pi R^2\sigma\,(2 - 2^{2/3})$.

7.4.31. La charge oscille le long de l'axe du trou cylindrique. Sa vitesse est maximale au point O.

7.4.32*. $v = \sqrt{2gh\,[1 - S\sigma^2/(4\varepsilon_0 mg)]}$ pour $mg > S\sigma^2/2\varepsilon_0$; $v = \sqrt{2\varepsilon_0 mg^2h/\sigma^2 S}$ pour $mg < S\sigma^2/2\varepsilon_0$.

7.4.33. $v = \sqrt{\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 m}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{R}\right)}$.

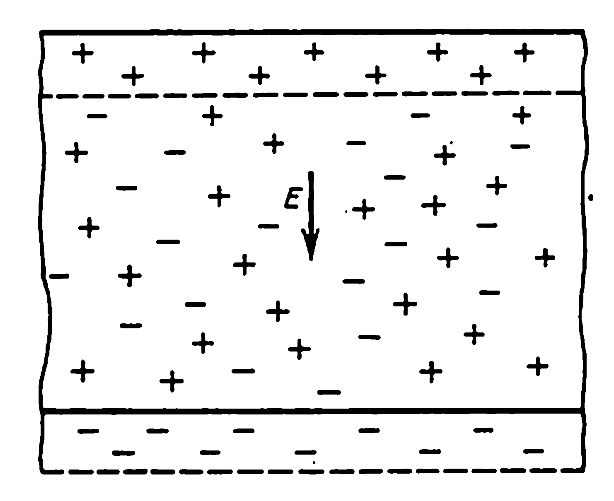
7.4.34*. $v = v_0\sqrt{1 - \dfrac{\rho^2 l}{2\pi\varepsilon_0 mv^2}\ln\dfrac{R_1}{R_2}}$.

7.4.35*. $T = 2\pi\sqrt{4\pi\varepsilon_0 ml^3/\sqrt{2}\,q^2}$.

7.4.36*. a) Les électrons et les ions se séparent complètement. Le champ électrique des ions $E_i = neh/2\varepsilon_0$ arrête les électrons au bout du temps

$$t \approx 2\varepsilon_0 m_e v/(e^2hn)\,; \quad \nu \approx e^2hn/(8\varepsilon_0 m_e v).$$

◇ b) Une partie des ions et des électrons forment aux frontières de la couche des domaines chargés (voir le dessin) dont le champ électrique provoque un



Pour la réponse 7.4.36

mouvement harmonique de la masse principale des électrons avec la période $T = 2\pi\sqrt{e^2n/(\varepsilon_0 m_e)}$. Les électrons s'arrêtent donc au bout du temps $t = T/4 = (\pi/2)\sqrt{e^2n/\varepsilon_0 m_e}$; $\nu = 1/_4\, t$.

Chapitre 8

Courant électrique

§ 8.1. Courant. Densité de courant. Courant dans le vide

8.1.1. a. $I \approx nec/l = 0{,}02$ A. b. $I = \sqrt{e^4/[16\varepsilon_0 m_e\,(\pi r)^3]} = 0{,}0012$ A.
8.1.2. $v = Il/q$.
8.1.3. $I = 2\varepsilon_0 Eav = 1{,}3\cdot 10^{-4}$ A.
8.1.5. $v = 0{,}4$ cm/s.
8.1.6. $j = e\nu$.
8.1.7. $j = -en_e v$.

8.1.8. $I = sj \sin\alpha = 10$ A.
8.1.9. $t = 8\cdot10^{-4}$ s.
8.1.10. $\rho = j/v$.
8.1.11. $E \approx I/(2\pi vr) = 1{,}5\cdot10^{5}$ V/m; $l \approx [8m_e rv^2/(3eE)]^{1/2} \approx 0{,}1$ m.

8.1.12*. a) $\rho_1 = \dfrac{\rho_0 v_0}{\sqrt{v_0^2 - 2eEx/m_e}}$, où x est la distance à la grille avant.
b) $\rho_2 = 2\rho_1$ pour $x < x_0 = m_e v_0^2/(2eE)$; $\rho = 0$ pour $x > x_0$. D'après la dépendance de ρ_2 par rapport à x on trouve l'intensité maximale du champ de la charge entre les grilles:

$$E_1 = \frac{1}{2\varepsilon_0}\int_0^{x_0} \rho_2\, dx = \frac{\rho_0 m_e v_0^2}{\varepsilon_0 eE}.$$

Le champ créé par la charge du faisceau peut être négligé si $E_1 \ll E$. Lorsque E_1 est comparable avec E, i.e. $\rho_0 m_e v_0^2/(\varepsilon_0 eE) \approx E$, il faut en tenir compte. D'où l'estimation $\rho_0 \approx e\varepsilon_0 E^2/m_e v_0^2$.

8.1.14. La courbe T_1 correspond à la cathode à basse température et la courbe T_3 à la cathode à haute température.

8.1.15. Si le champ n'était pas voisin de zéro, tous les électrons partiraient de cette frontière ou vers l'anode, ou vers la cathode en fonction du signe du champ.

8.1.16*. $\rho = \dfrac{I}{S}\sqrt{\dfrac{m_e d}{2eV}}\dfrac{1}{\sqrt{x}} = 1{,}75\cdot10^{-6}\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ C/m³.

Pour $x \to 0$ la densité de charge $\rho \to \infty$, néanmoins la charge correspondant à l'unité d'aire $\left(\sigma = \int_0^d \rho\, dx\right)$ est limitée: $\sigma = 3{,}5\cdot10^{-6}\sqrt{d}$. Par suite la valeur maximale de l'intensité du champ de la charge d'espace est également limitée: $E' = \sigma/2\varepsilon_0$. Dans ce cas $E' \ll V/d$ et l'action de la charge d'espace peut être négligée.

8.1.17*. $n = \dfrac{4}{3}$; $j = \dfrac{4}{9}\varepsilon_0\sqrt{\dfrac{2e}{m_e}}\dfrac{V^{3/2}}{d^2}$, $I = jS$.

8.1.18*. La densité de charge augmente de n fois et le courant de $n^{3/2}$ fois.
8.1.19. $j = i/(2\pi r)$.

8.1.20. a. $j_1 = \dfrac{2I}{4\pi r^2}\sqrt{1 - \dfrac{l^2}{r^2}}$; $j_2 = \dfrac{2I}{4\pi r^2}\dfrac{l}{r}$, où l est la distance du milieu du segment AB au point où on détermine j; r la distance de A ou B à ce point. Dans le premier cas le courant est perpendiculaire au plan de symétrie et dans le second il y est situé. Les courants totaux à travers le plan sont respectivement égaux à I et 0.

b. $j = \dfrac{2I}{4\pi r^2}\sqrt{1 - \dfrac{h^2}{r^2}}$, où r est la distance de la source de courant au point où on détermine j.

8.1.21*. $j = qvl/\pi r^3$.

§ 8.2. Conductibilité. Résistance. Sources de f.é.m.

8.2.1*. a. $\lambda = e^2 n_e \tau/m_e$. b. $\tau = 2{,}4\cdot10^{-14}$ s.
8.2.2*. $\Delta N/N = 1{,}5\cdot10^{-15}$.
8.2.3. $f = -ne^2 v/\lambda$.
8.2.4. $I = m_e \omega r\lambda s/e\tau = 1{,}7$ mA.
8.2.5. Le champ varie à la vitesse de la lumière.

8.2.6*. Le rapport k/λ est presque le même pour ces métaux. Estimation théorique: $k/\lambda = \pi^2k^2T/3e^2$, où k est la constante de Boltzmann, T la température et e la charge des porteurs de courant.

8.2.7. $E = j/\lambda$; $V_1 = (jl/\lambda)\cos\alpha$; $V_2 = \pi jl/2\lambda$.

8.2.8. $\sigma = \varepsilon_0 j\,(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)$.

8.2.9. $\operatorname{tg}\alpha_2 = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\operatorname{tg}\alpha_1$; $\sigma = \varepsilon_0 j\cos\alpha_1\left(\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2}\right)$.

8.2.10. $\rho = \varepsilon_0 j/\lambda a$.

8.2.11. a. $I = Q_0/\varepsilon_0\rho$. b*. $Q = Q_0\exp(-t/\varepsilon_0\rho)$.

8.2.13. $I = \lambda SV/l$; $R = l/\lambda S$.

8.2.14. $R_{\mathrm{I}} = \dfrac{l}{\pi r^2}\left(\dfrac{1}{\lambda_1} + \dfrac{1}{\lambda_2}\right)$, $R_{\mathrm{II}} = \dfrac{1}{\pi}\left(\dfrac{l_1}{r_1^2\lambda_1} + \dfrac{l_2}{r_2^2\lambda_2}\right)$; $I_{\mathrm{I}} = V/R_{\mathrm{I}}$, $I_{\mathrm{II}} = V/R_{\mathrm{II}}$ pour $|r_2 - r_1| \ll l_1, l_2$.

8.2.15. $R = 0{,}0566$ ohm.

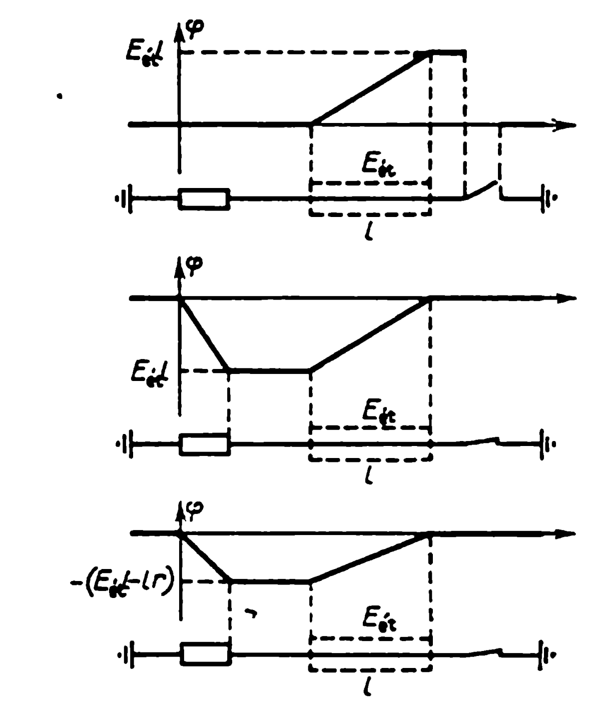
8.2.16*. $R = R_0/\cos^2\alpha$.

8.2.17*. $I = 4\pi r\lambda V$; $R = 1/(4\pi r\lambda)$.

8.2.18*. $R = 0{,}14$ ohm.

8.2.20. $R = \dfrac{1}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$; $I = \dfrac{\lambda q}{\varepsilon_0}\,\varepsilon$.

8.2.21*. $C = \varepsilon\varepsilon_0/\lambda R$; non.



Pour la réponse 8.2.22

Pour la réponse 8.2.28

◇ 8.2.22*. Les électrodes doivent être mises en contact avec le centre de la plaque de côtés différents.

8.2.23. $K = \dfrac{1}{2}m_e\left(\dfrac{I}{en_eS}\right)^2 = 2\cdot 10^{-15}$ eV.

8.2.24*. $I = Fl/qR$, $v = Fl^2/q^2R$.

8.2.25. a. $\varphi = qvR/l$. b. $\varphi = Fl/q$.

8.2.26. $V = W/e$; $I_{\max} = ev$. Pour $R < W/e^2v$ le courant ne varie pas avec la charge.

8.2.27*. $I = I_0 (1 - \sqrt{V/V_0})$.

◇ 8.2.28. Voir le dessin. $W = E_{\text{ét}} l$.

8.2.29. $\mathcal{E} = 1{,}13$ V.

8.2.30. $\mathcal{E} = 1{,}07$ V. Il y a un apport de chaleur du milieu ambiant.

8.2.31. $\nu = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ mol.

8.2.32*. Le condensateur ne se décharge pas complètement grâce à l'apparition d'une force contre-électromotrice chimique qui croît avec le nombre d'ondes.

8.2.34*. $k = V/2\mathcal{E}$.

§ 8.3. Circuits électriques

8.3.1. $r = 1$, 5 et 50 kohms.

8.3.2. $r = 20$ ohms.

8.3.3. $V = 1$ kV.

8.3.4. Dans les circuits *a*, *b* et *e* les appareils montrent que le courant diminue, dans le circuit *d* que le courant augmente et dans le circuit *f* que le courant ne varie pas. Dans le circuit *c* l'ampèremètre supérieur indique un accroissement de courant et l'ampèremètre inférieur montre que le courant ne varie pas.

8.3.5. a. $\Delta V/V = R/(R + r)$. b. $\Delta I/I = r/(R + r)$.

8.3.6. $I_4/I_6 = 10/64$, $V \approx 40$ V.

8.3.7. 100 ohms.

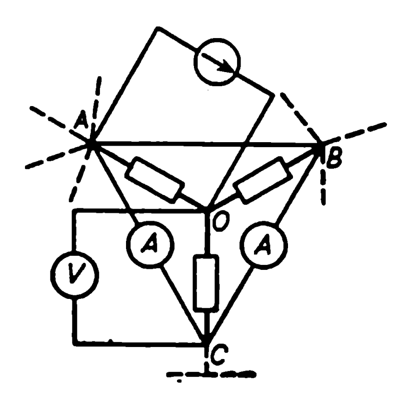
8.3.8. Plus grande.

8.3.9. $V = 48$ V; $I = 15$ A.

8.3.10. $r_x = rR_2/R_1$; se conserve.

8.3.11. $R_V = V_1/I_1$; $R = V_2V_1/(I_2V_1 - I_1V_2)$; $R_A = (V_1V_3I_2 - V_3V_2I_1 - V_2V_1I_3)/I_3(V_1I_2 - V_2I_1)$.

◇ 8.3.12*. Donnons une portion de circuit comprenant la résistance cherchée. Aux nœuds *A* et *O* on connecte la batterie et aux nœuds *C* et *O* le voltmètre, aux



Pour la réponse 8.3.12

nœuds *C* et *A*, *C* et *B* les ampèremètres et les nœuds *A* et *B* sont liés par le fil. Le courant à travers la résistance *R* est égal à $I_{CA} + I_{CB}$. On a alors $R = V/(I_{CA} + I_{CB})$, où *V* est l'indication du voltmètre.

8.3.13. $R = 7$ ohms.

8.3.14. a. $r = \sqrt{3}\, R$. b*. $r = (\sqrt{3} - 1)\, R$. c. $I_n = I\, (2 - \sqrt{3})^{n-1}$ à travers la résistance $2R$; $I'_n = I\, (2 - \sqrt{3})^{n-1} (\sqrt{3} - 1)$ à travers la résistance *R*, *n* est le numéro de la cellule, $R_0 = (\sqrt{3} + 1)\, R$.

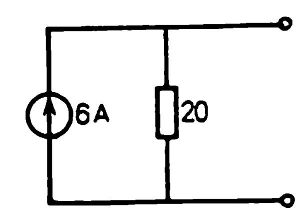
8.3.15*. $R_1 = 9r$; $R_2 = {}^{10}/_9\, r$.

8.3.16. Sur la portion a: $V = \mathcal{E} - I\,(r + R)$. b: $V = -\mathcal{E} - I\,(r + R)$. c: $V = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - I\,(r_1 + r_2 + R)$. d: $V = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - I\,(r_1 + r_2 + R)$.

8.3.17. $\mathcal{E} = 34{,}3$ V; $r = 1{,}43$ ohm.

8.3.18. Batterie avec la f.é.m. $\mathscr{E} = 10$ V et la résistance interne $r = 14$ ohms.

◇ 8.3.19. Voir le dessin.



Pour la réponse 8.3.19

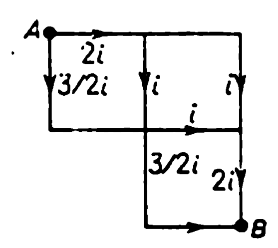
8.3.20. $I = 10$ A, $r = 20$ ohms; $\mathscr{E} = 200$ V, $r = 20$ ohms.

8.3.21. $I = 80$ A.

8.3.23. $I_2 = I_3R_3/R_2$; $I_1 = I_3(R_2 + R_3)/R_2$; $V = I_3(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)/R_2$.

◇ 8.3.24. Voir le dessin.

Pour la réponse 8.3.24



Pour la réponse 8.3.25

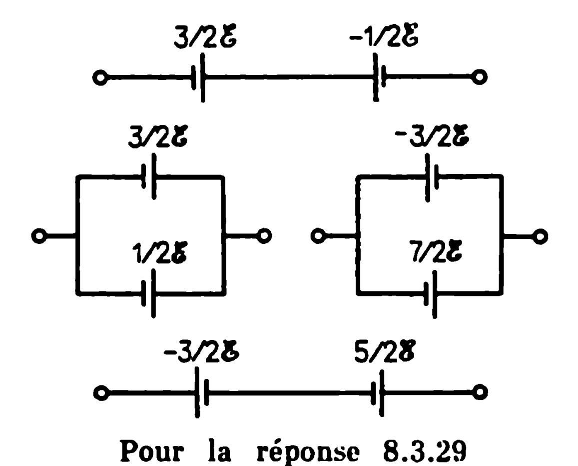
8.3.25. a. $V = 5ir$; $R = {}^5/_6\, r$; $I = 6i$. ◇ b. Voir le dessin. $I = {}^7/_2\, i$; $R = {}^{12}/_7\, r$. c. $R_{AB} = {}^{13}/_7\, r$; $R_{CD} = {}^5/_7\, r$.

8.3.26. $I = 8$ A.

8.3.27*. a. $I = {}^1/_2\, i$; $R = {}^1/_2\, r$. b. $R = {}^1/_3\, r$. c. $R_{AB} = {}^2/_3\, r$; $R_{AC} = r$.

8.3.28. $\mathscr{E} = (\mathscr{E}_1r_2 + \mathscr{E}_2r_1)/(r_1 + r_2) = 21$ V, $r = r_1r_2/(r_1 + r_2) = 3{,}75$ ohms.

◇ 8.3.29. Voir le dessin.



Pour la réponse 8.3.29

8.3.30. Diminue de trois fois.

8.3.31. $V = 0$; $I = 0{,}75$ A.

8.3.32. $V = 0{,}75$ V.
8.3.33. Au bout de 12, 54 et 27 mn.
8.3.34. $N = I^2R$.
8.3.35. $N' = N_0 (N - N_0)/N$.
8.3.36. $R = 9 (n - 1) r$.
8.3.37. $r = \sqrt{R_1R_2}$.
8.3.38. 2 et 100 V ; 20 et 0,1 W. Le courant ne varie presque pas, la puissance augmente presque de deux fois.
8.3.39. $S = 42$ mm²; de 10 fois environ.
8.3.40. $N = (\mathscr{E} - Ir) I$; $R = r$.
8.3.41. $N_1 = 125$ W ; $N_2 = 80$ W ; $N_3 = 45$ W.
8.3.42*. Pour $r = R$.
8.3.43. $N_u = (V - \mathscr{E}) \mathscr{E}/r$; $N_{th} = (V - \mathscr{E})^2/r$. Si $\mathscr{E} > V/2$, la puissance utile est supérieure à la puissance thermique.
8.3.44. $N = 4$ W.
8.3.45. $N = \lambda CV^2/\varepsilon_0$.
8.3.46. $N = I (m_e v^2/2e - IR)$.
8.3.47. $q = 4\pi^2\varepsilon_0 a^3 e n_e R v$, $v \gg a^2e^2n_eR/m_e$.
8.3.48*. $T = T_0 + R_0I^2/(k - I^2R_0\alpha)$, $k > I^2R_0\alpha$. Pour $k < I^2R_0\alpha$ la température T croît indéfiniment.

§ 8.4. Condensateurs et éléments non linéaires dans les circuits électriques

8.4.1. a. $q = 8\cdot10^{-4}$ C. b. $V = 60$ V. c. 100 V, 50 V, 50 V.
8.4.2. $V = V_0x/l$; les sources doivent être changées de places.

8.4.3. $\varphi_A = \varphi_B + 2\left(l - \frac{x}{2}\right)\sqrt{\frac{kx}{\varepsilon_0 S}}$.

8.4.4. $\varphi_A - \varphi_B = \mathscr{E}\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - \frac{C_1}{C_1+C_2}\right)$. Il faut la mesurer par le voltmètre électrostatique. $q_1 = C_1R_1\mathscr{E}/(R_1 + R_2)$; $q_2 = C_2R_2\mathscr{E}/(R_1 + R_2)$. Dans ce cas l'influence de ces voltmètres sur le circuit électrique diminue.

8.4.5*. $W_1 = \frac{CV^2}{4}\frac{R_1}{R_1+R_2}$; $W_2 = \frac{CV^2}{4}\frac{R_2}{R_1+R_2}$.
8.4.6. $W = A - q^2/C$.
8.4.7*. $q = C\mathscr{E}$; $W = C\mathscr{E}^2/4$.
8.4.8. $W = C (\mathscr{E} - V_0)^2/2$, $\mathscr{E} > U_0$; $W = 0$, $\mathscr{E} < V_0$.
8.4.9. $W = C (V - \mathscr{E}) \mathscr{E}$; $W = C (V - \mathscr{E})^2/2$.
8.4.10. Il faut d'abord charger le condensateur à partir d'un seul élément, puis de deux éléments mis en série, etc. Les pertes d'énergie sont alors égales à $1/n$ de l'énergie emmagasinée.
8.4.11*. $N_g = Iq/C > N_c = Iq/2C$. Ces quantités diffèrent l'une de l'autre par suite du travail produit lors de la variation de la capacité du condensateur.
8.4.12. Au bout de $\tau \approx 10^{-3}$ RC.

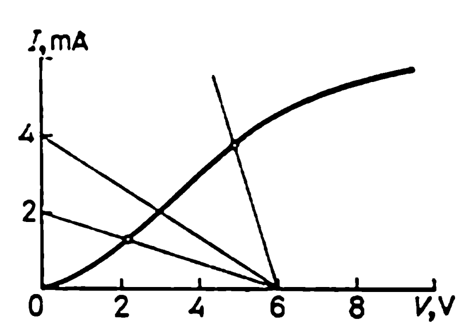
8.4.13*. $q = C\frac{\mathscr{E}_1R_2 + \mathscr{E}_2R_1}{R_1+R_2}$; $q = C\frac{\mathscr{E}_1R_2 + k\mathscr{E}_2R_1}{R_1+R_2}$.
8.4.14*. $V = V_0R\tau/(rT + R\tau)$.

8.4.15*. $\frac{dV}{dt} = -\frac{V}{RC}$; $V = V_0 \exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right)$, $I = \frac{V_0}{R}\exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right)$.
8.4.16. $R < 40$ kohms.

8.4.17*. $\nu = \left(RC \ln\frac{V - V_0}{V - V_1}\right)^{-1}$.

8.4.18. a. $I = qv/d$. b. Non.
8.4.19. $I = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \mathscr{E} av/d$.
8.4.20. $I = \frac{1}{2\alpha R^2} + \frac{\mathscr{E}}{R} - \left[\left(\frac{1}{2\alpha R^2} + \frac{\mathscr{E}}{R}\right)^2 - \frac{\mathscr{E}^2}{R^2}\right]^{1/2}$.

◇ 8.4.21. Sur la caractéristique tension-courant menons la droite $I = (\mathscr{E} - V)/R$; leur point d'intersection donne le courant de 2 mA. En menant



Pour la réponse 8.4.21

les droites correspondantes par les extrémités de la portion rectiligne de la caractéristique on trouve que pour $R < 0,3$ kohm et $R > 3$ kohms la diode cesse de fonctionner sur la portion rectiligne de la caractéristique tension-courant.

Chapitre 9
Champ magnétique constant

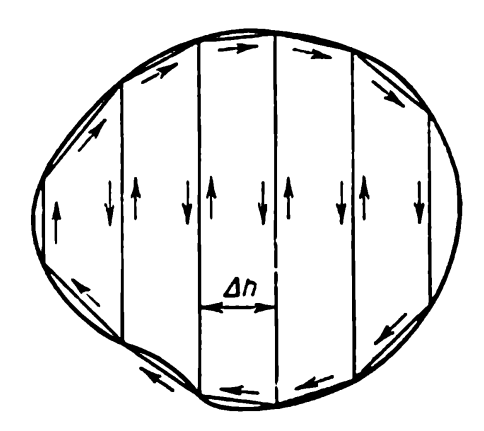
§ 9.1. Induction d'un champ magnétique. Action d'un champ magnétique sur le courant

9.1.1. $B = 100$ T.
9.1.2. $B = 20$ T.
9.1.3. a) $F_1 = F \frac{I_1}{I} \sqrt{1 + \frac{L^2}{l^2} - 2\frac{L}{l} \cos\varphi}$. b*) $F_2 = 2F \frac{RI_2}{lI}$.
9.1.4*. $\Delta h = a\lambda VB/b\rho g$.
9.1.5. $\alpha = 45°$.
9.1.6. $I = (mg/2aB) \operatorname{cotg} \alpha$.
9.1.8*. $\omega = \sqrt{6BI/m}$.
9.1.9. $\operatorname{tg} \alpha = IB/(4\rho g)$.

◇ 9.1.10. Divisons le cadre parcouru par le courant en microcircuits trapézoïdaux parcourus par un courant I, comme représenté sur le dessin. Le moment des forces agissant sur tous les microcircuits pour $\Delta h \to 0$ coïncide à la limite avec le moment des forces s'exerçant sur le cadre parcouru par le courant:

$$N \xrightarrow[\Delta h \to 0]{} \left[\sum_i B \times \Delta M_i\right] = \left[B \times \sum_i \Delta M_i\right] \xrightarrow[\Delta h \to 0]{} [B \times M].$$

9.1.11. a. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{IB}{2\rho g}$. b*. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi(4+\pi) IB}{4(1+\pi)(2+\pi)\rho g}$.
9.1.12. $N = (1/2)\pi R^2 IB (\sin\alpha + \cos\alpha)$.
9.1.13*. $B = P/(\pi R I n)$.



Pour la réponse 9.1.10

9.1.14. $a = (2\pi RIB \sin\alpha)/m$.
9.1.15*. $B = F/(RI)$.]

§ 9.2. Champ magnétique d'une charge mobile. Induction du champ magnétique d'un courant linéaire

9.2.2. $B = \mu_0 \rho v/2\pi r$, où r est la distance au fil.
9.2.3. $B = \mu_0 I/2\pi r$. où r est la distance au fil.
9.2.4. $\mu = 1{,}25$.
9.2.5. $B = 1{,}88\cdot 10^{-5}$ T.

9.2.6. $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$.

9.2.7. $B=\frac{\mu_0}{2\pi l}\sqrt{I_1^2+I_2^2+2I_1I_2\cos\alpha}$, où l est la distance au point d'intersection des fils.

9.2.8. a. $B=\frac{\mu_0 qv}{4\pi r^2}\sin\alpha$. b. $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}[l\times r]$, $B=\frac{\mu_0 Il}{4\pi r^2}\sin\alpha$.

9.2.10. $B = \mu_0 I/2R$; $B_h = \mu_0 IR^2/[2(R^2+h^2)^{3/2}]$.
9.2.11. $n = \sin(\alpha/2)$.

9.2.12. $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\left(1+\frac{\pi}{2}\right)$.

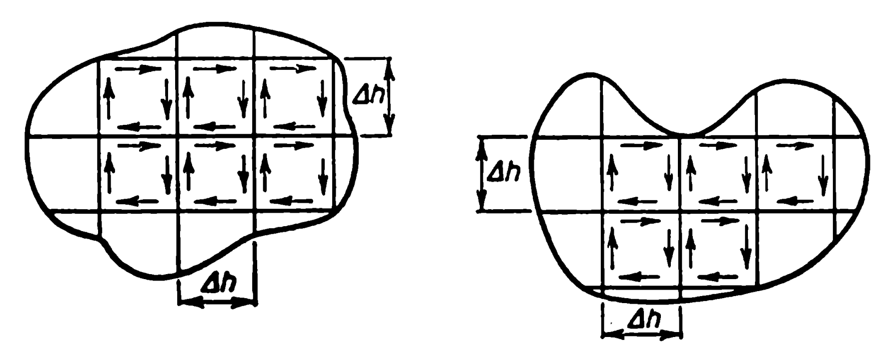
9.2.13. $B = \mu_0 I/4R$.

9.2.14*. $B_0=\frac{\mu_0 I(\pi-1)}{2\pi R}$; $B_h=\frac{\mu_0 I}{2}\left[\frac{1}{\pi^2(R^2+h^2)}+\frac{R^4}{(R^2+h^2)^3}-\right.$ $\left.-\frac{2R^3}{\pi(R^2+h^2)^{5/2}}\right]^{1/2}$.

9.2.15. a. $I = I_0\sqrt{10}$. b*. $I = 2I_0\sqrt{10}$.
9.2.16. $B = \mu_0 M/2\pi h^3$.
9.2.17*. $B = \mu_0 M\sqrt{1+3\sin^2\alpha}/4\pi h^3$.

◇ 9.2.18*. Divisons deux circuits plans de forme différente mais de même aire parcourus par un courant I en microcircuits carrés parcourus par le courant,

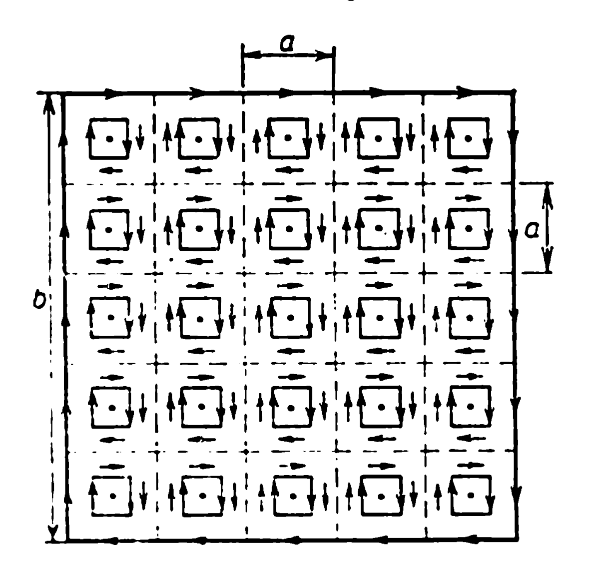
comme représenté sur le dessin. L'induction du champ magnétique créé par ces microcircuits coïncide, pour $\Delta h \to 0$, avec l'induction des circuits à l'intérieur desquels se trouvent les microcircuits. A grande distance le champ magnétique des circuits considérés est proche du champ d'un microcircuit séparé multiplié



Pour la réponse 9.2.18

par le nombre de microcircuits à l'intérieur de chaque circuit. Mais ce produit, avec $\Delta h \to 0$, pour chaque circuit tend vers une même grandeur car le nombre de microcircuits ne dépend que de l'aire du circuit.

◇ 9.2.19*. a. Sur le dessin chaque microcircuit à moment M_0 est entouré d'un circuit parcouru par le courant $I = M_0/a^2$. A des distances très supérieures



Pour la réponse 9.2.19

à la distance entre les microcircuits voisins le champ des microcircuits tend vers le champ des courants I qui les entourent, qui coïncide avec le champ du courant I parcourant le grand circuit. Le moment magnétique de ce circuit $M = IB^2 = M_0B^2/a^2 = nM_0$.

b. Le champ magnétique de la plaque mince est proche du champ magnétique du courant de maille $I = hM$, où M est le moment magnétique de l'unité de volume de la substance de la plaque. Or l'induction du champ magnétique B est liée à I par la relation $B = \mu_0 I\sqrt{8}/\pi a$. On a donc $M = \pi a/(\mu_0 h\sqrt{8})$.

9.2.20. $B = \mu_0 MR^2hl/[2(R^2 + l^2)^{3/2}]$.

9.2.21. $B = 4{,}9 \cdot 10^{-2}$ T.

9.2.22. Le vecteur B_0 doit être parallèle à la surface du disque. $N = 2\pi BB_0R^3/\mu_0$.

9.2.23. $M = \sqrt{\pi\mu_0 HF/(2ah^2)}$.

§ 9.3. Champ magnétique d'un courant distribué sur une surface ou dans l'espace

.3.1. $B = {}^1/_2\, \mu_0\sigma v$.

9.3.2. $B = 10^{-10}$ T.

9.3.3. $B = {}^1/_2\, \mu_0 i$.

9.3.4. Entre les plans $B = {}^1/_2\, \mu_0 (i_1 - i_2)$, en dehors des plans $B = \pm {}^1/_2\, \mu_0 (i_1 + i_2)$.

9.3.5. $F = \mu_0 I^2/2b$.

9.3.6. a. $\Delta = \mu_0 a I^2/(12Eb^2)$. b. $B_1 \approx 10$ T, $B_2 \approx 35$ T.

9.3.7. $B_{\parallel} = \mu_0\varepsilon_0 E_{\perp} v = \mu_0 i\Omega/4\pi$, où $E_{\perp} = \sigma\Omega/4\pi\varepsilon_0$ est la composante de l'intensité du champ électrique des porteurs de courant qui est perpendiculaire à la surface, σ leur densité superficielle et v la vitesse.

9.3.8. a. $B = {}^1/_4\, \mu_0 i$. b. $B = \mu_0 i$; ne dépend pas. c*. $B = \mu_0 aj/4\sqrt{3}$.

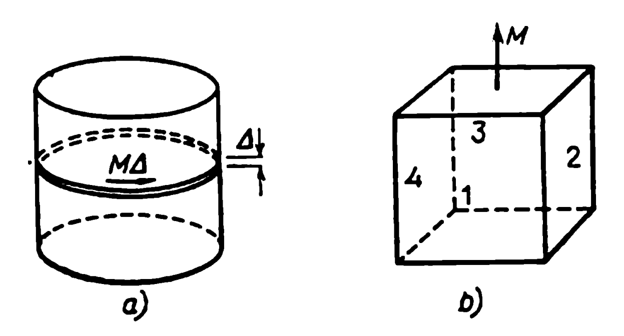
9.3.9. $T = {}^1/_2\, \mu_0 nRI^2$.

9.3.10*. a. $B_{\parallel} = \mu_0 i\Omega/4\pi$, où Ω est l'angle solide sous lequel on voit la surface du cylindre (voir problème 9.3.7). Dans la section AA' l'angle solide $\Omega = 2\pi$, par conséquent $B_{\parallel} = {}^1/_2\, \mu_0 i$.

b. $$B = \frac{1}{2}\mu_0 i\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+(R/x_1)^2}}\right),\quad B \xrightarrow[x_1\to\infty]{} \frac{1}{4}\mu_0 i\,(R/x_1)^2.$$

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 i\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1+(R/x_2)^2}}\right),\quad B \xrightarrow[x_2\to\infty]{} \mu_0 i.$$

◇ 9.3.11*. a. Le champ magnétique du cylindre se compose des champs magnétiques des disques minces d'épaisseur Δ en lesquels on peut diviser ce cylindre. Quant au champ magnétique de chaque disque, il coïncide avec le champ magné-



Pour la réponse 9.3.11

tique créé par le courant circulant avec la densité linéique M (M est le moment magnétique de l'unité de volume du fer) sur la surface extérieure du disque (voir solution du problème 9.2.19*).

b. La direction de l'induction du champ magnétique coïncide au centre du cube avec la direction de l'aimantation. Le module de ce vecteur sera autant de fois plus petit que le module de l'induction du champ magnétique à l'intérieur de la tige que $8\pi/3$ (l'angle solide sous lequel sont vues les faces latérales du cube *1* à *4*) est plus petit que 4π, i.e. $n = 1{,}5$ fois.

c. $B = \frac{\mu_0 M}{\sqrt{1+4(r/l)^2}}$; $B \xrightarrow[(r/l)\to 0]{} \mu_0 M$, $B \xrightarrow[(r/l)\to\infty]{} \frac{\mu_0 M l}{2r}$.

d. $B = \mu_0 M \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+4(r/l)^2}}\right)$; $B \xrightarrow[(r/l)\to 0]{} \frac{\mu_0 M r^2}{2l^2}$, $B \xrightarrow[(r/l)\to\infty]{} \mu_0 M$.

9.3.12. L'induction du champ magnétique à l'intérieur de la colonne rectangulaire sera autant de fois plus grande que B que 4π est plus grand que l'angle solide sous lequel on voit les faces latérales de la plaque à partir de son centre. $B = \pi a B_0/(2\sqrt{2}\,h)$.

9.3.13. $B_{\parallel} = 6{,}28\cdot 10^{-4}$ T, $B_{\perp} = 0{,}377$ T.

9.3.14. $\Delta B = B_0 kh/2R$.

9.3.15. a. $B = \mu_0 Ix/2\pi r^2$, $0 < x < r$; $B = \mu_0 I/2\pi x$, $x > r$. b. $B = \mu_0 xj$, $x < a/2$; $B = \mu_0 aj/2$, $x > a/2$.

9.3.16. $B_{max} = \mu_0 NI/2\pi r$, $B_{min} = \mu_0 NI/2\pi R$.

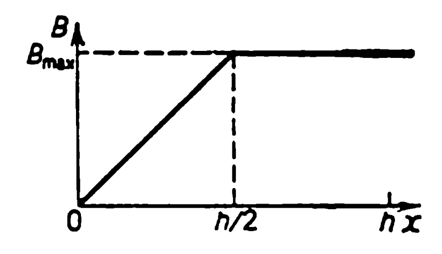
9.3.17. a. Au-dessus du plan $B = \mu_0 I/2\pi x$, les lignes d'induction du champ magnétique coïncident avec les lignes d'induction du champ du fil droit infini; au-dessous du plan $B = 0$.

b. Au-dessus du plan $B = \mu_0 I/2\pi x$, au-dessous du plan $B = \mu_0 (I - I')/2\pi x$.

c. A l'intérieur du câble $B = \mu_0 I/2\pi x$, en dehors du câble $B = 0$.

9.3.18*. $B = (\mu_0 I/2\pi r)\ \mathrm{tg}\ (\beta/2)$.

◇ 9.3.19. Voir le dessin. $B_{max} = \mu_0 hj/2$.

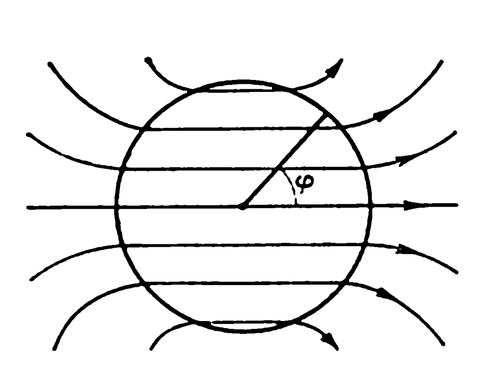


Pour la réponse 9.3.19

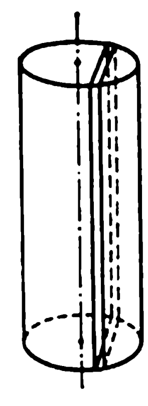
9.3.20. $B = \frac{\mu_0}{2} jx$, $0 < x < h/2$; $B = \frac{\mu_0}{2} hj \left(1 - \frac{h}{4x}\right)$, $x > h/2$, où x est la distance au point O.

9.3.21*. $B = \mu_0 jd/2$.

◇ 9.3.22*. a. $B = \mu_0 ja/2$. b. $i = 2B_0 \sin\varphi/\mu_0$, $i_{max} = 2B_0/\mu_0$. Voir le dessin.



Pour la réponse 9.3.22



Pour la réponse 9.3.24

9.3.23*. La composante de l'induction du champ magnétique le long de l'axe du solénoïde $B_{\parallel} = \mu_0 nI$ et la composante de l'induction du champ magnétique perpendiculaire à l'axe du solénoïde $B_{\perp} = (\mu_0 nI/2) \operatorname{cotg} \alpha$.

◇ **9.3.24*.** Pour déterminer les courants superficiels équivalents (voir solution du problème 9.3.11* a) il faut diviser le cylindre en couches minces dont l'une est représentée sur le dessin. Les plans des couches doivent être perpendiculaires à la direction de l'aimantation.

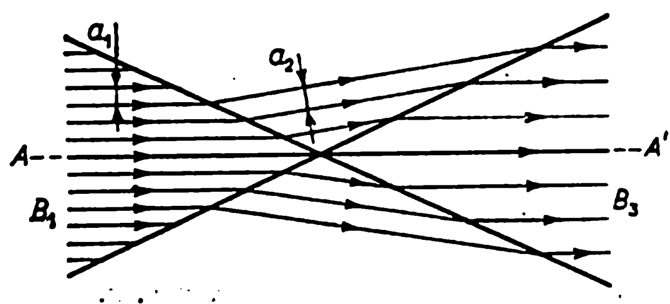
$$B = \mu_0 M/2 \quad \text{pour} \quad x < r; \quad B = (\mu_0 M/2)\,(r/x)^2 \quad \text{pour} \quad x > r.$$

§ 9.4. Flux magnétique

9.4.1. a. $\Phi = \sqrt{3}\,Ba^2/2$. b. $\Phi = BS \sin \alpha$.

9.4.2. $\Phi = B \cdot \pi R^2 (\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta)$.

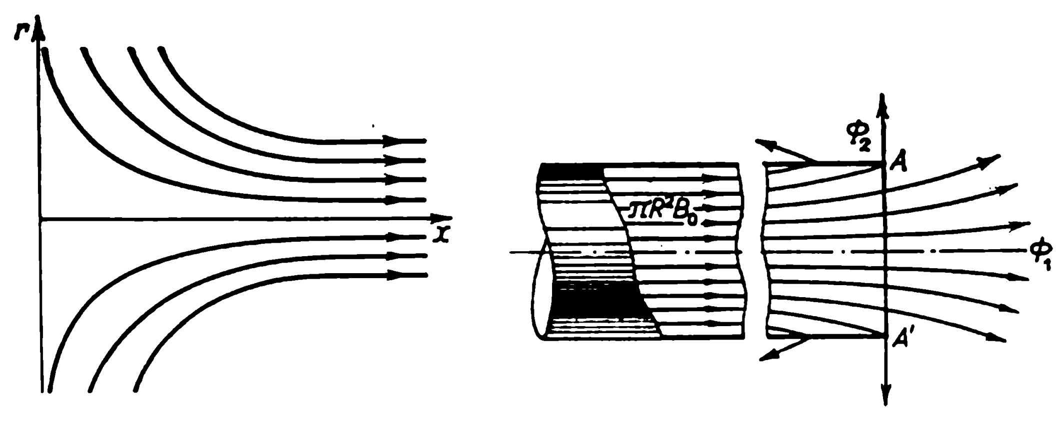
9.4.6. $n = \sin \alpha / \sin \beta$, $i = (B/\mu_0) \cos \alpha\, (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg} \beta)$.



Pour la réponse 9.4.7

◇ **9.4.7*.** $B_2 = B_4 = B_1 \dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{\sqrt{B_1^2 + B_3^2 + 2B_1 B_3 \cos \alpha}}{2 \cos (\alpha/2)}$.

◇ **9.4.8.** a. $B_r = \dfrac{1}{2} B_0 \dfrac{r}{x_0}$, $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{1}{2} \dfrac{r}{x}$, voir le dessin. b. $B_r = \dfrac{1}{2} n B_0 \dfrac{r}{x_0} \left(\dfrac{x}{x_0}\right)^{n-1}$, $B_r = \dfrac{1}{2} r B_0 \dfrac{\partial f}{\partial x}$.



Pour la réponse 9.4.8 Pour la réponse 9.4.10

9.4.9. Puisque le flux magnétique de la composante radiale de l'induction du champ en dehors du cylindre se conserve, l'induction du champ magnétique diminue comme $\alpha R/r$, où r est la distance à l'axe du cylindre, $\alpha = B_0 R/2x_0$

la composante radiale de l'induction du champ magnétique près de la surface du cylindre.

◇ 9.4.10*. a. A une distance assez grande de l'extrémité du cylindre l'induction du champ magnétique $B_0 = \mu_0 i$ et le flux magnétique dans la section πR^2 est égal à $\pi R^2 B_0$. Une partie de ce flux (Φ_1) sort du cylindre à travers la section AA', l'autre partie (Φ_2) à travers la surface latérale: $\pi R^2 B_0 = \Phi_1 + \Phi_2$. D'où $\Phi_2 = \pi R^2 B_0 - \Phi_1$. Comme dans la section AA' $B_{\parallel} = B_0/2$ (voir la solution du problème 9.3.10* a), on a $\Phi_1 = \pi R^2 B_{\parallel} = \pi R^2 B_0/2$ et $\Phi_2 = \pi R^2 B_0/2 = \mu_0 \pi i R^2/2$.

b. La force qui s'exerce sur une portion donnée de la moitié du solénoïde dans le sens axial $\Delta F_{\parallel} = B_{\perp} \Delta S \cdot nI = nI = \Delta\Phi$, où $\Delta\Phi$ est le flux magnétique de l'autre moitié du solénoïde à travers cette portion. Il s'ensuit que la force axiale totale $F_{\parallel} = nI \cdot \Phi$, où le flux magnétique total de la deuxième moitié du solénoïde à travers la surface de la première moitié $\Phi = \mu_0 \pi n I R^2/2$. On a donc $F_{\parallel} = \mu_0 \pi (nIR)^2/2$.

9.4.11. $B = \sqrt{2\mu_0 F/\pi R^2}$.

9.4.12. $F = nI (\Phi_1 - \Phi_2)$.

9.4.13. a. $L = \mu_0 \pi (rR)^2/l^3$. b. $L = \mu_0 n \pi r^2$.

Chapitre 10
Mouvement de particules chargées dans les champs compliqués

§ 10.1. Mouvement dans un champ magnétique uniforme

10.1.1. $R = 0{,}2$ m.

10.1.2. $R = 0{,}68$ m.

10.1.3. a. $\omega = qB/m$. b. $\omega = 1{,}75 \cdot 10^{11}$ s^{-1}.

10.1.4. $R_1/R_2 = \sqrt{K_1/K_2}$.

10.1.5. $t = 2\pi m/qB$.

10.1.6. $K = 3 (eBR)^2/4m_p$.

10.1.7. $\sin\alpha = eBl/m_e v$ pour $eB/m_e \leqslant v/l$; $\alpha = \pi$ pour $eB/m_e > v/l$.

10.1.8. $x_1 = 0{,}29$ m, $x_2 = 0{,}41$ m, $x_3 = 0{,}5$ m, $x_4 = 0{,}58$ m, $\Delta l = 3{,}7$ mm.

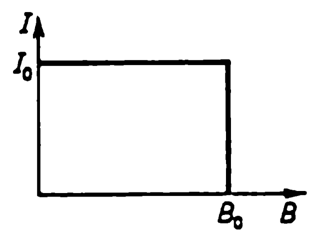
10.1.9. $\Delta V/V_0 < 0{,}025$.

10.1.10*. $l = 2mv/(qB)$, $\Delta z = mv (\delta\alpha)^2/(4qB)$.

10.1.11. $R = \dfrac{mv \sin\alpha}{qB}$, $h = \dfrac{2\pi mv \cos\alpha}{qB}$.

10.1.12*. $x = 2\pi m_e v/(eB)$, $\Delta y = \pi m_e v (\delta\alpha)^2/(2eB)$.

◇ 10.1.13. a. Voir le dessin. $B \geqslant B_0 = 2\sqrt{2m_e K}/(eR)$. b. $P_2 > P_1$.



Pour la réponse 10.1.13

10.1.14. $B = \dfrac{m_e v}{eR} + \dfrac{e}{16\pi\varepsilon_0 v R}$.

10.1.15. $\omega = \omega_0 - eB/2m_e$.

10.1.16. $V' = 2Vh/R - Bh\sqrt{2eV/m_e}$.

10.1.17. a. $y = \frac{m_e E}{eB^2 lL} z^2$. b. $y\,[\mathrm{m}] = 1{,}1\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^{-1}}\cdot z^2$. c. $y = \frac{m_e E}{eB^2 lL} z \sqrt{z + \left(\frac{eBlL}{m_e c}\right)^2}$.

10.1.18. $t = \frac{\pi m_p}{e^2 BV}\left(\frac{e^2B^2R^2}{2m_p} - K\right)$.

10.1.19. $V = \frac{eB^2d^2}{2\pi^2 m_e}\cdot\frac{1}{k^2}$, où $k = 1, 2, \ldots$ La dimension du spot est déterminée par la vitesse initiale des électrons.

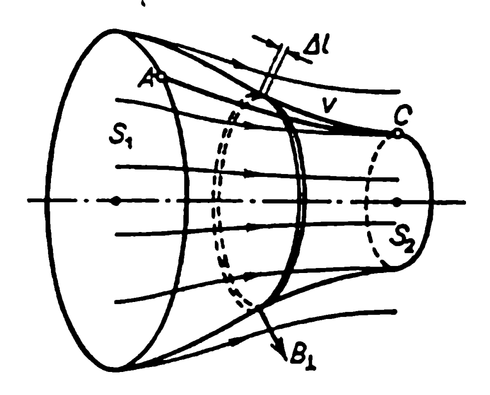
10.1.20. $v = (mg/qB\mu)(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ pour $\mu \leqslant \operatorname{tg}\alpha$; $v = 0$ pour $\mu \geqslant \operatorname{tg}\alpha$.

10.1.21. $M = 2\pi R^2 \rho v B_R$.

10.1.23*. $v = Q(B_2 - B_1) R/2m$.

10.1.25. $M = {}^1/_2\, QR^2 (B_1 - B_2)$. La somme reste constante.

◇ 10.1.26*. Le temps de mouvement de l'électron à travers la portion donnée sur le dessin $t = \Delta l/v$, où v est la projection de la vitesse sur le plan passant par



Pour la réponse 10.1.26

l'électron et l'axe. La variation de l'impulsion dans la direction perpendiculaire à ce plan $\Delta p_\perp = -eB_\perp v\,\Delta l/v = -eB_\perp\,\Delta l = -e\,\Delta\Phi/2\pi R$, où $\Delta\Phi$ est le flux magnétique à travers cette portion. La variation du moment cinétique $\Delta M = R\,\Delta p_\perp = -(e/2\pi)\,\Delta\Phi$, par conséquent $M_2 - M_1 = (e/2\pi)(\Phi_1 - \Phi_2)$.

10.1.27*. $n = {}^1/_2 (1 - \sqrt{B_1/B_2})$.

10.1.28*. $r = R\sqrt{B_2/B_1}$.

§ 10.2. Mouvement de dérive de particules

10.2.1. $v_d = 2v(B_1 - B_2)/[\pi(B_1 + B_2)]$.

10.2.2*. $v_d \approx \alpha m_e v^2/eB_0$.

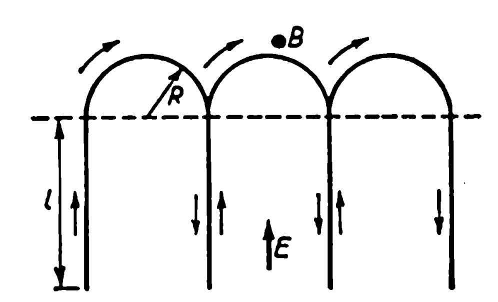
◇ 10.2.3. Voir le dessin. $R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mEl}{q}}$, $v_d = \frac{2\sqrt{ql}\,E}{2\sqrt{ql}\,B + \pi\sqrt{mE}}$.

10.2.4. $v = E/B$.

10.2.5. $v_d = E/B$.

10.2.6. $v_d = (E/B)\sin\alpha$.

10.2.8. $v \leqslant eBh/4m_e$ ou $v = V/hB$.



Pour la réponse 10.2.3

10.2.9. $V = eB^2d^2/2m_e$; $V = 3{,}5 \cdot 10^5$ V.

10.2.10. Dans le système de coordonnées se déplaçant avec la vitesse de dérive E/B l'électron décrit la trajectoire circulaire de rayon

$$\frac{m_e v'}{eB}, \text{ où } v' = \left(v^2 + 2\,\frac{E}{B}\cos\alpha + \frac{E^2}{B^2}\right)^{1/2}.$$

10.2.11. $v_d = F/qB$.

10.2.12. $v_e \approx 8 \cdot 10^{-7}$ m/s, $v_p \approx 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ m/s.

Chapitre 11
Induction électromagnétique

§ 11.1. Mouvement de conducteurs dans un champ magnétique constant. Moteurs électriques

11.1.1. Entre les extrémités des ailes.

11.1.2. $V = 0{,}03$ V.

11.1.3. $V = vbB$; $\sigma = \varepsilon_0 vB$.

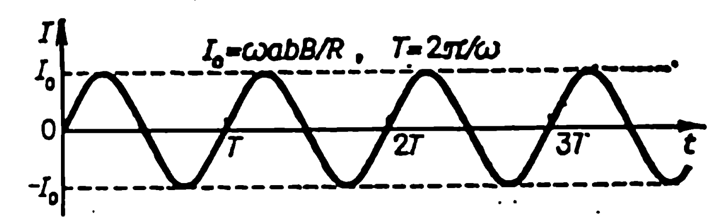
11.1.4*. $v < Ze/(4\pi\varepsilon_0 Br^2)$.

11.1.5*. $V < 7$ MV.

11.1.6. $E = vB$.

11.1.7. $B = V/a^2\omega$.

◇ 11.1.8. a. Voir le dessin. b. $M = (a^2b^2B^2\omega/R)\sin^2 \omega t$.



Pour la réponse 11.1.8

11.1.9. $W = B^2vab/2\rho$, $a < b$; $W = B^2vb^2/2\rho$, $a > b$.

11.1.10*. $W = (B^2l^2v \operatorname{tg}\alpha)/2\rho$.

11.1.11. $N = (vB)^2\,SL/4\rho = 1$ W.

11.1.12*. $I = \lambda BvS = 10$ kA, $V = vBh = 20$ V.

11.1.13. $V = IB/\rho h$.

11.1.14. a. $v = \sqrt{2BIlL/m}$. b. $v \approx 1{,}1 \cdot 10^7$ m/s.

11.1.15. $v = \sqrt{IB/\rho b}$.

11.1.16. $I_t = 2\pi r_0^2 Bv/[R_0 (r_0 + vt)]$.
11.1.17. $Q = SB/R$.
11.1.18. $B = 1{,}1 \cdot 10^{-2}$ T.
11.1.19. $v = gmR/(Bl)^2$. En chaleur.

11.1.20*. $v(t) = g \dfrac{mR}{B^2l^2}\left[1 - \exp\left(-\dfrac{B^2l^2}{mR} t\right)\right]$; $v(t) = gtm/(m + CB^2l^2)$.

11.1.21. $k = I$.
11.1.22*. $v = mgR/(B_0 \pi a^2 \alpha)^2$.
11.1.23*. $I = (mg/BL) \cos \omega t$.

11.1.24. a. $\omega_u = \dfrac{2\mathscr{E}}{BL^2}\left(1 - \dfrac{2FR}{B\mathscr{E}L}\right)$, $I = \dfrac{2F}{BL}$. b*. $\omega(t) = \dfrac{2\mathscr{E}}{BL^2}\left[1 - \exp\left(-\dfrac{3B^2L^2}{4mR} t\right)\right]$.

11.1.25*. $I = \omega B r^2/2R = 0{,}4$ A.
11.1.26*. $\omega = \omega_0 - 4M\rho/(a^3B^2)$.
11.1.27. Le rotor étant arrêté, le courant maximal circule dans le circuit car la f.é.m. d'induction est absente.
11.1.28. $\mathscr{E} = 40$ V.

11.1.29. $f = f_0\left(\dfrac{\mathscr{E}}{\mathscr{E}_0} - \dfrac{2\pi MRf_0}{\mathscr{E}_0^2}\right)$.

11.1.30. $\mathscr{E} = 120$ V. $N = 240$ W.
11.1.31. $M = 2\mathscr{E} I_0 \omega/\omega_0^2$.

11.1.32*. $l = \dfrac{2V(I_1 - I_2) + R(4I_1^2 - I_2^2)}{2\rho(I_2^2 - I_1^2)}$, $v = (I_2/2F)[2V - I_2(2\rho l + R)]$.

§ 11.2. Champ électrique rotationnel

11.2.1. $\Phi = 1$ Wb, 100 Wb, 300 Wb.
11.2.2. $E = \alpha r^2/2l = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ V/m.
11.2.3. Dans la position C le flux d'induction à travers l'anneau ne varie pas car le champ magnétique est à symétrie axiale. Par conséquent une f.é.m. n'apparaît pas dans l'anneau.
11.2.4. $E_1 = 6{,}4 \cdot 10^{-6}$ V/m, $E_2 = 2{,}56 \cdot 10^{-5}$ V/m.
11.2.5. $E = \mu_0 \alpha x$, où x est la distance de la médiatrice.
11.2.6. $E = (\mu_0 \pi \nu n_0 I_0/l_0)\, x \cos(2\pi\nu t)$, où x est la distance de l'axe de la bobine; $\mathscr{E}_0 = 0{,}12$ V.

11.2.7. a. $q = C\varphi$. b. $q_1 = q_2 = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\varphi$.

11.2.8. a. $q_1 = C_1 \dfrac{\varphi}{2}$, $q_2 = C_2 \dfrac{\varphi}{2}$. b*. $q_3 = \dfrac{C_3(C_2 - C_1)}{C_1 + C_2 + C_3}\dfrac{\varphi}{2}$.

11.2.9. *a*) $I = 1{,}44$ mA. *b*) $I = 3{,}5$ mA, le courant à travers la barre de connexion est nul. *c*) $I_1 = 2{,}73$ mA, $I_2 = 1{,}78$ mA, $I_3 = 0{,}95$ mA.
11.2.10. b*. $\Delta I \leqslant IkT/RC$.
11.2.11. $\Phi_{max} = VRC = 5 \cdot 10^{-7}$ Wb.
11.2.12. a. $V_1 = t\sqrt{2\mu_0 ma^3/(hd)}$, $V_2 = t^3\sqrt{32\mu_0 mb^2/(9hd)}$.
b. $V_1 = (8{,}7 \cdot 10^8$ V/s$)\, t$, $V_2 = (1{,}2 \cdot 10^{14}$ V/s$^3)\, t^3$.
11.2.13*. $\mathscr{E} = (\pi r^2/3)\, nB_0\omega \sin \omega t$.
11.2.14*. $\omega = qBl^2/(2mr^2)$. Le résultat ne change pas.
11.2.15*. $B(t) = \alpha t(1 + r^2/r_0^2)$.
11.2.16*. Diminue. Les forces de Lorentz et la vitesse de l'électron augmentent avec l'induction du champ magnétique. Mais l'accroissement de la

vitesse de l'électron n'est pas suffisant pour qu'il reste sur une circonférence de même rayon.

11.2.17*. $l = 3r_0/4$. De 100 fois. Si le rayon initial $r < l$ l'électron se déplace sur la spirale qui converge vers le centre, pour $r > l$ sur la spirale divergente.

11.2.18*. $\omega = 2\sigma B/[r(\rho + 2\mu_0\sigma^2)]$.

11.2.19*. a. De $2,6\cdot10^{12}$ fois. b. $nSr \approx 7\cdot10^{-14}$ m^2, où n est le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde, r le rayon du solénoïde, S la section du fil.

11.2.20*. $m_{é.m} = \varepsilon_0\mu_0 CV^2 = CV^2/c^2$, où c est la vitesse de la lumière.

11.2.21*. $m_{é.m} \approx 10^{-27}$ kg.

§ 11.3. Inductance mutuelle. Inductance de conducteurs. Transformateurs

11.3.1. $\Phi = \mu_0 ISn \sin\alpha$, $L_{12} = \mu_0 Sn \sin\alpha$.

11.3.2. $L_{12} = (\mu_0\pi r^2 n/2)(\cos\alpha + \sin\alpha)$.

11.3.3. $L_{12} = \mu_0\pi r^2 nN$.

11.3.4*. $V = \mu_0\pi r^2 nN\omega I_0 \cos\omega t$.

11.3.5. a. $L = \mu_0\pi r^2 n^2 l$. b*. L'équation du mouvement de l'électron dans le solénoïde

$$e\left(E - \frac{L}{l}\frac{dI}{dt}\right) = m_e\frac{dv}{dt}, \quad l = 2\pi rN.$$

Or $en_e vS = I$. La première équation peut donc être récrite sous la forme

$$Ee = V = \left(L + \frac{m_e l}{e^2 n_e S}\right)\frac{dI}{dt}.$$

On a donc $L' = L + m_e l/(e^2 n_e S)$. On peut la négliger.

11.3.6*. $L = {}^1/_3\,\mu_0\pi(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)\,n^2 = 2,3$ H/m.

11.3.7. $t = B\sqrt{v}/(V\sqrt{\mu_0}) = 8,9\cdot10^{-2}$ s.

11.3.8. Pour $h \ll d$ on a $L = \mu_0 h/d = 6,3\cdot10^{-8}$ H/m.

11.3.9*. $L = \dfrac{\mu\mu_0}{2\pi}\ln\dfrac{r_1}{r_2}$.

11.3.10*. $L = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\left(\mu_1 + 2\mu_2\ln\dfrac{r_1}{r_2}\right)$.

11.3.11.* $L = \dfrac{\mu_0}{\pi}\ln\dfrac{h}{r}$.

11.3.12. Augmente de k fois.

11.3.13. $L_1 = \mu_0\pi(n_1^2 r_1^2 l_1 + n_2^2 r_2^2 l_2 + 2n_1 n_2 r_1^2 l_2)$; $L_2 = \mu_0\pi(n_1^2 r_1^2 l_1 + n_2^2 r_2^2 l_2 - 2n_1 n_2 r_1^2 l_2)$.

11.3.14. $L = L_1 + L_2 + 2L_{12}$.

11.3.15*. $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$.

11.3.16*. $\mathscr{E}_2 = (\mu\mu_0 N_1 N_2 S/l)\, I_0\omega\cos\omega t$. $V_1 = (\mu\mu_0 N_1^2 S/l)\, I_0\omega\cos\omega t$.

11.3.17. $V_2 =$ const.

11.3.21. $\nu = 100$ Hz.

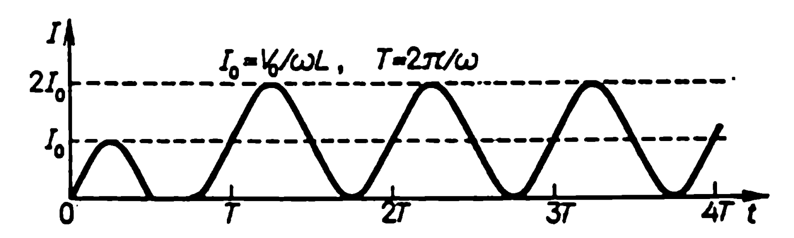
11.3.22. Pour diminuer les courants de Foucault.

11.3.24. $V = 10$ V.

11.3.25*. $V = 60$ V.

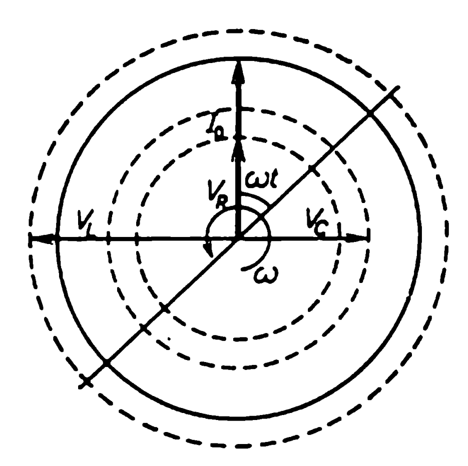
§ 11.4. Circuits électriques de courant alternatif

11.4.1. $I(t) = \mathcal{E}t/L$, $A = \mathcal{E}^2\tau^2/2L$. En énergie du champ magnétique.
11.4.2. a) $V = \alpha(Rt + L)$. b) $V = I_0(R \sin \omega t + L\omega \cos \omega t)$.
11.4.3*. $W_{max} = (LI)^2/Rt$.
11.4.4*. $I(t) = (\mathcal{E}_0/\omega L)(1 - \cos \omega t)$.
◇ 11.4.5. Voir le dessin.



Pour la réponse 11.4.5

11.4.6. $C(t) = C_0(1 - t^2/2LC_0)$.
11.4.7. $V_{max} = V_0 R\sqrt{C/L}$.
11.4.8. a. A l'ouverture. b. $C = 1/[(2\pi\nu N)^2 L] \approx 1$ µF.
11.4.9. $I_{max} = \mathcal{E}\sqrt{C/L}$, $q_{max} = 2\mathcal{E}C$.
11.4.10. $I_{1\,max} = V\sqrt{\dfrac{CL_2}{L_1(L_1+L_2)}}$, $I_{2\,max} = V\sqrt{\dfrac{CL_1}{L_2(L_1+L_2)}}$.
11.4.11*. a) $I = V_0\sqrt{C/L}\sin\omega_0 t$, où $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.
b) $I = \dfrac{V_0}{L(\omega_0^2 - \omega^2)}(\omega_0 \sin \omega_0 t - \omega \sin \omega t)$; $I_{max} = \dfrac{V_0}{L\,|\omega - \omega_0|} \approx 4{,}8$ kA.
◇ 11.4.12. a. Voir le dessin. $V_R = RI_0$, $V_L = \omega L I_0$, $V_C = I_0/\omega C$.
b. $V_0 = I_0\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$, $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{\omega L - 1/\omega C}{R}$.



Pour la réponse 11.4.12

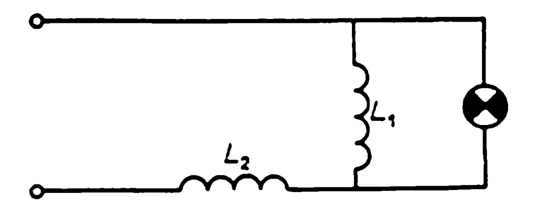
11.4.13. $\mathcal{E}_0 = 208$ V.
11.4.14. $I(t) = \dfrac{\mathcal{E}_0(\omega^2 LC - 1)]}{\omega L(2 - \omega^2 LC)}\cos \omega t$.
11.4.15. $L = 2{,}8$ H.

11.4.16*. $V = V_0 \sin(\omega t - \varphi)$, où $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\omega C_0 R_0}{(\omega CR)^2 - 1}$.

11.4.17. *a*) $I_L = 0$, $I_R = (\mathscr{E}_0/R) \sin \omega t$, $N = 200$ W, *b*) $I_R = (\mathscr{E}_0/R) \sin \omega t$, $I_C = -\mathscr{E}_0 \omega C (\sin \omega t + \cos \omega t)$, $N = 200$ W.

11.4.18. $L = 0{,}16$ H.

◇ **11.4.19.** Voir le dessin.



Pour la réponse 11.4.19

11.4.20*. Si V_{C_0} et V_C sont les différences de potentiel respectivement sur les condensateurs C_0 et C et I le courant dans le circuit, on a alors $V_{C_0} - V_C = L\, dI/dt = V_0 \cos \omega t$, $\omega = \sqrt{LCC_0/(C + C_0)}$. Or $(V_0 - V_{C_0})\, C_0 = V_C C$. Il découle de ces équations

$$V_C = (1 + C/C_0)^{-1}\, V_0\, (1 - \cos \omega t).$$

Il s'ensuit que pour $V < 2V_0\, (1 + C/C_0)^{-1}$ le claquage a lieu au bout du temps

$$\tau = \frac{1}{\omega} \arccos \left[1 - \left(1 + \frac{C}{C_0} \right) \frac{V}{V_0} \right],$$

et pour $V > 2V_0\, (1 + C/C_0)^{-1}$ le condensateur de capacité C ne claque pas.

11.4.21. b. Si I_1 et I_2 sont les courants traversant les bobines d'inductance L_1 et L_2 et $\omega = 1/\sqrt{(L_1 + L_2)\, C}$ et $I_0 = V_0/\omega L_1$, on a alors $L_1 I_1 + L_2 I_2 = L I_0$, $I_1 - I_2 = I_0 \cos \omega t$. Il découle de ces équations

$$I_2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} (1 + \cos \omega t)\, I_0, \quad I_{\max} = 2V_0 \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}.$$

11.4.22*. a. $L_1 I_1 + L_2 I_2 = L_1 I = (L_1 + L_2)\, I_0$, où I_0 est le courant permanent traversant les bobines d'inductance L_1 et L_2.

$$W = \frac{1}{2} L_1 I^2 - \frac{1}{2} (L_1 + L_2)\, I_0^2 = \frac{L_1 L_2}{2\,(L_1 + L_2)} I^2.$$

b. De I_1 à $I_1 - 2\,(I_1 - I_2)/(1 + L_1/L_2)$; de I_2 à $I_2 + 2\,(I_1 - I_2)/(1 + L_2/L_1)$

11.4.23*. $R = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$ ohm.

11.4.24*. $W = {}^1/_2\, (L + CR^2)\, (I_1^2 - I_2^2)$.

11.4.25*. $\varphi = 2 \arcsin (\omega \sqrt{LC}/2)$. $v = \omega l/\varphi$ pour $\omega < 2/\sqrt{LC}$; $v = l/\sqrt{LC}$ pour $\omega \ll 1/\sqrt{LC}$.

§ 11.5. Conservation du flux magnétique. Supraconducteurs dans un champ magnétique

11.5.2. $B = B_0\, (r_0/r)^2$.

11.5.3. Diminue de deux fois.

11.5.4. De 1,5 fois.

11.5.5. Diminue de trois fois.

11.5.6*. Seule varie la composante axiale de l'induction du champ magnétique. Dans la région du champ extérieur elle est égale à $^1/_2\, B_0 \cos\alpha$ et en dehors de cette région, à $-{}^1/_2\, B_0 \cos\alpha$.

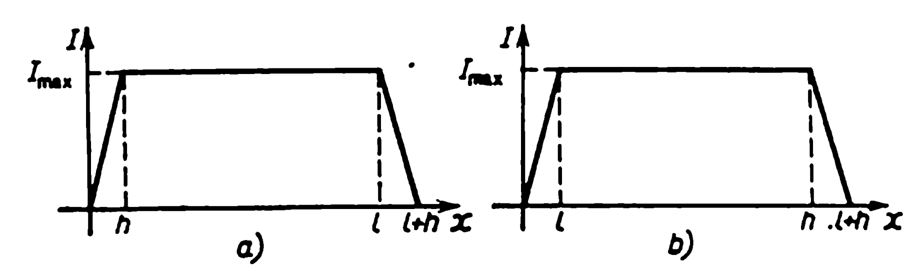
11.5.7. $I = I_0 - (\pi r^2/L)\, B_0 \cos\alpha$.

11.5.8. $I_0 = \pi D^2 B/4L$.

11.5.9. En dehors du cylindre d'acier l'induction diminue de $^1/_2\, B_0$, à l'intérieur de ce cylindre elle augmente de $^1/_2\, B_0$.

◇ **11.5.10*.** Voir le dessin. x est la coordonnée du bout avant de la tige comptée du début de la bobine.

a) $I_{max} = \dfrac{I_0}{1-\sigma/S}$. b) $I_{max} = \dfrac{I_0}{1-\sigma l/Sh}$.

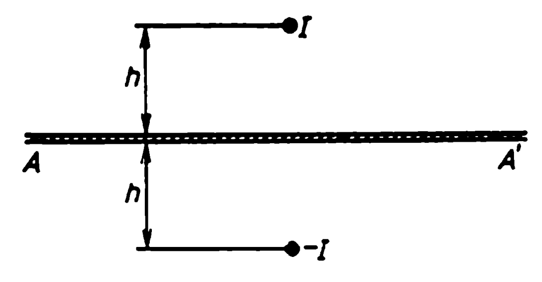


Pour la réponse 11.5.10

11.5.11*. $L = \mu_0 \pi r^2 \left(1 - \dfrac{r^2}{R^2}\right) \dfrac{N^2}{l}$.

11.5.12. $I = a\sqrt{2\rho_{Cu} gh/\mu_0} = 380$ A, ρ_{Cu} est la masse volumique du cuivre.

◇ **11.5.13*.** Le champ magnétique au-dessus du plan supraconducteur AA' coïncide avec le champ magnétique qui résulte de la superposition des champs magnétiques du fil droit parcouru par le courant I et du fil où circule le courant



Pour la réponse 11.5.13

$(-I)$ et qui est disposé symétriquement au-dessous du plan AA'. Au-dessus du plan AA' le champ magnétique est nul. On a donc $P = \mu_0 I^2/[2(\pi h)^2]$. L'interaction avec le plan supraconducteur du long fil parcouru par le couant I est équivalente à l'interaction de deux fils se trouvant à la distance $2h$ l'un de l'autre et dans lesquels les courants circulent en sens opposés. Il en résulte $f = \mu_0 I^2/(4\pi h)$.

11.5.14. $v = V/(\pi r^2 nB) = 2$ km/s.

11.5.16*. Des lois de la conservation de l'énergie et du flux magnétique dans le solénoïde il découle que

$$\frac{1}{2\mu_0} B_0^2 (W - w) + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2\mu_0} B^2 W + \frac{1}{2} m v^2,$$
$$B_0 (W - w) = BW,$$

où $B_0 = \mu_0 NI/L$ et B désignent l'induction maximale du champ magnétique dans le solénoïde avant et après la sortie du projectile, $W = \pi R^2 L$ et $w = \pi r^2 l$ le volume du solénoïde et du projectile. Il découle des équations ci-dessus:

$$\Delta v = \sqrt{v_0^2 + \pi\mu_0 (NI/L)^2 r^2 l (1 - r^2 l/R^2 L)} - v_0.$$

11.5.17*. $v = NIr\sqrt{\pi\mu_0/(12lm)}$.

11.5.18*. A l'entrée du champ magnétique la tige supraconductrice est parcourue par un courant qui crée à l'intérieur de la tige un champ dont l'induction est égale en module à l'induction du champ extérieur mais de sens opposé. Le travail dépensé pour créer ce courant $A = B^2 Sl/2\mu_0$ est égal à la variation de l'énergie cinétique de la tige. D'où $v_{min} = B\sqrt{Sl/(\mu_0 m)}$.

11.5.19. Le flux magnétique dans toute section du tube ne varie pas lors du passage du projectile:

$$\pi r_1^2 B = \pi (r_1^2 - r_0^2) B_1, \quad \pi r_2^2 B = \pi (r_2^2 - r_0^2) B_2.$$

En utilisant ces équations et la loi de la conservation de l'énergie on obtient:

$$\Delta K = (lB^2/2\mu_0) [r_1^4/(r_1^2 - r_0^2) - r_2^4/(r_2^2 - r_0^2)].$$

11.5.20. $v_1 = v$, $v_2 = 3v$ si $mv^2 < B^2 lSs^2/[4\mu_0 (2S - s)(S - s)]$; $v_1 = 3v$, $v_2 = v$ si $mv^2 > B^2 lSs^2/[4\mu_0 (2S - s)(S - s)]$.

11.5.21. $v_1' = v_1$, $v_2' = v_2$,

si
$$\frac{(v_2 - v_1)^2}{1/m_1 + 1/m_2} > \frac{B^2 lSs^2}{2\mu_0 (2S - s)(S - s)};$$

$$v_1' = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2}{m_1 + m_2},$$

si
$$\frac{(v_2 - v_1)^2}{1/m_1 + 1/m_2} < \frac{B^2 Ss^2}{2\mu_0 (2S - s)(S - s)}.$$

11.5.23*. $T' = T/\sqrt{1 + B^2 r^4 T^2/4LJ}$.

11.5.24*. $\omega = 2i\sqrt{\mu_0 ah/[m(l - d)]}$.

11.5.25*. $v = v_0 \left(1 + \sqrt{1 + LxI_0^2/mv_0^2}\right)$.

11.5.26*. $B = B_0 + 2\mu_0 \rho v^2 \Delta/Br_0 \approx 500$ T, $P = B^2/2\mu_0 \approx 10^{11}$ Pa.

11.5.27*. L'équation du mouvement de l'électron dans le tube

$$m_e \frac{dv}{dt} = eE = e\,\frac{r}{2}\,\frac{d(B - B')}{dt},$$

où B et B' désignent l'induction du champ magnétique extérieur et du champ créé par les électrons mobiles. On a donc $m_e v = er(B - B')/2$. D'autre part, $en_e vh = j$, $B' = \mu_0 j$, où j est la densité linéique de courant. On tire des dernières équations:

$$j = e^2 hB/(2m_e + e^2 r\mu_0 n_e h),$$

puis $B - B' = \dfrac{m_e B}{m_e + e^2 r\mu_0 n_e h/2} = 5{,}7 \cdot 10^{-5}$ T.

11.5.28*. $B = 2m_e\omega/e$.

§ 11.6. Relation entre champ électrique variable et champ magnétique

11.6.1. $C_B = \frac{1}{c}\frac{dN}{dt}$ (en CGS); $C_B = \mu_0\varepsilon_0\frac{dN}{dt}$ (en SI). C_B est la circulation de l'induction du champ magnétique, N le flux de déplacement électrique, c la vitesse de la lumière, ε_0 et μ_0 sont les constantes électrique et magnétique.

11.6.2. a. $\frac{dN}{dt} = vlE$, $C_B = \mu_0\varepsilon_0 vlE$, $C_B = \mu_0\varepsilon_0\frac{dN}{dt}$ (en SI), $C_B = \frac{1}{c}\frac{dN}{dt}$ (en CGS).

11.6.3. $N = 9\cdot10^5$ V·m.

11.6.4*. D'après la loi de Gauss le flux de déplacement électrique à l'intérieur du condensateur $N = Q/\varepsilon_0$, où Q est la charge du condensateur, et le taux de variation du flux $\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}I$, où I est le courant dans le circuit. Par suite la circulation de l'induction du champ magnétique $C_B = \mu_0\varepsilon_0\frac{dN}{dt} = \mu_0 I$ coïncide avec la circulation de l'induction du champ magnétique qu'aurait créée le courant I.

11.6.5. $B = 2{,}5\cdot10^{-6}$ T.

11.6.6. $n = 2\pi Nr/L$.

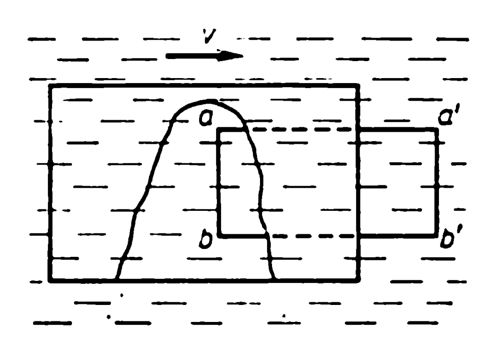
11.6.7. $B = \mu_0\varepsilon_0 Ev\cos\alpha$.

11.6.8. $\sigma = B/(\mu_0 v)$.

11.6.9. a. $B = \mu_0\varepsilon_0 vV/h$ à l'intérieur du conducteur, $B = -\mu_0\varepsilon_0 vV/h$ entre le conducteur et les armatures du condensateur.

b. Diminue de $(\varepsilon + 1)/(\varepsilon - 1)$ fois.

◇ **11.6.10*.** Voir le dessin. Dans le premier cas, à cause du courant de polarisation circulant à travers le circuit $abb'a'$ la circulation du vecteur induction



Pour la réponse 11.6.10

du champ magnétique à travers ce circuit sera ε fois plus grande que dans le deuxième cas. Le mouvement du milieu avec le circuit diminue donc l'induction du champ magnétique de ε fois.

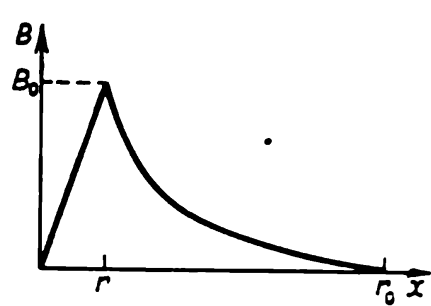
11.6.11*. a. L'induction du champ magnétique créée par le champ électrique variable

$$B_1 = \pi r^2\alpha\mu_0\varepsilon_0/(2\pi r) = \mu_0\varepsilon_0\alpha r/2.$$

L'induction du champ magnétique due au courant de polarisation du diélectrique est $\varepsilon - 1$ fois plus grande: $B_2 = (\varepsilon - 1) B_1$. On a donc

$$B = B_1 + B_2 = \varepsilon B_1 = \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \alpha r/2.$$

b. $B_1 = \dfrac{\mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \alpha V r}{2h}$, $\quad B_2 = \dfrac{\mu_0 \varepsilon_0 \alpha V}{2hr_0} [r^2 (\varepsilon - 1) + r_0^2]$.



Pour la réponse 11.6.12

◇ 11.6.12*. Voir le dessin. $B_0 = \mu_0 Ir/(2\pi r_0^2)$.

Chapitre 12
Ondes électromagnétiques

§ 12.1. Propriétés, émission et réflexion des ondes électromagnétiques

12.1.1. Dans la direction de l'axe des z.
12.1.2. a), b). Elle devient de sens contraire.

12.1.3. $E = E_0 \sin \left[\dfrac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \right]$.

12.1.4. $E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$,

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \operatorname{arctg} \frac{E_1 \sin \varphi_1 + E_2 \sin \varphi_2}{E_1 \cos \varphi_1 + E_2 \cos \varphi_2}.$$

12.1.5. $E = 2E_0$, $\quad w = \dfrac{1}{2\pi} E_0^2 \cos^2 \left[\left(t - \dfrac{z}{c} \right) \Delta + \varphi \right]$.

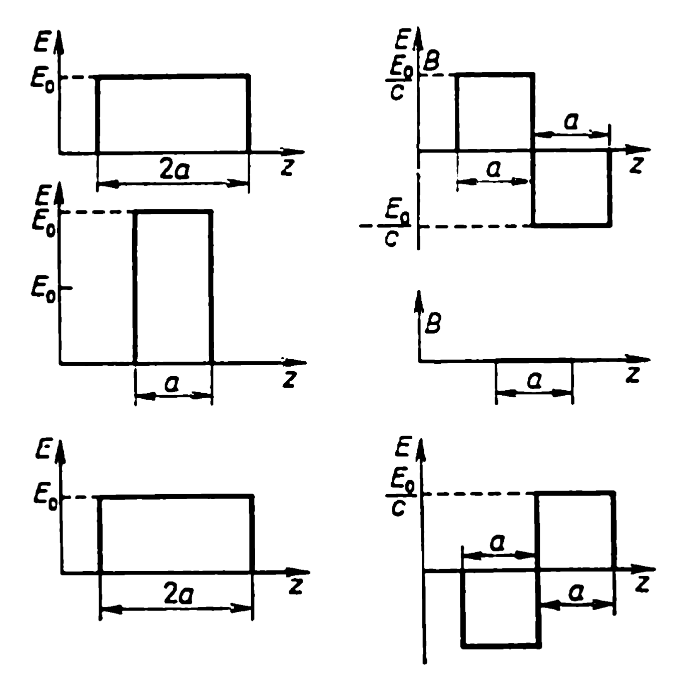
12.1.6. $B = E/c$ (en SI), $B = E$ (en CGS).
12.1.7*. $B = E \sqrt{\varepsilon}/c$ (en SI), $B = E \sqrt{\varepsilon}$ (en CGS).
12.1.9*. $B = E \sqrt{\varepsilon\mu}/c$ (en SI), $B = E \sqrt{\varepsilon\mu}$ (en CGS).
◇ 12.1.10. Voir le dessin. 1/2, 1/2; 1,0; 1/2, 1/2.

12.1.11. a. Deux ondes planes se propageant en sens contraires. La longueur d'ondes est d, l'intensité du champ électrique dans l'onde est $E/2$.

b. En deux ondes planes se propageant perpendiculairement aux plans AB et $A'B'$ dans les sens opposés. L'induction du champ électrique dans l'onde est $cB/2$.

12.1.12. a. $E_{\text{ray}} = \dfrac{1}{2} \dfrac{v}{c} E$.

◇ b*. Lorsque la sphère s'arrête, toute l'énergie du champ magnétique se transforme en énergie de rayonnement. En tout point l'induction du champ magnétique de la charge mobile est égale, en CGS, au produit de l'intensité du champ



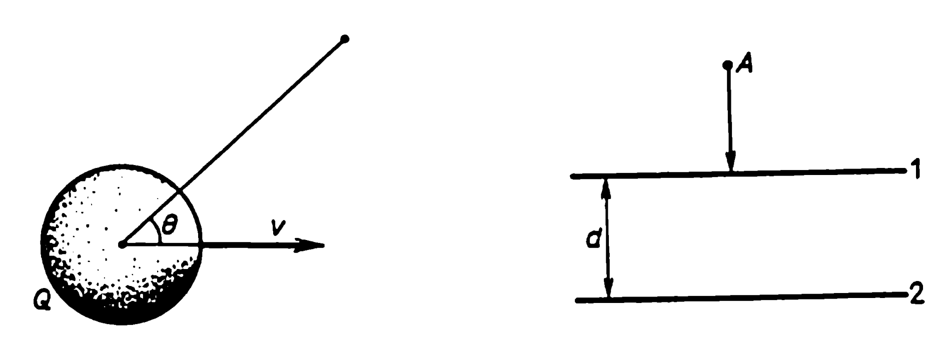
Pour la réponse 12.1.10

électrique par $(v/c)\sin\theta$. En conséquence, l'énergie transformée en rayonnement serait égale au produit de l'énergie du champ électrique $Q^2/2r$ par $(v/c)^2$ si le facteur $\sin\theta$ était absent. Grâce à ce facteur l'énergie du champ magnétique diminue encore de 1,5 fois.

Ainsi

$$W=\frac{Q^2}{3r}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \text{ (en CGS)}, \quad W=\frac{Q^2}{12\pi\varepsilon_0 r}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \text{ (en SI)}.$$

c. L'intensité des champs « superflus » augmente de deux fois. L'énergie rayonnée est proportionnelle au carré de l'intensité. En conséquence, la puissance du rayonnement augmente de quatre fois.



Pour la réponse 12.1.12 — Pour la réponse 12.1.15

12.1.13. Par interférences du rayonnement des différentes plaques.

$$\nu'_k=\frac{c}{d}\,k, \qquad \nu''_k\approx\frac{c}{d}\left(k+\frac{1}{2}\right),$$

où k est un nombre entier.

◇ 12.1.15*. a. Voir le dessin. A la date t l'intensité du champ électrique de rayonnement au point A est égale à $E_{ray} = E_1 + E_2$, où E_1 et E_2 désignent respectivement l'intensité du champ dans l'onde rayonnée par les plaques supérieure et inférieure:

$$E_1 = \frac{1}{2c} Ev_{t-\frac{x}{c}} = \frac{1}{2c} Ea\left(t - \frac{x}{c}\right),$$

$$E_2 = -\frac{1}{2c} Ev_{t-\frac{x+d}{c}} = -\frac{1}{2c} Ea\left(t - \frac{x+d}{c}\right).$$

On a donc $E_{ray} = E_1 + E_2 = adE/2c^2$.

b. $E_{ray} = \mu_0 ci_0/2 = i_0/(2c\varepsilon_0)$ (en SI); $E_{ray} = 2\pi i_0/c$ (en CGS).

c. Dans le champ électrique $E_0 \sin \omega t$ ($\omega = 2\pi\lambda$) de l'onde la vitesse des électrons $v = \frac{eE_0}{m_e\omega} \cos \omega t$. L'amplitude de l'intensité du champ électrique dans l'onde émise par ces électrons $E_{ray} = \frac{eE_0}{m_e\omega} \frac{n_e e}{2c\varepsilon_0}$. Le coefficient de réflexion

$$k = (E_{ray}/E_0)^2 = [n_2 e^2 x/(4\pi m_e \nu \varepsilon_0 c)]^2.$$

On peut également trouver le coefficient de réflexion en déterminant de combien s'atténue l'onde après le passage à travers la pellicule. Dans ce cas il faut tenir compte de l'émission secondaire des électrons due à leur interaction avec l'onde qui est déjà émise par ces mêmes électrons lors de l'interaction avec l'onde incidente. Grâce à la superposition sur l'onde ayant passé à travers la pellicule de l'émission secondaire qui est en opposition de phase l'intensité de l'onde diminue, tandis qu'à cause de la superposition sur cette onde de l'émission primaire avec un déphasage de $\pi/2$ elle augmente. La première influence est deux fois plus grande que la seconde. Il s'ensuit que l'intensité de l'onde ayant traversé la pellicule diminue d'une valeur égale à l'intensité de l'onde réfléchie.

12.1.16. $\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$ cm.

12.1.17. A mesure que l'épaisseur de la pellicule augmente, un nombre d'électrons toujours plus grand sont entraînés dans la réflexion du rayonnement et l'amplitude de l'onde réfléchie croît linéairement (région $x < x_1$). La dépendance linéaire de l'amplitude par rapport à l'épaisseur de la pellicule est violée dans le cas où la part du rayonnement réfléchi est grande, ce qui a lieu pour $x > x_2$.

12.1.18*. $\Delta \approx 4\pi m_e \nu \varepsilon_0 c/(n_e e^2) \approx 10^{-5}$ cm.

12.1.19. $E = 0$, $B = 2E/c$.

12.1.20. $\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$ cm, $x = 2 \cdot 10^{-5}$ cm.

12.1.21. $j = 2\varepsilon_0 cE$, $P = 2\varepsilon_0 E^2$ (en SI); $j = cE_0/2\pi$, $P = E^2/2\pi$ (en CGS).

12.1.22. $P = \varepsilon_0 E_0^2$.

12.1.23. $P = 2$ mPa, $P = 0{,}5$ mPa.

12.1.24*. $r \approx 1$ µm.

◇ 12.1.25. Voir le dessin. a) $E' = -E$, $B' = B$. b) $E' = E$.

12.1.26. $E = \sqrt{P\varepsilon_0 \cos^2 \alpha}$.

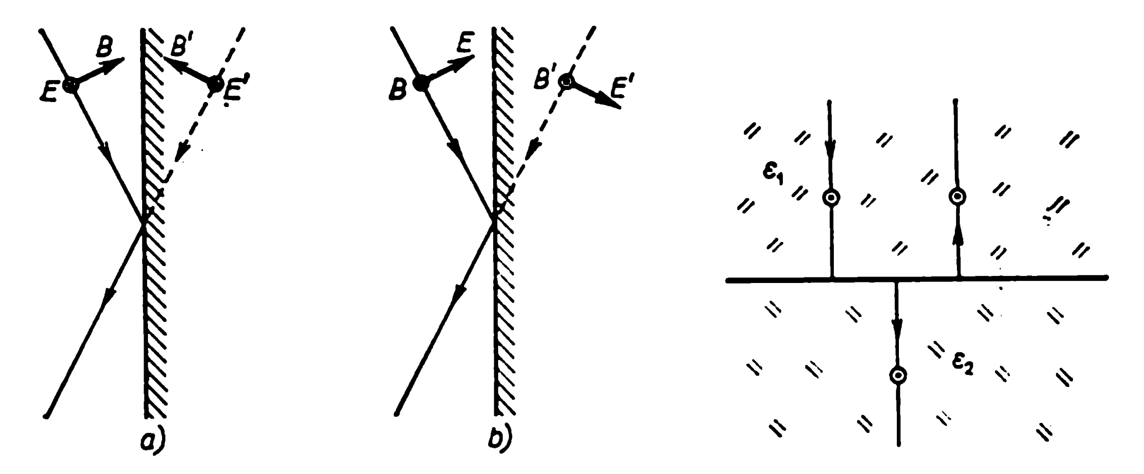
12.1.27*. La force agissant sur l'électron qui se déplace le long de la surface métallique est égale, en CGS, à $F = e\left(E - \frac{v}{c} B\right) = 0$. On a donc $E/B = v/c$

12.1.28*. $P = 2\varepsilon_0 E_0^2 \frac{c+v}{c-v}$ (en SI); $P = \frac{1}{8\pi} E_0^2 \frac{c+v}{c-v}$ (en CGS).

12.1.29. $v = c\Delta/(2\nu_0 + \Delta)$.

12.1.30. $v = c\,\frac{k-1}{k+1}$.

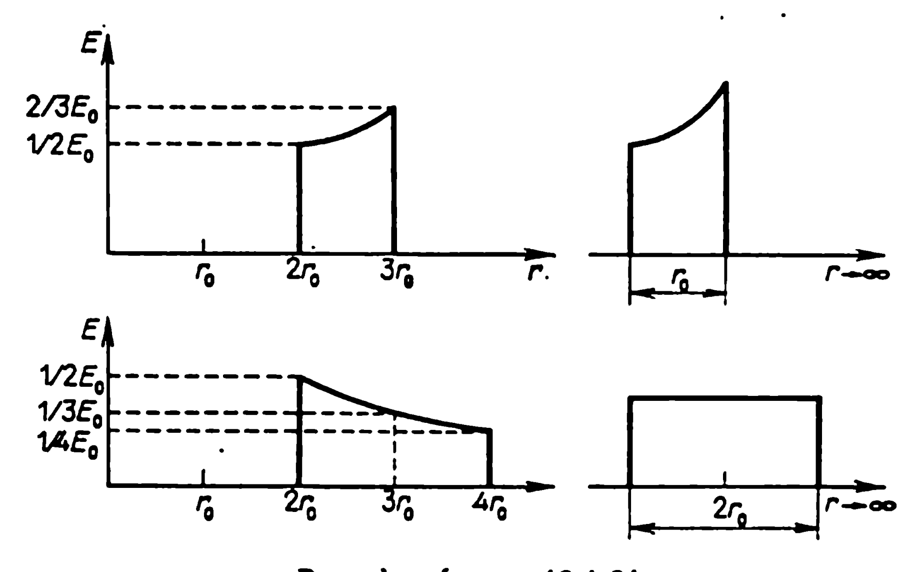
◇ 12.1.31. a) Les charges induites sur la frontière plane créent le champ électrique orthogonal à cette frontière plane. Il en résulte que seule la composante perpendiculaire de l'intensité du champ électrique de l'onde diminue de ε fois.



Pour la réponse 12.1.25 Pour la réponse 12.1.31

b) Les courants superficiels induits créent un champ magnétique dont l'induction est parallèle à la surface. Il en résulte que seule la composante parallèle de l'induction du champ magnétique de l'onde augmente de μ fois.

12.1.32. Des deux côtés de la surface de séparation l'intensité du champ électrique et l'induction du champ magnétique sont identiques: $E - E_0 = E_n$, $B + B_0 = B_n$ et $B = E\sqrt{\varepsilon_1}/c$, $B_0 = E_0\sqrt{\varepsilon_1}/c$, $B_n = E_n\sqrt{\varepsilon}/c$ (voir le problème 12.1.7*). Il découle de ces équations que $E_0/E = (\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1})/(\sqrt{\varepsilon_2} + \sqrt{\varepsilon_1})$. Pour $\sqrt{\varepsilon_1} < \sqrt{\varepsilon_2}$ les signes de E_0 et E sont identiques et pour $\sqrt{\varepsilon_1} > \sqrt{\varepsilon_2}$ ils sont contraires. Ceci signifie que dans le premier cas la phase de l'onde réfléchie ne varie pas et que dans le second elle varie de π.



Pour la réponse 12.1.34

◇ 12.1.34. Voir le dessin. En CGS $W_1 = {}^7/_3\, E_0^2 r_0^3$, $W_2 = 2E_0^2 r_0^3$.

§ 12.2. Propagation des ondes électromagnétiques

12.2.2. La longueur d'onde et sa vitesse diminuent de n fois, la fréquence ne varie pas.

12.2.4. $\sin \alpha_k = k\lambda/b$, où k est un nombre entier.

12.2.5. De k^2 fois.

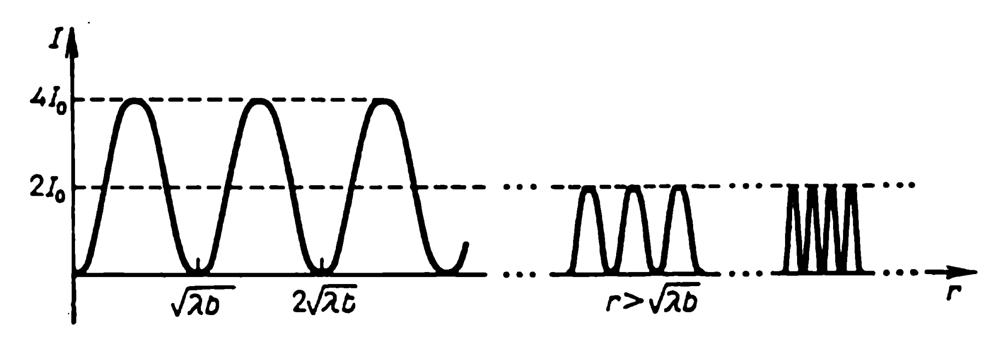
12.2.6. $\Delta\alpha = 13,5'$.

12.2.7. $l = 2r^2/\lambda$.

12.2.8. L'intensité de rayonnement augmente en d'autres points.

12.2.9*. De quatre fois.

◇ 12.2.10. Voir le dessin.



Pour la réponse 12.2.10

12.2.11*. L'intensité lumineuse augmente de 100 fois (a) et de 324 fois (b).

12.2.12*. $c = i/\lambda$, $a = A\,\Delta Si/r\lambda$ (la multiplication par i signifie le déphasage de l'onde secondaire de $\pi/2$).

12.2.13. a. $R \approx 1$ km. b. $R \approx 1,5$ m.

12.2.14. $l \approx 1$ m, 0,5 km, 150 km.

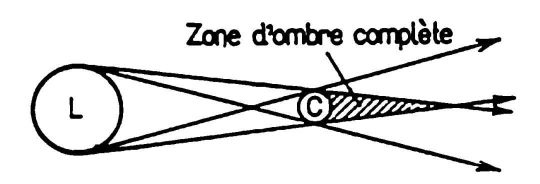
12.2.15. a. La partie bleue du spectre de rayonnement du filament est diffusée plus fortement sur la surface dépolie.

c. Par suite de la fluctuation de masse volumique de l'air atmosphérique la partie bleue du spectre est diffusée plus fortement.

Chapitre 13
Optique géométrique. Photométrie. Nature quantique de la lumière

§ 13.1. Propagation rectiligne et réflexion de la lumière

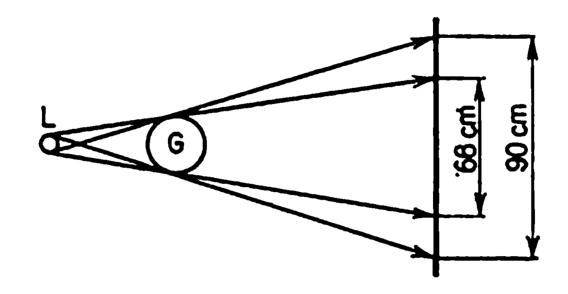
◇ 13.1.1. Voir le dessin.



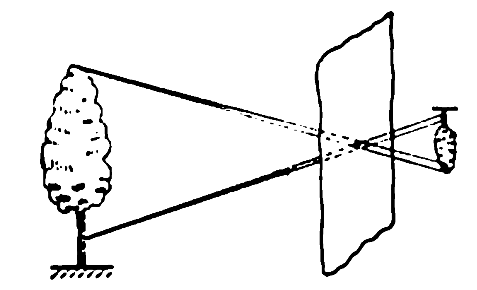
Pour la réponse 13.1.1

◇ 13.1.2. Voir le dessin.

◇ 13.1.3. Voir le dessin.



Pour la réponse 13.1.2


Pour la réponse 13.1.3

13.1.4. On obtient sur le mur une image du Soleil. Cela arrive dans le cas où la dimension du trou est plus grande que l'image du Soleil sur le mur.

13.1.5. Le miroir ne « renverse » pas l'image. Cependant, un objet non transparent nous semble renversé de droite à gauche car nous voyons d'habitude la face réfléchie par le miroir seulement dans le cas où l'objet est tourné de 180°.

13.1.6. $H = h/2$.

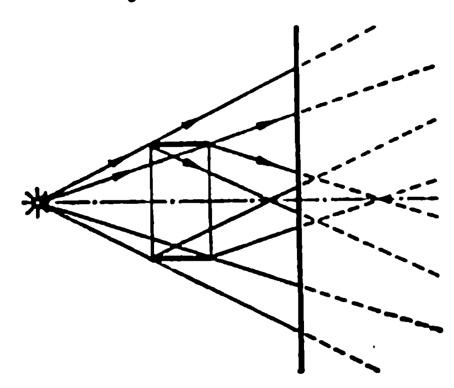
13.1.7. La dimension ne varie pas.

13.1.8. Par suite de la double réflexion on obtient une image non renversée. De n'importe quel endroit de la chambre.

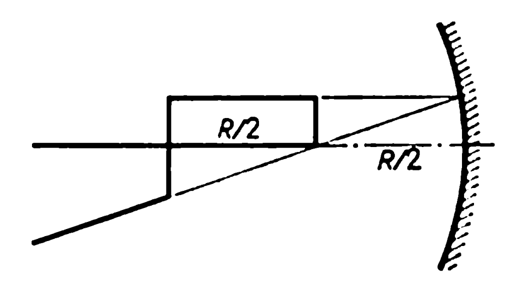
13.1.9. *Indication*: regarder dans le kaleidoscope.

13.1.10*. $\alpha = 120°$.

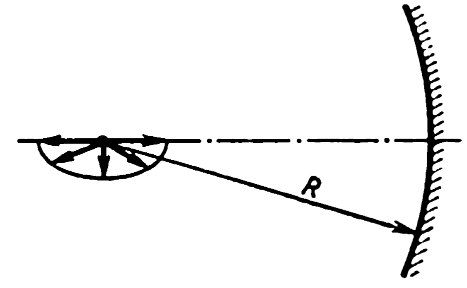
◇ 13.1.11. La marche des rayons est montrée sur le dessin.


Pour la réponse 13.1.11

13.1.12. $x = h/2$.
13.1.13. $f = R/2$.
13.1.15. $f = 36$ cm.
13.1.16. $l = 20$ cm.
13.1.17. $f = 48$ cm.



Pour la réponse 13.1.18



Pour la réponse 13.1.19

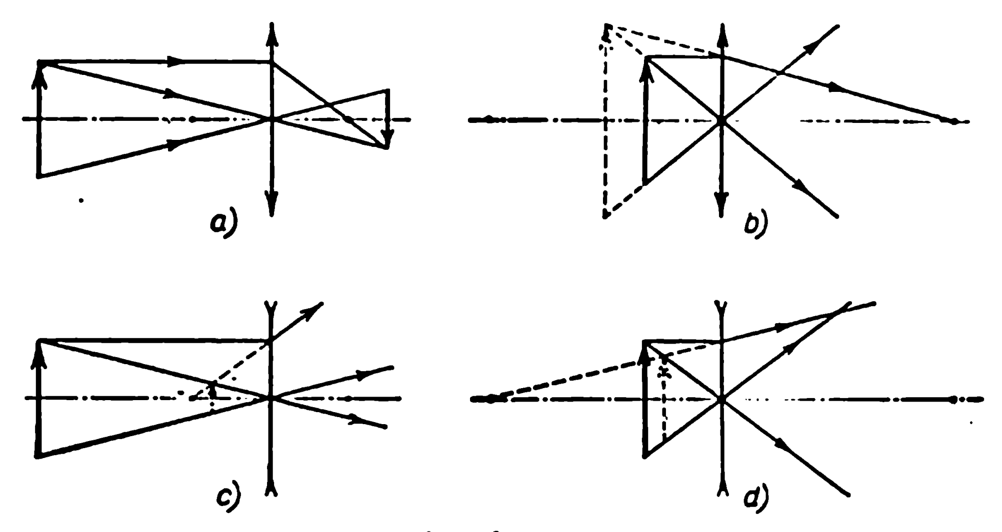
◇ 13.1.18. Voir le dessin.
◇ 13.1.19. Voir le dessin.
13.1.20*. Le paraboloïde de révolution si son axe est parallèle aux rayons.

§ 13.2. Réfraction de la lumière. Formule de la lentille

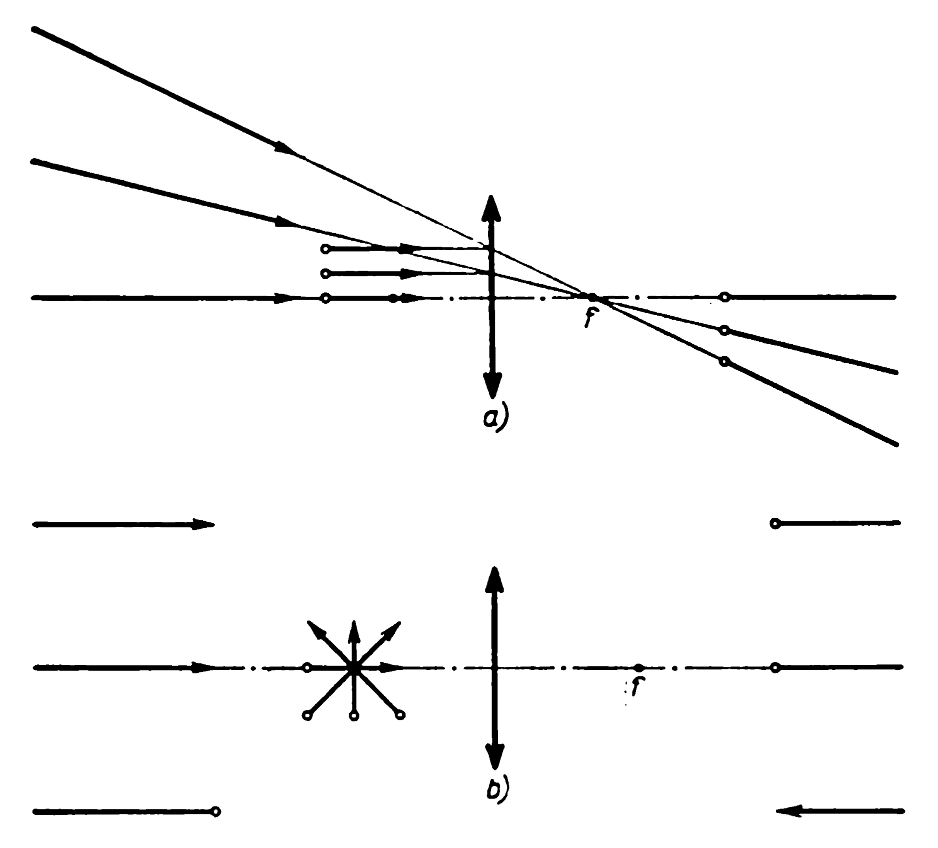
13.2.1. $\alpha = 48°$.
13.2.2. a. $h = 4$ m. b. $h = 4$ km.
13.2.3. Diminue de $\frac{L+l}{nL+l}n$ fois.
13.2.4. $n = 1{,}13$.
13.2.5. a. $\alpha_d = 24{,}6°$, $\alpha_e = 49°$, $\alpha_{d,e} = 33{,}7°$.
b. A cause de la réflexion interne totale des rayons par les bulles.
13.2.6. Non.
13.2.7. $R = ln/(n-1)$.
13.2.8. Pour $\alpha >$ arccos (2/3) la lumière sort partiellement du cône déjà à la première réflexion. Pour $\alpha <$ arccos (2/3) la lumière sera d'abord entièrement réfléchie par la surface latérale. Après chaque réflexion l'angle entre le rayon et la normale à la surface du cône diminuera de 2α et, après plusieurs réflexions, la lumière sortira de nouveau du cône à travers sa surface.
13.2.9. $r = R/2$.
13.2.10*. $r' = r/n$.
13.2.11. $\sin\alpha = n/k^{N-1}$ si $n/k^{N-1} < 1$; le rayon passe toujours si $n/k^{N-1} > 1$.
13.2.12. $H = \frac{1}{2}\left(\frac{n_0}{\alpha} - R\right)$.
13.2.14. c. $\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$.
13.2.15. a. $F = 0{,}25$ m. $D = 1/F = 4\delta$. b. $R = 0{,}6$ m.
13.2.16. $R = 0{,}26$ m.
13.2.17*. a) $\frac{1}{x} = \frac{1}{nf} - \frac{n-1}{nr}$. b) $\frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{n-1}{r}$.
13.2.18. $f = -\frac{1}{(n-1)}\cdot\frac{R^2}{\delta}$.
13.2.19. $\Delta = \alpha(n_1 - n_2)f$.
13.2.20*. De la partie de la surface latérale du demi-cylindre, qui est délimitée par l'angle $\alpha = 2 \arcsin(1/n)$.
13.2.21*. $n = 4/3$.
13.2.22. $n = 3/2$.
13.2.23. $y = x/n$.

§ 13.3. Systèmes optiques

◇ 13.3.1. Voir le dessin: *a*) $k = 1/2$; *b*) $k = 3/2$; *c*) $k = 1/4$; *d*) $k = 3/4$.
◇ 13.3.2. Voir le dessin.
13.3.3. $f = 20$ cm.
13.3.4. $l = 2f$.
13.3.5. $v = 2\omega f$.
13.3.6. $k = \frac{f^2}{(a-f)^2 - l^2/4}$.
13.3.7. $f = 3/7$ m.
13.3.8. $t = 5$ ms.



Pour la réponse 13.3.1



Pour la réponse 13.3.2

13.3.9. $df/dt = vk/(1+k)$, $db/dt = vk$.

13.3.10. Vers la lentille de la distance $l = \frac{r_1 - r_2}{D/2 + r_2} f$.

13.3.11.* 2,3 m $< l_1 <$ 3,2 m; 1,6 m $< l_2 <$ 8 m.

13.3.12. $D_1 = -5\delta$, $D_2 = 2\delta$.

13.3.13. Très myope.

13.3.14. L'orifice limite l'aire de travail du cristallin et permet d'examiner des objets éloignés de moins de 25 cm de l'œil. L'agrandissement sera $k = 25/x$, où x est la distance.

13.3.15. $f = 2{,}5$ cm.

13.3.16*. $\operatorname{tg} \alpha' = (1 - a/f) \operatorname{tg} \alpha$.

13.3.17. $k = 2$.

13.3.18. a. $l_1 = f(a - 2f)/(a - f)$; $l_2 = 2f - a$. b. $f' = f/2$.

13.3.19. $f' = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$; $\dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2}$.

13.3.20. $f' \approx f/2 + 3l/4$ de la première lentille.

13.3.21. L'objet doit se trouver à une distance dépassant 10 cm de la lentille la plus proche.

13.3.22. $f > 0{,}6$ m.

13.3.23. $x_1 = \dfrac{(d-R)f}{d-R-f}$, $x_2 = \dfrac{df}{d-f}$ pour $d > R + f$; $x = \dfrac{fd}{d-F}$ pour $f < d < R + f$; pour $d < F$ il n'y a pas de solution.

13.3.24*. $n = (R - l/2)/(R - l)$.

13.3.25*. $f_1 = \dfrac{n}{2} f$; $f_2 = \dfrac{n(n_0 - 1)}{2(n_0 - n)} f$.

13.3.26. $h_2/h_1 = (l - f)/f$.

13.3.27. Augmente de $a/(a - f)$ fois.

13.3.28. De $25l/f_1 f_2$; diminue de k fois.

§ 13.4. Photométrie

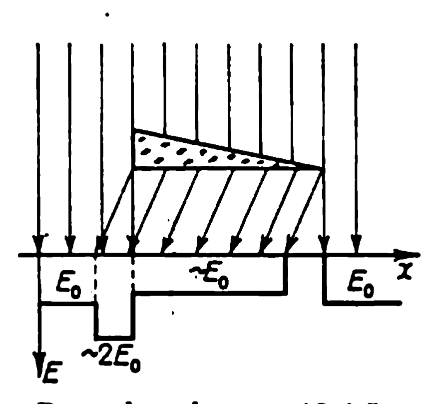
13.4.1. $h = 1$ m.

13.4.2. $E_1 = 130$ lx, $E_2 = 71$ lx, $E_3 = 25$ lx.

13.4.3. $E = 41$ lx.

13.4.4. $E = \dfrac{I[h^2 + (h + 2x)^2]}{h^2 (h + 2x)^2}$.

◇ 13.4.5. Voir le dessin.



Pour la réponse 13.4.5

13.4.6. De 80 000 fois.

13.4.7. $I' = I(1 - k)/(1 + k)$.

13.4.8*. $x \sim 5$ années de lumière.

13.4.9. $N'/N \sim (R/r)^2$, où R est le rayon de Vénus et r la distance de la Terre à Vénus.

13.4.10. $x \sim R^2/r$, où r est la dimension caractéristique de la voiture.

13.4.11. L'éclairement de l'image diminue: celui de la partie supérieure de l'aiguille-objet d'un peu plus que de deux fois, celui de sa partie inférieure d'un peu moins que de deux fois.

13.4.12. Augmente de deux fois.
13.4.13. $E_g/E_{dr} = (R/2l)^2$.
13.4.14*. $E = E_0 \frac{a^2 f^2}{[xf-(a-x)(x-f)]^2}$. Pour $x = a/2$.
13.4.15. $L = L_0 D^2/D_0^2$.
13.4.16*. Non. $E_{max} = B\pi D^2/R^2$.
13.4.17. $D = 1{,}85$ m.
13.4.18*. $N \approx \frac{4x^2}{d^2}\left(\frac{T}{T_S}\right)^4 \approx 770$, où $T_S \approx 6\cdot 10^3$ K est la température de la surface du Soleil.
13.4.19. L'éclairement ne varie pas.
13.4.20. Le flux lumineux allant de l'étoile vers l'œil augmente notablement.
13.4.21*. $d_2 = {}^5/_6\, d_1$.
13.4.22*. $t_1 = t_2 \left(\frac{k_1+1}{k_2+1}\right)^2$.
13.4.23*. $n \approx (10\pi r^2 L)^{-1}$.
13.4.24*. $\rho = 0{,}2$ g/m³.
13.4.25*. De huit fois.

§ 13.5. Nature quantique de la lumière

13.5.1. $E_1 \approx 10^{-6}$ W/m², $E_2 \approx 4\cdot 10^{-6}$ W/m², $E_3 \approx 4\cdot 10^{-6}$ W/m².
13.5.2. $W = h\nu - eV_0$.
13.5.3. Les vitesses de l électron et du positon doivent être égales en module et de sens contraires. $\nu = 1{,}24\cdot 10^{20}$ Hz.
13.5.4. a. $v = c\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}$. b. $v = c\frac{\sin(\theta_1+\theta_2)}{\sin\theta_1+\sin\theta_2}$.
13.5.5. a. $m = (1-\cos\theta)\frac{h\nu^2}{c^2\Delta\nu}$. b. $\Delta\nu = (1-\cos\theta)\frac{h\nu^2}{m_e c^2}$.

13.5.6*. a) Lors de l'émission du photon dans le sens du mouvement de l'atome,

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(v-\Delta v)^2}{2} + h\nu + \varepsilon, \quad mv = m(v-\Delta v) + \frac{h\nu}{c}. \qquad (1)$$

Lorsque le photon est émis dans le sens opposé à celui du mouvement de l'atome, on a

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(v+\Delta' v)^2}{2} + h\nu + \varepsilon, \quad mv = m(v+\Delta' v) - \frac{h\nu'}{c}. \qquad (2)$$

Dans (1) et (2), m est la masse de l'atome, Δv et $\Delta' v$ la variation de la vitesse, ε la variation de l'énergie interne de l'atome, ν' la fréquence cherchée du photon. Pour Δv, $\Delta' v \ll v$ il découle de (1) et (2) que

$$\nu' = \nu\frac{1-v/c}{1+v/c}.$$

b) $\nu' = \nu(1 - v/c)$.

13.5.7. Par l'attraction des photons dans l'étoile.
13.5.8. $\Delta\nu = \nu\gamma M/(Rc^2)$, γ est la constante de la gravitation. $\Delta\nu_S \approx \approx 10^9$ Hz. Le mouvement thermique des atomes à la surface du Soleil influe beaucoup plus sur la fréquence des photons émis que le champ gravitationnel.
13.5.9*. $f \sim R^2c^2/(6\gamma M) \sim 10^9$ pc.

Table des matières

